2018 年全国硕士研究生入学统一考试

数学（三）试题

1、下列函数中，在 $x=0$ 处不可导的是

(A) $f(x)=|x|\sin|x|$ (B) $f(x)=|x|\sin\sqrt{|x|}$

(C) $f(x)=\cos|x|$ (D) $f(x)=\cos\sqrt{|x|}$

2、已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导，且 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=0$，则

(A)当 $f'(x)<0$ 时，$f(\frac{1}{2})<0$ (B)当 $f''(x)<0$ 时，$f(\frac{1}{2})<0$

(C)当 $f'(x)>0$ 时，$f(\frac{1}{2})<0$ (D)当 $f''(x)>0$ 时，$f(\frac{1}{2})<0$

3、设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1+x)^2}{1+x^2}\mathrm{d}x$，$N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x$，$K=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\sqrt{\cos x})\mathrm{d}x$，则

(A) $M>N>K$ (B) $M>K>N$ (C) $K>M>N$ (D) $K>N>M$

4、？？前 4 个题忘了一个，顺序也有点不确定

5、下列矩阵中，与矩阵 $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$ 相似的是

(A) $\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

6、设 A,B 为 n 阶矩阵，记 $r(X)$ 为矩阵 X 的秩，$(X\ Y)$ 表示分块矩阵，则

(A) $r(A\ AB)=r(A)$ (B) $r(A\ BA)=r(A)$

(C) $r(A\ B)=\max\{r(A),r(B)\}$ (D) $r(A\ B)=r(A^T\ B^T)$

7、设 $f(x)$ 为某分部的概率密度函数，$f(1+x)=f(1-x)$，$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=0.6$，则

$p\{X\leqslant 0\}=$____________.

A. 0.2 B. 0.3 C. 0.4 D. 0.6

8、已知 $X_1,X_2,\ldots X_n$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}$，$S^*=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}$，则()

（A）$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S}\sim t(n)$　（B）$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S}\sim t(n-1)$

（C）$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S^*}\sim t(n)$　（D）$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S^*}\sim t(n-1)$

（9）$f(x)=x^2+2\ln x$ 在其拐点处的切线方程为______________.

（10）$\int e^x \arcsin\sqrt{1-e^{2x}}\,dx=$______________.

（11）差分方程 $\Delta^2 y_x - y_x = 5$ 的解为______________.

（12）已知“空”且 $f(x+\Delta x)-f(x)=2xf(x)\Delta x+o(\Delta x), f(0)=2$，则 $f(1)=$

______________.

（13）设 A 为 3 阶矩阵，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为线性无关的向量组，若 $A\alpha_1=2\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$，

$A\alpha_2=\alpha_2+2\alpha_3$，$A\alpha_3=-\alpha_2+\alpha_3$，则 A 的实特征值为______

（14） 已知事件 A,B,C 相互独立，且 $p(A)=p(B)=p(C)=\frac{1}{2}$，

则 $p(AC\mid A\cup B)=$______________.

（15）已知 $\lim\limits_{x\to+\infty}[(ax+b)e^{\frac{1}{x}}-x]=2$，求$a,b$

（16）求 $\iint\limits_D x^2dxdy$，D由$y=\sqrt{3(1-x^2)}$与$y=\sqrt{3}x$，y轴围成。

（17）一根绳长 2m，截成三段，分别折成圆、正方形、正三角形，这三段分别为多长时所得的面积总和最小，并求该最小值。

（18）已知 $\cos 2x-\frac{1}{(1+x)^2}=\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$，求$a_n$

（19）已知数列$\{x_n\}$满足，$x_1>0$，$x_ne^{x_{n+1}}=e^{x_n}-1, n=1,2,\cdots$.证明：数列$\{x_n\}$收敛，

并求$\lim_{n\to\infty} x_n$.

（20）设实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1-x_2+x_3)^2+(x_2+x_3)^2+(x_1+ax_3)^2$,其中 a 是参数，求：

（I）求 $f(x_1,x_2,x_3)=0$的解

（II）求 $f(x_1,x_2,x_3)$的规范形

（21）已知 a 是常数，且矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&2&a\\1&3&0\\2&7&-a\end{bmatrix}$可经初等变换化为矩阵 $B=\begin{bmatrix}1&a&2\\0&1&1\\-1&1&1\end{bmatrix}$

（I）求 a

（II）求满足$AP=B$的可逆矩阵 P

22.已知随机变量X,Y相互独立，且$p(X=1)=p(X=-1)=\frac{1}{2}$，$Y$服从参数为$\lambda$的泊松分布，$Z=XY$

(1)求$COV(X,Z)$;

(2)求Z的分布律.

23.已知总体 X 的密度函数为 $f(x,\sigma)=\frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}},-\infty<x<+\infty$ $X_1,X_2,\ldots X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，σ为大于 0 的参数，σ的最大似然估计量为$\hat{\sigma}$

（1）求$\hat{\sigma}$；

（2）求$E\hat{\sigma}$，$D\hat{\sigma}$；