

## 2018 考研数学一真题

### 一、选择题

(1) 下列函数中, 在  $x=0$  处不可导的是

(A)  $f(x) = |x|\sin|x|$  (B)  $f(x) = |x|\sin\sqrt{|x|}$

(C)  $f(x) = \cos|x|$  (D)  $f(x) = \cos\sqrt{|x|}$

(2) 过点  $(1, 0, 0)$  与  $(0, 1, 0)$ , 且与  $z = x^2 + y^2$  相切的平面方程为

A.  $z=0$  与  $x+y-z=1$  B.  $z=0$  与  $2x+2y-z=2$

C.  $y=x$  与  $x+y-z=1$  D.  $y=x$  与  $2x+2y-z=2$

(3)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+3}{(2n+1)!} =$

A.  $\sin 1 + \cos 1$  B.  $2\sin 1 + \cos 1$  C.  $3\sin 1 + \cos 1$  D.  $3\sin 1 + 2\cos 1$

4. 设  $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+x)^2}{1+x^2} dx$ ,  $N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+x}{e^x} dx$ ,  $K = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sqrt{\cos x}) dx$ , 则

(A)  $M > N > K$  (B)  $M > K > N$  (C)  $K > M > N$  (D)  $K > N > M$

(5) 下列矩阵中, 与矩阵  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  相似的为\_\_\_\_\_.

A.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(6) 设  $A, B$  为  $n$  阶矩阵, 记  $r(X)$  为矩阵  $X$  的秩,  $\begin{pmatrix} X & Y \end{pmatrix}$  表示分块矩阵, 则

A.  $r(A \quad AB) = r(A)$                       B.  $r(A \quad BA) = r(A)$

C.  $r(A \quad B) = \max\{r(A), r(B)\}$       D.  $r(A \quad B) = r(A^T \quad B^T)$

(7) 设  $f(x)$  为某分部的概率密度函数,  $f(1+x) = f(1-x)$ ,  $\int_0^2 f(x)dx = 0.6$ , 则  $p\{X, 0\} =$  \_\_\_\_\_.

- A. 0.2      B. 0.3      C. 0.4      D. 0.6

(8) 给定总体  $X : N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  已知, 给定样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 对总体均值  $\mu$  进行检验, 令  $H_0 : \mu = \mu_0, H_1 : \mu \neq \mu_0$ , 则

- A. 若显著性水平  $\alpha = 0.05$  时拒绝  $H_0$ , 则  $\alpha = 0.01$  时也拒绝  $H_0$ .
- B. 若显著性水平  $\alpha = 0.05$  时接受  $H_0$ , 则  $\alpha = 0.01$  时拒绝  $H_0$ .
- C. 若显著性水平  $\alpha = 0.05$  时拒绝  $H_0$ , 则  $\alpha = 0.01$  时接受  $H_0$ .
- D. 若显著性水平  $\alpha = 0.05$  时接受  $H_0$ , 则  $\alpha = 0.01$  时也接受  $H_0$ .

二、填空题

(9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \right)^{\frac{1}{\sin kx}} = e$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_

(10)  $y = f(x)$  的图像过  $(0,0)$ , 且与  $y = a^x$  相切于  $(1,2)$ , 求  $\int_0^1 xf'(x)dx =$  \_\_\_\_\_

(11)  $F(x, y, z) = xyz\epsilon - yz\eta + xzk$ , 求  $\text{rot} F(1,1,0) =$  \_\_\_\_\_

(12) 曲线  $S$  由  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  与  $x + y + z = 0$  相交而成, 求  $\int \sqrt{xy} dS =$  \_\_\_\_\_

(13) 二阶矩阵  $A$  有两个不同特征值,  $\alpha_1, \alpha_2$  是  $A$  的线性无关的特征向量,  $A^2(\alpha_1 + \alpha_2) = (\alpha_1 + \alpha_2)$ , 则  $|A| =$  \_\_\_\_\_

三、解析题

(14) A,B 独立, A,C 独立,  $BC \neq \phi$ ,  $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(AC|A \cup C) = \frac{1}{4}$ , 则  $P(C) =$

(15) . 求不定积分  $\int e^{2x} \arctan \sqrt{e^x - 1} dx$

(16) . 一根绳长 2m, 截成三段, 分别折成圆、三角形、正方形, 这三段分别为多长是所得的面积总和最小, 并求该最小值。

(17) .  $x = \sqrt{1-3y^2-3z^2}$  取正面, 求  $\iint_{\Sigma} x dy dz + (y^3 + z) dx dz + z^3 dx dy$

(18) 微分方程  $y' + y = f(x)$

(I) 当  $f(x) = x$  时, 求微分方程的通解.

(II) 当  $f(x)$  为周期函数时, 证微分方程有通解与其对应, 且该通解也为周期函数.

(19) 数列  $\{x_n\}$ ,  $x_1 > 0$ ,  $x_n e^{x_{n+1}} = e^{x_n} - 1$ . 证:  $\{x_n\}$  收敛, 并求  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ .

(20) 设实二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 + x_3)^2 + (x_2 + x_3)^2 + (x_1 + ax_3)^2$ , 其中 a 是参数,

(I) 求  $f(x_1, x_2, x_3) = 0$  的解

(II) 求  $f(x_1, x_2, x_3)$  的规范形

(21) 已知 a 是常数, 且矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & -a \end{bmatrix}$  可经初等变换化为矩阵  $B = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(I) 求 a

(II) 求满足  $AP = B$  的可逆矩阵 P

(22) X, Y 随机变量相互独立,  $P\{X = 1\} = y_1$ ,  $P\{X = -1\} = y_2$ , Y 服从  $\lambda$  的泊松分布.

$Z = X Y$

(1) 求  $\text{cov}(X, Z)$ .

(2) 求 Z 得概率分布.

(23)  $X_1, X_2, \dots, X_n$  来自总体 X 的分布,  $f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x|}{\sigma}}$  ( $\sigma$  未知,  $-\infty < x < +\infty$ ).

(1) 求  $\sigma$  得极大似然估计.

(2) 求  $E(\hat{\sigma})$ ,  $D(\hat{\sigma})$ .

新东方网考研

新东方<sup>™</sup>  
XDF.CN

新东方网考研

新东方<sup>™</sup>  
XDF.CN

新东方网考研

新东方<sup>™</sup>  
XDF.CN