

2016 年普通高等学校招生全国统一考试

全国新课标卷 (II)

使用地区：海南. 宁夏. 黑龙江. 吉林. 新疆. 云南. 内蒙古. 青海. 贵州. 甘肃. 西藏
 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分. 满分 150 分，考试时间 120 分钟.

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项.

1. 已知 $z = (m+3) + (m-1)i$ 在复平面内对应的点在第四象限，则实数 m 的取值范围是

- A. $(-3, 1)$ B. $(-1, 3)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -3)$

2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{x | (x+1)(x-2) < 0, x \in \mathbb{Z}\}$ ，则 $A \cup B =$

- A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

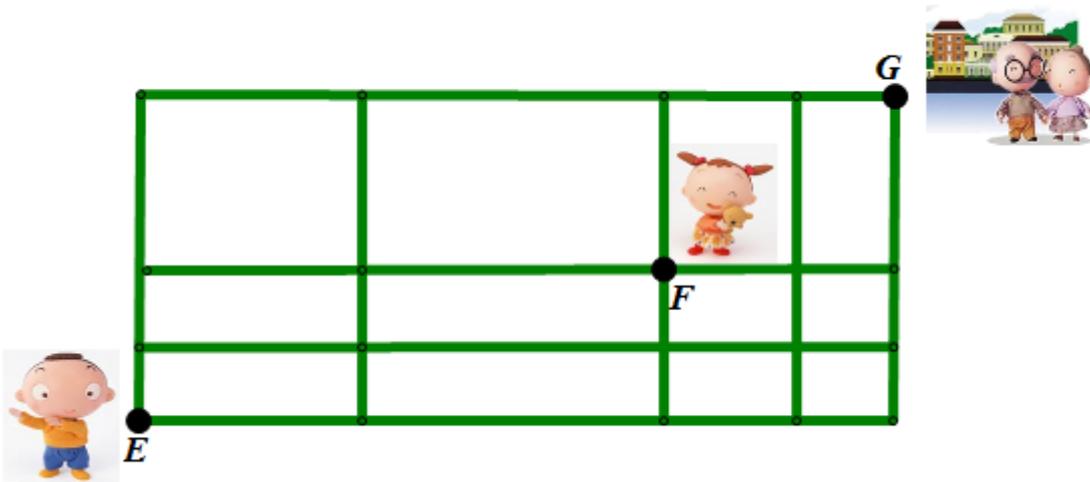
3. 已知向量 $a = (1, m)$ ， $b = (3, -2)$ ，且 $(a+b) \perp b$ ，则 $m =$

- A. -8 B. -6 C. 6 D. 8

4. 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 的圆心到直线 $ax + y - 1 = 0$ 的距离为 1，则 $a =$

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

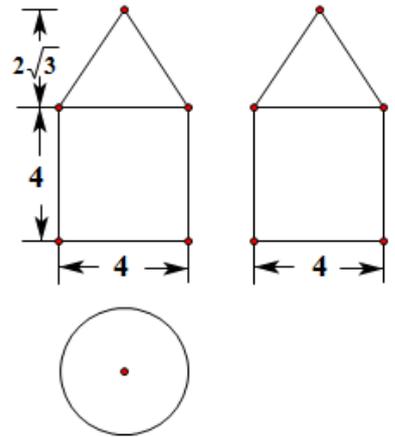
5. 如图，小明从街道的 E 处出发，先到 F 处与小红会合，再一起到位于 G 处的老年公寓参加志愿者活动，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为



- A. 24 B. 18 C. 12 D. 9

6. 右图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为

- A. 20π B. 24π C. 28π D. 32π



7. 若将函数 $y=2\sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，则平移后图象的对称轴为

- A. $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ C.
 $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{12} (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} (k \in \mathbb{Z})$

8. 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法，右图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图，若输入的 $x=2$ ， $n=2$ ，依次输入的 a 为 2, 2, 5，则输出的 s =

- A. 7 B. 12 C. 17 D. 34

9. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{3}{5}$ ，则 $\sin 2\alpha =$

- A. $\frac{7}{25}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $-\frac{7}{25}$

10. 从区间 $[0,1]$ 随机抽取 $2n$ 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ 构成 n 个数对 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，其中两数的平方和小于 1 的数对共有 m 个，则用随机模拟的方法得到的圆周率 π 的近似值为

- A. $\frac{4n}{m}$ B. $\frac{2n}{m}$ C. $\frac{4m}{n}$ D. $\frac{2m}{n}$

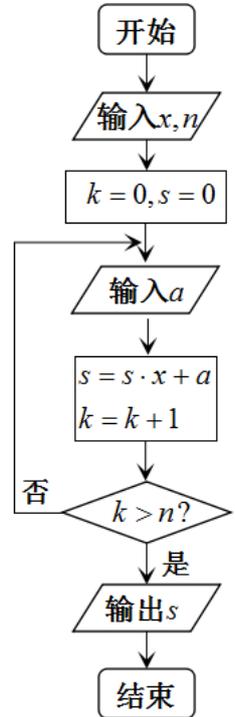
11. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点，点 M 在 E 上， MF_1 与 x 轴垂直， $\sin \angle MF_2F_1 = \frac{1}{3}$ ，则 E 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

12. 已知函数 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 满足 $f(-x) = 2 - f(x)$ ，若函数 $y = \frac{x+1}{x}$ 与 $y = f(x)$ 图像的交点为

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$ ，则 $\sum_{i=1}^m (x_i + y_i) =$

- A. 0 B. m C. $2m$ D. $4m$



第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两个部分.第13~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22~24题为选考题,考生根据要求作答.

二. 填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分.把答案填在题中的横线上.

13. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{4}{5}, \cos C = \frac{5}{13}, a = 1$, 则 $b =$ _____

14. α, β 是两个平面, m, n 是两条直线, 有下列四个命题:

①如果 $m \perp n, n // \alpha, n // \beta$, 那么 $a \perp \beta$;

②如果 $m \perp \alpha, n // \alpha$ 那么 $m \perp n$;

③如果 $a // \beta, m \subset \alpha$, 那么 $m // \beta$;

④如果 $m // n, a // \beta$, 那么 m 与 α 所成的角和 n 与 β 所成的角相等.

其中正确的命题有_____.(填写所有正确命题的编号)

15. 有三张卡片, 分别写有 1 和 2, 1 和 3, 2 和 3.甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是 2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是 1”, 丙说: “我的卡片上的数字之和不是 5”, 则甲的卡片上的数字是_____

16. 若直线 $y = kx + b$ 是曲线 $y = \ln x + 2$ 的切线, 也是曲线 $y = \ln(x + 2)$ 的切线, 则 $b =$ _____

三. 解答题: 本大题共6小题, 共70分.解答应写出文字说明. 证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 12 分)

S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1 = 1, S_7 = 28$. 记 $b_n = [\lg a_n]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.9] = 0, [\lg 99] = 1$.

(1) 求 b_1, b_{11}, b_{101} ;

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 1000 项和.

18. (本题满分 12 分)

某险种的基本保费为 a (单位: 元), 继续购买该险种的投保人称为续保人, 续保人的本年度的保费与其上年度的出险次数的关联如下:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下:

一年内出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

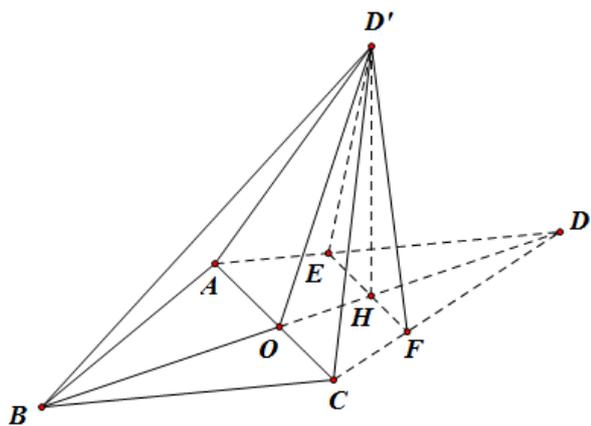
- (1) 求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率;
- (2) 若一续保人本年度的保费高于基本保费, 求其保费比基本保费高出 60% 的概率;
- (3) 求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , $AB=5, AC=6$, 点 E, F 分别在 AD, CD 上, $AE=CF=\frac{5}{4}$, EF 交 BD 于点 H . 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折到 $\triangle D'EF$ 的位置, $OD'=\sqrt{10}$.

(1) 证明: $D'H \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 求二面角 $B-D'A-C$ 的正弦值.



为
 新
 春
 水

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦点在 x 轴上, A 是 E 的左顶点, 斜率为 $k(k > 0)$ 的直线交 E 于 A, M 两点, 点

N 在 E 上, $MA \perp NA$.

(1) 当 $t = 4, |AM| = |AN|$ 时, 求 $\triangle AMN$ 的面积;

(2) 当 $2|AM| = |AN|$ 时, 求 k 的取值范围.

为
你
新
春
好

21. (本小题满分 12 分)

(1) 讨论函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+2}e^x$ 的单调性, 并证明当 $x > 0$ 时, $(x-2)e^x + x + 2 > 0$;

(2) 证明: 当 $a \in [0, 1)$ 时, 函数 $g(x) = \frac{e^x - ax - a}{x^2} (x > 0)$ 有最小值. 设 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$, 求函数 $h(a)$

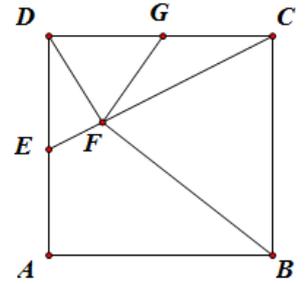
的值域.

为
东
新
春
卷
水

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分,作答时请写清题号

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 集合证明选讲

如图, 在正方形 $ABCD$, E, G 分别在边 DA, DC 上 (不与端点重合), 且 $DE = DG$, 过 D 点作 $DF \perp CE$, 垂足为 F



(1) 证明: B, C, E, F 四点共圆;

(2) 若 $AB = 1, E$ 为 DA 的中点, 求四边形 $BCGF$ 的面积.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

在直线坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x+6)^2 + y^2 = 25$

(1) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求 C 的极坐标方程;

(2) 直线 l 的参数方程是 (t 为参数), l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB| = \sqrt{10}$, 求 l 的斜率.

24. (本小题满分 10 分), 选修 4—5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = \left| x - \frac{1}{2} \right| + \left| x + \frac{1}{2} \right|$, M 为不等式 $f(x) < 2$ 的解集.

(1) 求 M ;

(2) 证明: 当 $a, b \in M$ 时, $|a+b| < |1+ab|$