

宁夏回族自治区 2017 年初中学业水平暨高中阶段招生考试

数学试题

第 I 卷 (共 24 分)

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列各式计算正确的是

- A. $4a - a = 3$ B. $a^4 + a^2 = a^3$ C. $(-a^3)^2 = a^6$ D. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

2. 在平面直角坐标系中，点 $(3, -2)$ 关于原点对称的点是

- A. $(-3, 2)$ B. $(-3, -2)$ C. $(3, -2)$ D. $(3, 2)$

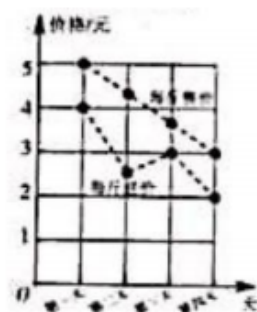
3. 学校国旗护卫队成员的身高分布如下表：

身高/cm	159	160	161	162
人数	7	10	9	9

则学校国旗护卫队成员的身高的众数和中位数分别是

- A. 160 和 160 B. 160 和 160.5 C. 160 和 161 D. 161 和 161

4. 某商品四天内每天每斤的进价与售价信息如图所示，则售出这种商品每斤利润最大的是

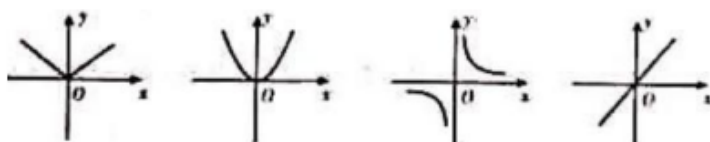


- A. 第一天 B. 第二天 C. 第三天 D. 第四天

5. 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + 3x - 2 = 0$ 有实数根，则 a 的取值范围是

- A. $a > -\frac{1}{8}$ B. $a \geq -\frac{1}{8}$ C. $a > -\frac{1}{8}$ 且 $a \neq 1$ D. $a \geq -\frac{1}{8}$ 且 $a \neq 1$

6. 已知点 $A(-1, 1)$, $B(1, 1)$, $C(2, 4)$ 在同一个函数图像上，这个函数图像可能是



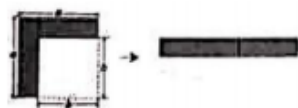
A.

B.

C.

D.

7. 如图，从边长为 a 的大正方形中剪掉一个边长为 b 的小正方形，将阴影部分沿虚线剪开，拼成右边的矩形。根据图形的变化过程写出的一个正确的等式是



A. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

B. $a(a-b) = a^2 - ab$

C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

D. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

8. 圆锥的底面半径 $r = 3$ ，高 $h = 4$ ，则圆锥的侧面积是

A. 12π

B. 15π

C. 24π

D. 30π

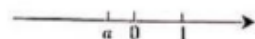


第II卷（共96分）

二、填空题（每题3分，满分24分，将答案填在答题纸上）

9. 分解因式 $2a^2 - 8 =$ _____.

10. 实数 a 在数轴上的位置如图，则 $|a - \sqrt{3}| =$ _____.



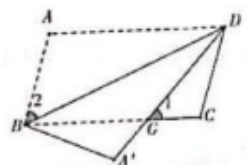
11. 如图所示的圆形纸板被等分成10个扇形挂在墙上，玩飞镖游戏（每次飞镖均落在纸板上），则飞镖落在阴影区域的概率是_____.



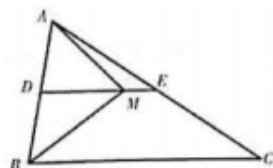
12. 某种商品每件的进价为80元，标价为120元，后来由于该商品积压，将此商品打七折销售，则该商品每

件销售利润为_____元.

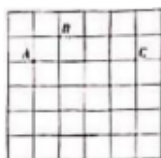
13. 如图, 将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠, 使点 A 落在点 A' 处. 若 $\angle 1 = \angle 2 = 50^\circ$, 则 $\angle A'$ 为_____.



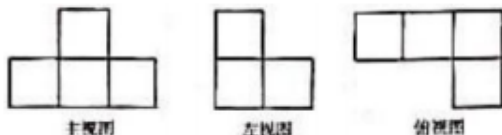
14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, 点 D 是 AB 的中点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 交 AC 于点 E , 点 M 在 DE 上, 且 $ME = \frac{1}{3}DM$. 当 $AM \perp BM$ 时, 则 BC 的长为_____.



15. 如图, 点 A , B , C 均在 6×6 的正方形网格格点上, 过 A , B , C 三点的外接圆除经过 A , B , C 三点外还能经过的格点数为_____.



16. 如图是由若干个棱长为1的小正方体组合而成的一个几何体的三视图, 则这个几何体的表面积是_____.



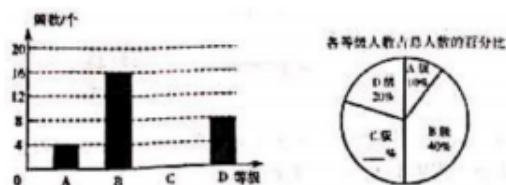
三、解答题 (本大题共6小题, 共36分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x+6 \geq 5(x-2) \\ \frac{x-5}{2} - \frac{4x-3}{3} < 1 \end{cases}$$

18. 解方程:
$$\frac{x+3}{x-3} - \frac{4}{x+3} = 1$$

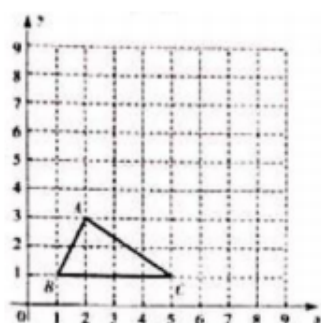
19. 校园广播主持人培训班开展比赛活动, 分为 A 、 B 、 C 、 D 四个等级, 对应的成绩分别是9分、8分、7分、6分, 根据下图不完整的统计图解答下列问题:

- (1) 补全下面两个统计图（不写过程）；
- (2) 求该班学生比赛的平均成绩；
- (3) 现准备从等级 A 的 4 人（两男两女）中随机抽取两名主持人，请利用列表或画树状图的方法，求恰好抽到一男一女学生的概率？

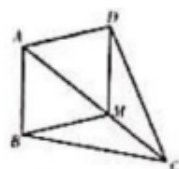


20. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(2,3)$ ， $B(1,1)$ ， $C(5,1)$ 。

- (1) 把 $\triangle ABC$ 平移后，其中点 A 移到点 $A_1(4,5)$ ，画出平移后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 把 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 按逆时针方向旋转 90° ，画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$ 。



21. 在 $\triangle ABC$ 中，M 是 AC 边上的一点，连接 BM。将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折，使点 B 落在点 D 处，当 $DM \parallel AB$ 时，求证：四边形 ABMD 是菱形。



22. 某商店分两次购进 A、B 两种商品进行销售，两次购进同一种商品的进价相同，具体情况如下表所示：

	购进数量(件)		购进所需费用(元)
	A	B	
第一次	30	40	3800
第二次	40	30	3200

- (1) 求 A、B 两种商品每件的进价分别是多少元？

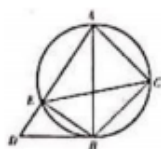
(2) 商场决定 A 商品以每件 30 元出售, B 商品以每件 100 元出售. 为满足市场需求, 需购进 A、B 两种商品共 1000 件, 且 A 商品的数量不少于 B 种商品数量的 4 倍, 请你求出获利最大的进货方案, 并确定最大利润.

四、解答题 (本大题共 4 小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

23. 将一副三角板 $Rt\triangle ABD$ 与 $Rt\triangle ACB$ (其中 $\angle ABD = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$) 如图摆放, $Rt\triangle ABD$ 中 $\angle D$ 所对直角边与 $Rt\triangle ACB$ 斜边恰好重合. 以 AB 为直径的圆经过点 C, 且与 AD 交于点 E, 分别连接 EB, EC.

(1) 求证: EC 平分 $\angle AEB$;

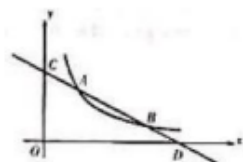
(2) 求 $\frac{S_{\triangle ACE}}{S_{\triangle BEC}}$ 的值.



24. 直线 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 的图像分别交于点 $A(m, 3)$ 和点 $B(6, n)$, 与坐标轴分别交于点 C 和点 D.

(1) 求直线 AB 的解析式;

(2) 若点 P 是 x 轴上一动点, 当 $\triangle COD$ 与 $\triangle ADP$ 相似时, 求点 P 的坐标.



25. 为确保广大居民家庭基本用水需求的同时鼓励家庭节约用水, 对居民家庭每户每月用水量采用分档递增收费的方式, 每户每月用水量不超过基本用水量的部分享受基本价格, 超出基本用水量的部分实行超价收费. 为对基本用水量进行决策, 随机抽查 2000 户居民家庭每户每月用水量的数据, 整理绘制出下面的统计表:

每户每月用水量 (m³)	32 及以下	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43 及以上
户数 (户)	200	160	180	220	240	210	190	100	170	120	100	110

(1) 为确保 70% 的居民家庭每户每月的基本用水量需求, 那么每户每月的基本用水量最低应确定为多少立方米?

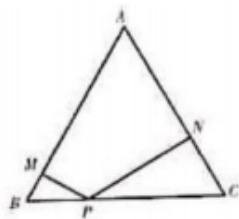
(2) 若将(1)中确定的基本用水量及其以内的部分按每立方米1.8元交费, 超过基本用水量的部分按每立方米2.5元交费. 设 x 表示每户每月用水量(单位: m^3), y 表示每户每月应交水费(单位: 元), 求 y 与 x 的函数关系式;

(3) 某户家庭每月交水费是80.9元, 请按以上收费方式计算该家庭当月用水量是多少立方米?

26. 在边长为2的等边三角形 ABC 中, P 是 BC 边上任意一点, 过点 P 分别作 $PM \perp AB$, $PN \perp AC$, M 、 N 分别为垂足.

(1) 求证: 不论点 P 在 BC 边的何处时都有 $PM + PN$ 的长恰好等于三角形 ABC 一边上的高;

(2) 当 BP 的长为何值时, 四边形 $AMPN$ 的面积最大, 并求出最大值.



2017 年宁夏中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. C. 2. A. 3. C. 4. B. 5. D. 6. B. 7. D. 8. B.

二、填空题（每题 3 分，满分 24 分，将答案填在答题纸上）

9. $2(a+2)(a-2)$. 10. $\sqrt{3}-a$ 11. $\frac{2}{5}$. 12. 4. 13. 105° . 14. 8. 15. 5.
16. 22.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 36 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

$$17. \text{解: } \begin{cases} 3x+6 \geq 5(x-2) \text{ ①} \\ \frac{x-5}{2} - \frac{4x-3}{3} < 1 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得: $x \leq 8$,

由②得: $x > -3$,

则不等式组的解集为 $-3 < x \leq 8$.

$$18. \text{解: } (x+3)^2 - 4(x-3) = (x-3)(x+3)$$

$$x^2+6x+9-4x+12=x^2-9,$$

$$x = -15,$$

$$\text{令 } x = -15 \text{ 代入 } (x-3)(x+3) \neq 0,$$

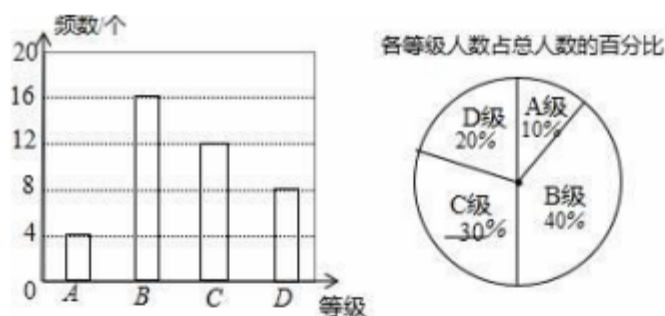
$\therefore$ 原分式方程的解为: $x = -15$,

$$19. \text{解: } (1) 4 \div 10\% = 40 \text{ (人)},$$

$$C \text{ 等级的人数 } 40 - 4 - 16 - 8 = 12 \text{ (人)},$$

$$C \text{ 等级的人数所占的百分比 } 12 \div 40 = 30\%.$$

两个统计图补充如下:



(2) $9 \times 10\% + 8 \times 40\% + 7 \times 30\% + 6 \times 20\% = 7.4$ (分) ;

(3) 列表为:

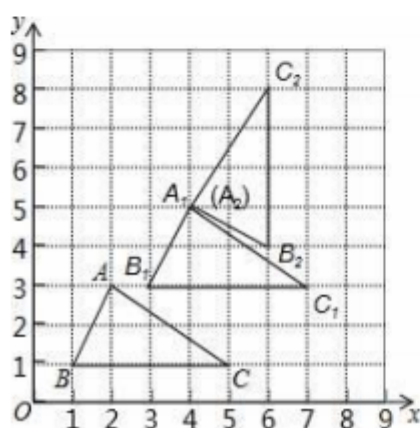
	男 1	男 2	女 1	女 2
男 1	- -	男 2 男 1	女 1 男 1	女 2 男 1
男 2	男 1 男 2	- -	女 1 男 2	女 2 男 2
女 1	男 1 女 1	男 2 女 1	- -	女 2 女 1
女 2	男 1 女 2	男 2 女 2	女 1 女 2	- -

由上表可知, 从 4 名学生中任意选取 2 名学生共有 12 种等可能结果, 其中恰好选到 1 名男生和 1 名女生的结果有 8 种,

所以恰好选到 1 名男生和 1 名女生的概率 $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

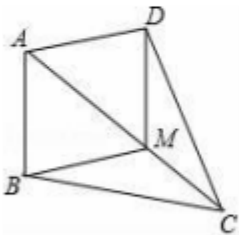
20. 解: (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;

(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.



21. 证明: $\because AB \parallel DM$,

$\therefore \angle BAM = \angle AMD$,
 $\because \triangle ADC$ 是由 $\triangle ABC$ 翻折得到,
 $\therefore \angle CAB = \angle CAD$, $AB = AD$, $BM = DM$,
 $\therefore \angle DAM = \angle AMD$,
 $\therefore DA = DM = AB = BM$,
 $\therefore$ 四边形 $ABMD$ 是菱形.



22. 解: (1) 设 A 种商品每件的进价为 x 元, B 种商品每件的进价为 y 元,

根据题意得:
$$\begin{cases} 30x + 40y = 3800 \\ 40x + 30y = 3200 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$$
.

答: A 种商品每件的进价为 20 元, B 种商品每件的进价为 80 元.

(2) 设购进 B 种商品 m 件, 获得的利润为 w 元, 则购进 A 种商品 $(1000 - m)$ 件,

根据题意得: $w = (30 - 20)(1000 - m) + (100 - 80)m = 10m + 10000$.

$\because$ A 种商品的数量不少于 B 种商品数量的 4 倍,

$\therefore 1000 - m \geq 4m$,

解得: $m \leq 200$.

$\because$ 在 $w = 10m + 10000$ 中, $k = 10 > 0$,

$\therefore w$ 的值随 m 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $m = 200$ 时, w 取最大值, 最大值为 $10 \times 200 + 10000 = 12000$,

$\therefore$ 当购进 A 种商品 800 件、B 种商品 200 件时, 销售利润最大, 最大利润为 12000 元.

四、解答题 (本大题共 4 小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

23. (1) 证明: $\because$ Rt $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\because \angle AEC = \angle ABC, \angle BEC = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BEC,$$

即 EC 平分 $\angle AEB$;

(2) 解: 如图, 设 AB 与 CE 交于点 M.

$\because$ EC 平分 $\angle AEB$,

$$\therefore \frac{AM}{MB} = \frac{AE}{EB}.$$

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ,$$

$\because$ 以 AB 为直径的圆经过点 E,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle BAE = \frac{BE}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AE = \sqrt{3}BE,$$

$$\therefore \frac{AM}{MB} = \frac{AE}{EB} = \sqrt{3}.$$

作 $AF \perp CE$ 于 F, $BG \perp CE$ 于 G.

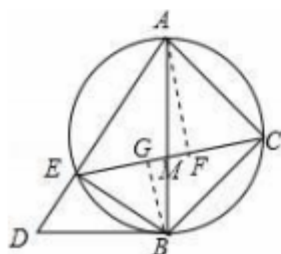
在 $\triangle AFM$ 与 $\triangle BGM$ 中,

$$\because \angle AFM = \angle BGM = 90^\circ, \angle AMF = \angle BMG,$$

$$\therefore \triangle AFM \sim \triangle BGM,$$

$$\therefore \frac{AF}{BG} = \frac{AM}{MB} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACE}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{\frac{1}{2}CE \cdot AF}{\frac{1}{2}CE \cdot BG} = \frac{AF}{BG} = \sqrt{3}.$$



24. 解：（1） $\because y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象分别交于点 A ($m, 3$) 和点 B ($6, n$)，

$$\therefore m=2, n=1,$$

$$\therefore A(2, 3), B(6, 1),$$

$$\text{则有} \begin{cases} 2k+b=3 \\ 6k+b=1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 AB 的解析式为 } y=-\frac{1}{2}x+4$$

（2）如图①当 $PA \perp OD$ 时， $\because PA \parallel CC$ ，

$$\therefore \triangle ADP \sim \triangle CDO,$$

此时 $p(2, 0)$ 。

②当 $AP' \perp CD$ 时，易知 $\triangle P'DA \sim \triangle CDO$ ，

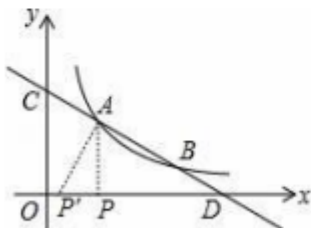
$$\because \text{直线 AB 的解析式为 } y=-\frac{1}{2}x+4,$$

$$\therefore \text{直线 } P'A \text{ 的解析式为 } y=2x-1,$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 解得 } x=\frac{1}{2},$$

$$\therefore P'(\frac{1}{2}, 0),$$

综上所述，满足条件的点 P 坐标为 $(2, 0)$ 或 $(\frac{1}{2}, 0)$ 。



25. 解：（1） $200+160+180+220+240+210+190=1400$ （户），

$$2000 \times 70\% = 1400 \text{（户）},$$

$\therefore$ 基本用水量最低应确定为多 38m^3 。

答：为确保 70% 的居民家庭每户每月的基本用水量需求，那么每户每月的基本用水量最低应确定为 38 立方米。

(2) 设 x 表示每户每月用水量 (单位: m^3), y 表示每户每月应交水费 (单位: 元),

当 $0 \leq x \leq 38$ 时, $y = 1.8x$;

当 $x > 38$ 时, $y = 1.8 \times 38 + 2.5(x - 38) = 2.5x - 26.6$.

综上所述: y 与 x 的函数关系式为 $y = \begin{cases} 1.8x & (0 \leq x \leq 38) \\ 2.5x - 26.6 & (x > 38) \end{cases}$.

(3) $\because 1.8 \times 38 = 68.4$ (元), $68.4 < 80.9$,

$\therefore$ 该家庭当月用水量超出 38 立方米.

当 $y = 2.5x - 26.6 = 80.9$ 时, $x = 43$.

答: 该家庭当月用水量是 43 立方米.

26. 解: (1) 连接 AP , 过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D ,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = AC$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ACP}$,

$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2}AB \cdot PM + \frac{1}{2}AC \cdot PN$,

$\therefore PM + PN = CD$,

即不论点 P 在 BC 边的何处时都有 $PM + PN$ 的长恰好等于三角形 ABC 一边上的高;

(2) 设 $BP = x$, 则 $CP = 2 - x$,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ$,

$\because PM \perp AB$, $PN \perp AC$,

$\therefore BM = \frac{1}{2}x$, $PM = \frac{\sqrt{3}}{2}x$, $CN = \frac{1}{2}(2 - x)$, $PN = \frac{\sqrt{3}}{2}(2 - x)$,

$\therefore$ 四边形 $AMPN$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times (2 - \frac{1}{2}x) \times \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2} \times [2 - \frac{1}{2}(2 - x)] \times \frac{\sqrt{3}}{2}(2 - x) =$
 $= \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{4}(x - 1)^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}$,

$\therefore$ 当 $BP = 1$ 时, 四边形 $AMPN$ 的面积最大, 最大值是 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

