

太原市 2017~2018 学年第一学期期末考试

八年级数学

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. $\sqrt[3]{8}$ 的值为 ()

A. ± 2

B. 2

C. -2

D. $2\sqrt{2}$

【答案】 B

【考点】 立方根的运算

【解析】 $\sqrt[3]{8} = 2$

2. 已知正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 $(1, -2)$, 则此函数的关系式为 ()

A. $y=-2x$

B. $y=2x$

C. $y=-\frac{1}{2}x$

D. $y=\frac{1}{2}x$

【答案】 A

【考点】 待定系数法求解析式

【解析】 将点 $(1, -2)$ 代入 $y=kx$, 得 $k=-2$, 故选 A

3. 在平面直角坐标系中, 与点 $P(3, -2)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 ()

A. $(3, 2)$

B. $(-3, -2)$

C. $(-3, 2)$

D. $(-2, 3)$

【答案】 B

【考点】 平面直角坐标系中点的对称

【解析】 根据对称性知, 点 $P(3, -2)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 $(-3, -2)$

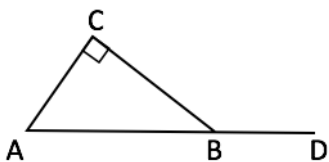
4. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=55^\circ$, 点 D 是 AB 延长线上得一点, $\angle CBD$ 的度数是 ()

A. 125°

B. 135°

C. 145°

D. 155°



【答案】 C

【考点】 外角性质

【解析】 由外角性质知， $\angle CBD = \angle ACB + \angle A = 90^\circ + 55^\circ = 145^\circ$

5. 若 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 4x + 7y = 13 \end{cases}$ ，则 $x + y$ 的值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】 A

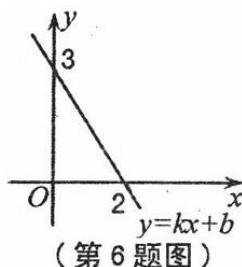
【考点】 解二元一次方程组

【解析】 由二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 5 & \text{①} \\ 4x + 7y = 13 & \text{②} \end{cases}$ ，则①+②，得 $6x + 6y = 18$ ，故 $x + y = 3$

故选 A

6. 如图，已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴， y 轴分别交于点 $(2, 0)$ ，点 $(0, 3)$ 。有下列结论：①关于 x 的方程 $kx + b = 0$ 的解为 $x = 2$ ；②关于 x 的方程 $kx + b = 3$ 的解为 $x = 0$ ；③当 $x > 2$ 时， $y < 0$ ；④当 $x < 0$ 时， $y < 3$ 。其中正确的是 ()

- A. ①②③ B. ①③④ C. ②③④ D. ①②④



【答案】 A

【考点】 一次函数的图象与性质

【解析】 由一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴, y 轴分别交于点 $(2,0)$, 点 $(0,3)$,

则令 $y=0$, 得 $kx+b=0$ 的解为 $x=2$, 故①对;

令 $y=3$, 得 $kx+b=3$ 的解为 $x=0$, 故②对;

由一次函数 $y=kx+b$ 的图像知, $k<0$, 故 y 随 x 的增大而减小,

所以, 当 $x>2$ 时, $y<0$, 故③对; 当 $x<0$ 时, $y>3$, 故④错

故选 A

7. 某单位要购买一批直径为 10mm 的螺丝, 先从甲、乙、丙、丁四个加工厂生产的同类螺丝中各随机抽取 20 个进行测量。下表记录了这些螺丝直径的平均数和方差:

	甲	乙	丙	丁
平均数(mm)	9.96	10.07	9.96	10.07
方差	0.016	0.058	0.008	0.023

根据表中数据, 应选择购买的厂家是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【答案】 C

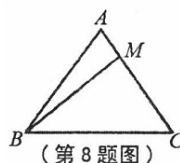
【考点】 数据统计---平均数和方差

【解析】 因为购买的螺丝直径标准为 10mm, 所以平均数越接近 10 越好, 故在甲, 丙中选择;

方差越小越稳定, $s_{甲}^2 > s_{丙}^2$, 所以应选丙。故选 C

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M 是 AC 边上一个动点。若 $AB=AC=10$, $BC=12$, 则 BM 的最小值为 ()

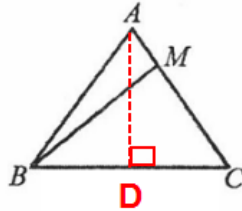
- A. 8 B. 9.6 C. 10 D. $4\sqrt{5}$



【答案】 B

【考点】 三角形等面积法的应用

【解析】



如图，过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D，由等腰三角形三线合一可得： $BD=CD=6$

在 $Rt\triangle ABD$ 中， $AB=10$ ， $BD=6$ ，由勾股定理知 $AD^2+BD^2=AB^2$ ，

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 8$$

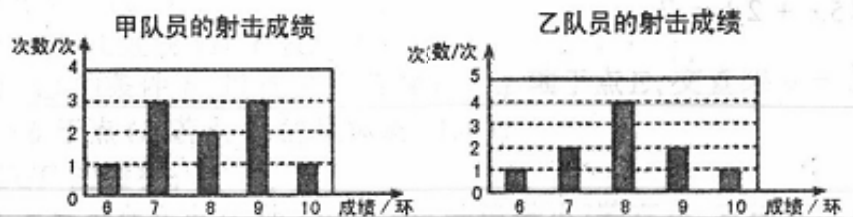
\therefore 点 M 是 AC 边上一个动点，则 BM 的最小值为点 B 到线段 AC 的距离

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} AC \cdot BM, \text{ 即 } AD \cdot BC = AC \cdot BM$$

$$\therefore BM = \frac{AD \cdot BC}{AC} = \frac{8 \times 12}{10} = 9.6, \text{ 故选 B}$$

9. 下面的统计图表示某体校射击队甲、乙两名队员射击比赛的成绩，根据统计图中的信息可得，下列结论正确的是

()



A. 甲队员成绩的平均数比乙队员的大

B. 乙队员成绩的平均数比甲队员的大

C. 甲队员成绩的中位数比乙队员的大

D. 甲队员成绩的方差比乙队员的大

【答案】 D

【考点】 加权平均数的计算

【解析】 甲队员射击成绩的平均数： $\frac{6+7 \times 3+8 \times 2+9 \times 3+10}{10} = 8$

$$\text{乙队员射击成绩的平均数} : \frac{6+7 \times 2+8 \times 4+9 \times 2+10}{10} = 8$$

∴甲队员和乙队员的射击成绩平均数一样大，A、B 均错误

由图可知，甲队员射击成绩的中位数是：8

乙队员射击成绩的中位数是：8 ∴甲乙队员成绩的中位数一样，C 错误。

$$\text{甲队员成绩的方差} : \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 \times 3 + (8-8)^2 \times 2 + (9-8)^2 \times 3 + (10-8)^2}{10} = 1.4$$

$$\text{乙队员成绩的方差} : \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 \times 2 + (8-8)^2 \times 4 + (9-8)^2 \times 2 + (10-8)^2}{10} = 1.2$$

∴D 正确

10. 从 A 地到 B 地有一段上坡路和一段平路，如果车辆保持上坡每小时行驶 30km，平路每小时行驶 50km，下坡每小时行驶 60km，那么车辆从 A 地到 B 地需要 48 分钟，从 B 地到 A 地需要 27 分钟，问 A，B 两地之间的坡路和平路各有多少千米？若设 A，B 两地之间的坡路为 xkm，平路为 ykm，根据题意可列方程组为（ ）

$$\text{A. } \begin{cases} \frac{x}{30} + \frac{y}{50} = 48 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{50} = 27 \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} \frac{x}{30} + \frac{y}{50} = 27 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{50} = 48 \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} \frac{x}{30} + \frac{y}{50} = 0.45 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{50} = 0.8 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} \frac{x}{30} + \frac{y}{50} = 0.8 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{50} = 0.45 \end{cases}$$

【答案】 D

【考点】 二元一次方程组的实际应用

【解析】 先统一单位：27 分钟=0.45 小时 48 分钟=0.8 小时

从 A 地到 B 地总共用时 0.8 小时，即：上坡用时+平路用时=0.8

从 B 地到 A 地总共用时 0.45 小时，但需要注意的是因为和之前的行驶方向相反，所以原来的上坡此时变成了

下坡，即：下坡用时+平路用时=0.45

$$\therefore \text{可列方程组: } \begin{cases} \frac{x}{30} + \frac{y}{50} = 0.8 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{50} = 0.45 \end{cases}$$

二、填空题(本大题含5个小题,每小题2分,共10分)把答案写在题中横线上。

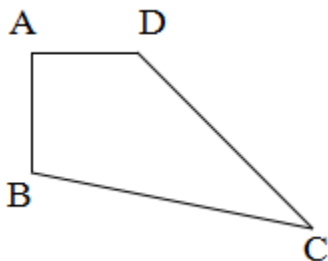
11. 把 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 化成最简二次根式为_____。

【答案】 $\frac{\sqrt{10}}{5}$

【考点】 最简二次根式的化简

【解析】 $\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

12. 如图是一块四边形绿地, 其中 $AB=4\text{m}, BC=13\text{m}, CD=12\text{m}, DA=3\text{m}, \angle A=90^\circ$, 这块绿地的面积为 m^2 。



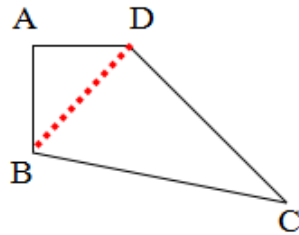
【答案】 36

【考点】 勾股定理及逆定理的应用

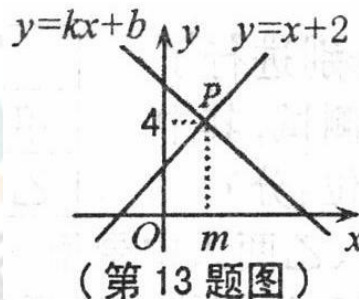
【解析】 如图所示, 连接 BD , 因为 $\angle A=90^\circ$, 所以在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

又因为 $BC=13\text{m}, CD=12\text{m}$, 所以在 $\triangle BCD$ 中, 由 $5^2 + 12^2 = 13^2$, 即 $BD^2 + CD^2 = BC^2$ 可知 $\triangle BCD$ 是直角三角形。

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的面积} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} AD \cdot AB + \frac{1}{2} BD \cdot CD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 36 \text{ m}^2$$



13.如图，一次函数 $y=kx+b$ 与 $y=x+2$ 的图象相交于点 $P(m, 4)$ ，则方程组 $\begin{cases} y=x+2 \\ y=kx+b \end{cases}$ 的解是_____。



【答案】 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

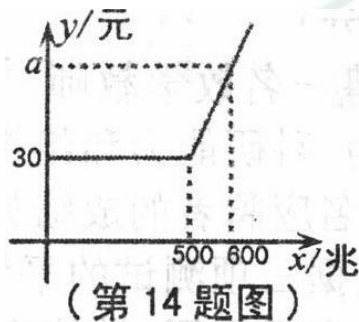
【考点】 二元一次方程组与一次函数的关系

【解析】 ∵点 $P(m, 4)$ 是 $y=x+2$ 图象上的点，∴ $m=2$ ，∴ $P(2, 4)$

点 $P(2, 4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 与 $y=x+2$ 图象的交点

∴方程组 $\begin{cases} y=x+2 \\ y=kx+b \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

14.某通讯公司的4G上网套餐每月上网费用 y (单位：元)与上网流量 x (单位：兆)的函数关系的图象如图所示，若该公司用户月上网流量超过500兆以后，每兆流量的费用为0.28元，则图中 a 的值为_____。



【答案】 58

【考点】 一次函数的实际应用

【解析】

∵该公司用户月上网流量超过 500 兆以后，每兆流量的费用为 0.28 元，

根据图象可知： $a=30+0.28 \times (600-500) = 58$ 元。

故答案为 58

15. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=15$ ， $AC=13$ ， BC 边上的高 $AD=12$ ，则边 BC 的长为_____。

【答案】 14 或 4

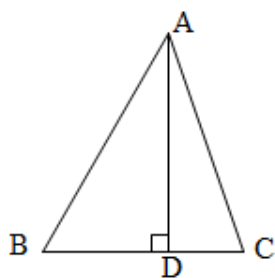
【考点】 勾股定理及三角形的分类讨论

【解析】 分两种情况：①当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时，点 D 在线段 BC 上，

$$\because AB=15, AD=12, \therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9,$$

$$\because AC=13, AD=12, \therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5,$$

$$BC = BD + CD = 9 + 5 = 14,$$

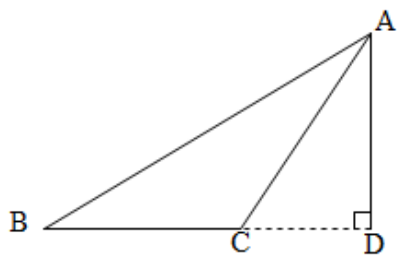


②当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时，点 D 在线段 BC 的延长线上，

$$\because AB=15, AD=12, \therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9,$$

$$\because AC=13, AD=12, \therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5,$$

$$BC = BD - CD = 9 - 5 = 4.$$



三、解答题 (本大题含 8 个小题, 共 60 分) 解答应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程。

16. 计算:(每题 4 分, 共 8 分)

(1) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{60}}{\sqrt{3}}$;

(2) $(2\sqrt{6}+\sqrt{12})\times\sqrt{3}-12\sqrt{\frac{1}{2}}$

【答案】 (1) $-\sqrt{5}$; (2) 6.

【考点】 二次根式的混合运算

(1) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{60}}{\sqrt{3}}$

(2) $(2\sqrt{6}+\sqrt{12})\times\sqrt{3}-12\sqrt{\frac{1}{2}}$

【解析】 $=\sqrt{5}-\sqrt{20}$
 $=\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
 $=-\sqrt{5}$

$= (2\sqrt{6}+2\sqrt{3})\times\sqrt{3}-6\sqrt{2}$
 $= 6\sqrt{2}+6-6\sqrt{2}$
 $= 6$

17. (本题 5 分)

解方程组: $\begin{cases} 3x-y=13, \\ 5x+2y=7. \end{cases}$

【答案】 $\begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}$

【考点】 解二元一次方程组

【解析】 解: $\begin{cases} 3x-y=13 \text{①}, \\ 5x+2y=7 \text{②}. \end{cases}$

①×2 得: $6x-2y=26$ ③

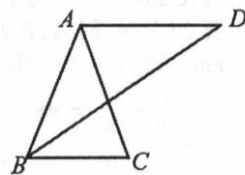
②+③得: $11x=33 \quad \therefore x=3$

将 $x=3$ 代入①中得： $3 \times 3 - y = 13 \therefore y = -4$

所以原方程组的解为： $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$

18. (本题6分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 40^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ，BD 平分 $\angle ABC$ ，且 $\angle ADB = 35^\circ$ ，求证： $AD \parallel BC$



【答案】 见解析

【考点】 平行线的证明

【解析】 证明：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 40^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$$

又 \because BD 平分 $\angle ABC$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DCB = 35^\circ$$

$$\therefore AD \parallel BC$$

19. (本题6分)

某校招聘一名数学老师，对应聘者分别进行了教学能力、科研能力和组织能力三项测试，其中甲、乙两名应聘者的成绩如右表：(单位：分)

(1) 若根据三项测试的平均成绩在甲、乙两人中录用一人，那么谁将被录用？

(2) 根据实际需要，学校将教学、科研和组织能力三项测试得分按 5:3:2 的比确定每人的最后成绩，若按此成绩在

甲、乙两人中录用一人，谁将被录用？

	教学能力	科研能力	组织能力
甲	81	85	86
乙	92	80	74

【答案】 (1) 甲 (2) 乙

【考点】 平均数、加权平均数的计算

【解析】 (1) $\bar{x}_{甲} = \frac{81+85+86}{3} = 84$ (分) $\bar{x}_{乙} = \frac{92+80+74}{3} = 82$ (分)

$\because \bar{x}_{甲} > \bar{x}_{乙}$ \therefore 甲将被录用.

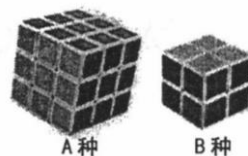
(2) 甲的成绩： $\frac{81 \times 5 + 85 \times 3 + 86 \times 2}{5+3+2} = 83.2$ (分)

乙的成绩： $\frac{92 \times 5 + 80 \times 3 + 74 \times 2}{5+3+2} = 84.8$ (分)

$\because 83.2 < 84.8$, \therefore 乙将被录取.

20. (本题6分)

学校“百变魔方”社团准备购买 A, B 两种魔方，已知购买 2 个 A 种魔方和 3 个 B 种魔方共需 95 元；购买 3 个 A 种魔方所需款数恰好等于购买 5 个 B 种魔方所需款数，求这两种魔方的单价.



【答案】 A 种魔方的单价为 25 元，B 种魔方的单价为 15 元

【考点】 二元一次方程组实际应用

【解析】 解：设 A 种魔方的单价为 x 元，B 种魔方的单价为 y 元。

$$\text{根据题意可列：} \begin{cases} 2x+3y=95 \\ 3x=5y \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} x=25 \\ y=15 \end{cases}$$

答：A 种魔方的单价为 25 元，B 种魔方的单价为 15 元

21. (本题 8 分)

甲骑自行车从 A 地出发前往 B 地，同时乙步行从 B 地出发前往 A 地，如图的折线 OPQ 和线段 EF，分别表示甲、乙两人与 A 地的距离 $y_{甲}$ 、 $y_{乙}$ 与他们所行时间 $x(h)$ 之间的函数关系，且 OP 与 EF 相交于点 M.

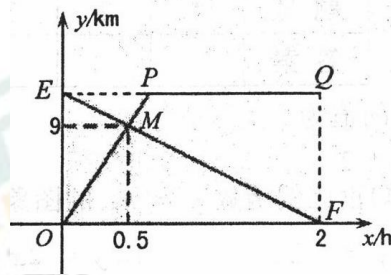
(1) 求线段 OP 对应的 $y_{甲}$ 与 x 的函数关系式 (不必注明自变量 x 的取值范围) ;

(2) 求 $y_{乙}$ 与 x 的函数关系式以及 A,B 两地之间的距离 ;

(3) 请从 A,B 两题中任选一题作答，我选择 _____ 题.

A. 直接写出经过多少小时，甲、乙两人相距 3km;

B. 设甲、乙两人的距离为 $s(km)$ ，直接写出 s 与 x 的函数关系式，并注明 x 的取值范围.



【答案】 (1) $y_{甲} = 18x$ (2) $y_{乙} = -6x + 12$, A、B 两地之间的距离是 12km.

(3) A: $\frac{3}{8}h$ 或 $\frac{5}{8}h$ B: ①当 $0 \leq x \leq 0.5$ 时, $s = -24x + 12$

②当 $0.5 < x \leq \frac{2}{3}$ 时, $s = 24x - 12$

③当 $\frac{2}{3} < x \leq 2$ 时, $s = 6x$

【考点】 一次函数实际应用--行程问题

【解析】 解: (1) 设 $y_{甲} = kx$ ，代入点 M (0.5, 9)，得 $9 = 0.5k$ ， $k = 18$

$$\therefore y_{甲} = 18x$$

(2) 设 $y_{乙} = kx + b$ ，代入点 M (0.5, 9)，点 F (2, 0) 得：

$$\begin{cases} 9 = 0.5k + b \\ 0 = 2k + b \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} k = -6 \\ b = 12 \end{cases}$$

$$\therefore y_Z = -6x + 12$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = 12,$$

\therefore A、B 两地之间的距离是 12km.

$$(3) \text{ A: } \frac{3}{8}h \text{ 或 } \frac{5}{8}h$$

$$\text{①当 } 0 \leq x \leq 0.5 \text{ 时, } -6x + 12 - 18x = 3, \text{ 解得 } x = \frac{3}{8}$$

$$\text{②当 } 0.5 < x \leq \frac{2}{3} \text{ 时, } 18x - (-6x + 12) = 3, \text{ 解得 } x = \frac{5}{8}$$

\therefore 经过 $\frac{3}{8}h$ 或 $\frac{5}{8}h$, 甲、乙两人相距 3km;

$$\text{B: ①当 } 0 \leq x \leq 0.5 \text{ 时, } s = -24x + 12$$

$$\text{②当 } 0.5 < x \leq \frac{2}{3} \text{ 时, } s = 24x - 12$$

$$\text{③当 } \frac{2}{3} < x \leq 2 \text{ 时, } s = 6x$$

$$\text{当 } y_{\text{甲}} = 12 \text{ 时, } 12 = 18x, \text{ 解得 } x = \frac{2}{3}$$

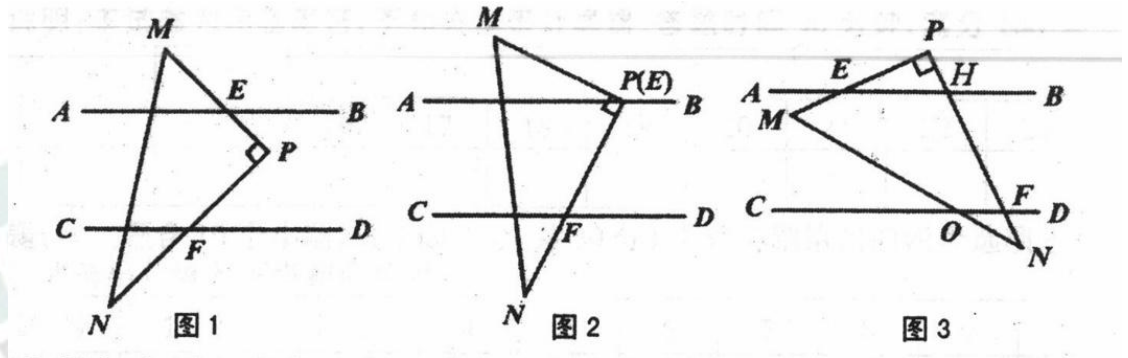
$$\text{①当 } 0 \leq x \leq 0.5 \text{ 时, } s = -6x + 12 - 18x, \therefore s = -24x + 12$$

$$\text{②当 } 0.5 < x \leq \frac{2}{3} \text{ 时, } s = 18x - (-6x + 12), \therefore s = 24x - 12$$

$$\text{③当 } \frac{2}{3} < x \leq 2 \text{ 时, } s = 12 - (-6x + 12), \therefore s = 6x$$

22.(本题 9 分)

问题情境：已知：如图 1，直线 $AB \parallel CD$ ，现将直角三角板 $\triangle PMN$ 放入图中，其中 $\angle MPN = 90^\circ$ ，点 P 始终在直线 MN 右侧。PM 交 AB 于点 E，PN 交 CD 于点 F，试探究： $\angle PFD$ 与 $\angle AEM$ 的数量关系。



(1) 特例分析：如图2，当点P在直线AB上（即点E与点P重合）时，直接写出 $\angle PFD$ 与 $\angle AEM$ 的数量关系，不必证明；

(2) 类比探究：如图1，当点P在AB与CD之间时，猜想 $\angle PFD$ 与 $\angle AEM$ 的数量关系，并说明理由；

(3) 拓展延伸：如图3，当点P在直线AB的上方时，PN交AB于点H，其他条件不变，猜想 $\angle PFD$ 与 $\angle AEM$ 的数量关系，并说明理由。

【答案】 (1) $\angle PFD + \angle AEM = 90^\circ$ (2) $\angle PFD + \angle AEM = 90^\circ$ (3) $\angle PFD - \angle AEM = 90^\circ$

【考点】 平行线的证明

【解析】

(1) 如图：

$\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle PFD = \angle APF$

$\because \angle APF + \angle AEM = 90^\circ$

$\therefore \angle PFD + \angle AEM = 90^\circ$

(2) 如图，过点P作 $PQ \parallel AB$ ，

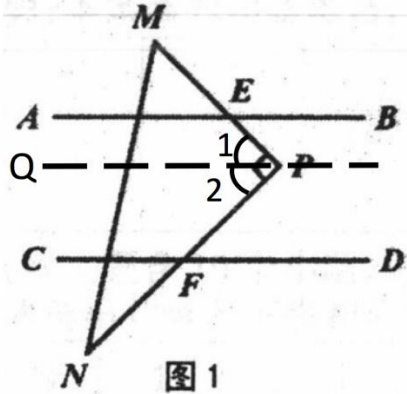
$\because AB \parallel CD, PQ \parallel AB$

$\therefore AB \parallel PQ \parallel CD$

$\therefore \angle AEM = \angle 1, \angle PFD = \angle 2$

又 $\because \angle 1 + \angle 2 = \angle MPN = 90^\circ$

$\therefore \angle PFD + \angle AEM = 90^\circ$



(3) $\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle PHB = \angle PFD$

$\because \angle PHB = \angle P + \angle PEH$ 且 $\angle P = 90^\circ$, $\angle AEM = \angle PEH$

$\therefore \angle PFD = 90^\circ + \angle AEM$

所以 $\angle PFD - \angle AEM = 90^\circ$

23. (本题 12 分)

如图 1, 平面直角坐标系中, 直线 $y = kx + b$ 与 x 轴交于点 $A(6, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 与直线 $y = 2x$ 交于点 $C(a, 4)$.

(1) 求点 C 的坐标及直线 AB 的表达式;

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 过点 E 作直线 $l \perp x$ 轴于点 E , 交直线 $y = 2x$ 于点 F , 交直线 $y = kx + b$ 于点 G , 若点 E 的坐标是 $(4, 0)$

①求 $\triangle CGF$ 的面积;

②直线 l 上是否存在点 P , 使 $OP + BP$ 的值最小? 若存在, 直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由;

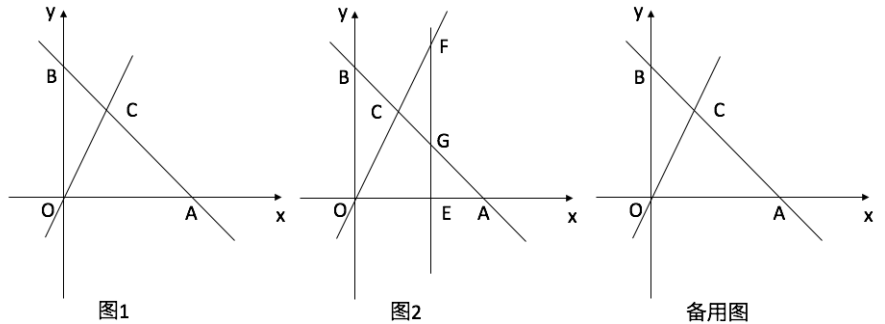
(3) 若 (2) 中的点 E 是 x 轴上的一个动点, 点 E 的横坐标为 $m (m > 0)$, 当点 E 在 x 轴上运动时,

探究下列问题：

请从 A,B 两题中任选一题作答，我选择_____题：

A.当 m 取何值时，直线 l 上存在点 Q ，使得以 A,C,Q 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 全等？请直接写出相应的 m 的值.

B.当 $\triangle BFG$ 是等腰三角形时直接写出 m 的值.



【答案】 (1) $C(2, 4)$; $y = -x + 6$ (2) ① 6 ② $(4, 3)$ (3) A. m 的值为 2 或 6 或 8

B. m 的值为 3 或 6 或 $\frac{18+6\sqrt{2}}{7}$ 或 $\frac{18-6\sqrt{2}}{7}$

【考点】 一次函数综合应用

【解析】 解：(1) \because 点 $C(a, 4)$ 在直线 $y = 2x$ 上

\therefore 将 $y = 4$ 代入直线 $y = 2x$ ，得 $x = 2$

\therefore C 点坐标为 $(2, 4)$

将 $A(6, 0)$, $C(2, 4)$ 代入直线 $y = kx + b$ ，得

$$\begin{cases} 6k + b = 0 \\ 2k + b = 4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 6 \end{cases}$$

\therefore 直线 AB 的解析式为： $y = -x + 6$

综上所述：C 点坐标为 $(2, 4)$ ；直线 AB 的解析式为： $y = -x + 6$

(2) ① \because E 点坐标为 $(4, 0)$

\therefore F 点、G 点横坐标为 4

将 $x=4$ 代入直线 $y=2x$ ，得 $y=8$

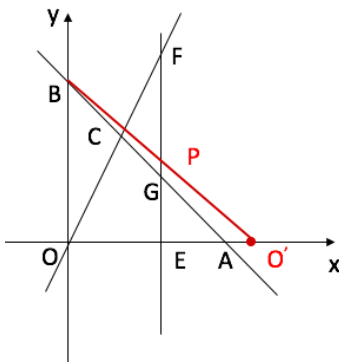
\therefore F 点坐标为 $(4, 8)$

将 $x=4$ 代入直线 $y=-x+6$ ，得 $y=2$

\therefore G 点坐标为 $(4, 2)$ ，

$$\therefore S_{\triangle CGF} = \frac{1}{2} \times (8-2) \times (4-2) = 6$$

②



作点 O 关于直线 l 的对称点 O' ，连接 $O'B$ ， $O'B$ 与直线 l 的交点即为点 P

由图易知 $O'(8, 0)$

设直线 BO' 的解析式为 $y=kx+b$

将 $B(0, 6)$ ， $O'(8, 0)$ 代入直线 $y=kx+b$ ，得

$$\begin{cases} b = 6 \\ 8k + b = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 6 \end{cases}$$

\therefore 直线 BO' 的解析式为： $y = -\frac{3}{4}x + 6$

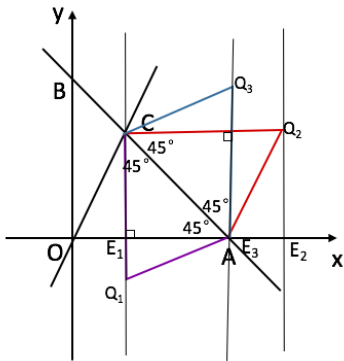
当 $x=4$ 时， $y=3$

\therefore P 点坐标为 $(4, 3)$

综上所述：① $\triangle CGF$ 的面积是 6；

② 直线 l 上存在点 $P(4, 3)$ ，使 $OP+BP$ 的值最小

(3)

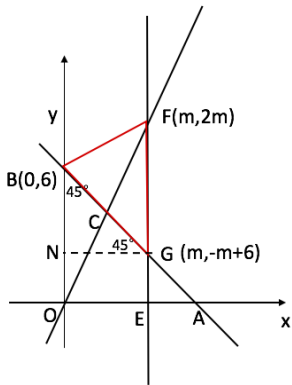


因为 $OB=OA$ ，所以 $\angle OAB=\angle OBA=45^\circ$ ， $\triangle OAC$ 中， $\angle OAC=45^\circ$ ，

如图做出 $\triangle OAC$ 的全等三角形， $\triangle ACQ$ 的位置如图所示：m 的值为 2 或 6 或 8

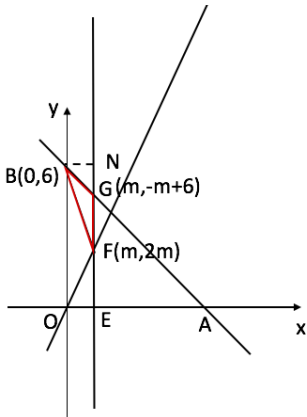
(4) 由题意可知 $B(0, 6)$ ， $F(m, 2m)$ ， $G(m, 6-m)$

①当 $GB=GF$ 时：



过点 G 作 $GN \perp y$ 轴，交 y 轴于点 N，易知 $BN=GN=m$ ， $\therefore BG=\sqrt{2}m$

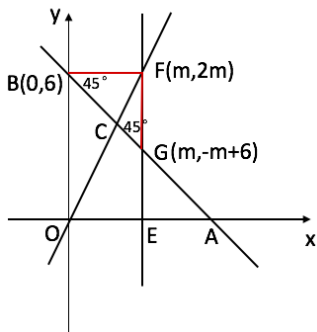
$$\therefore FG=2m-(-m+6)=3m-6 \quad \therefore \sqrt{2}m=3m-6 \quad \text{解得：} m=\frac{18+6\sqrt{2}}{7}$$



过 B 作 $BN \perp l'$ ，交直线 l' 于点 N，易知 $BN=NG=m$ ， $\therefore BG=\sqrt{2}m$

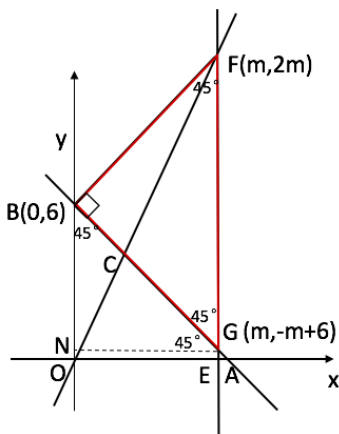
$$\therefore GF = -m + 6 - 2m = 6 - 3m \quad \therefore \sqrt{2}m = 6 - 3m \quad \text{解得：} m = \frac{18 - 6\sqrt{2}}{7}$$

② 当 $FB=FG$ 时：



$$\therefore FB = m, \quad FG = 2m - (-m + 6) = 3m - 6 \quad \therefore m = 3m - 6 \quad \text{解得：} m = 3$$

③ $BG=BF$



过 G 作 $GN \perp y$ 轴，交 y 轴于点 N，易知 $BN=GN=m$ ， $\therefore BG=\sqrt{2}m$

$\therefore \triangle BGF$ 为等腰直角三角形， $\therefore FG=\sqrt{2}BG=\sqrt{2} \times \sqrt{2}m=2m$

又 $\therefore FG=2m-(-m+6)=3m-6$ ， $\therefore 3m-6=2m$ ，解得 $m=6$ ，此时点 E 与点 A 重合

综上所述： m 的值为：3 或 6 或 $\frac{18+6\sqrt{2}}{7}$ 或 $\frac{18-6\sqrt{2}}{7}$