太原市 2017~2018 学年第一学期高二年级期末考试

数学（文）试卷分析

1.已知命题 $p:\forall x\in R,x^2\geq 0$，则 $\neg p$ 是

A． $\forall x\in R,x^2<0$　　B． $\exists x_0\in R,{x_0}^2\geq 0$　　C． $\forall x\in R,x^2\leq 0$　　D． $\exists x_0\in R,{x_0}^2<0$

考点： 逻辑联结词

答案： D

解析： 命题 $p:\forall x\in R,x^2\geq 0$，否命题 $\neg p$ 就是 $\exists x_0\in R,{x_0}^2<0$.

故选 D

2.椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$的短轴长为

A． 4　　B． 6　　C． 8　　D． 10

考点： 椭圆的定义

答案： C

解析： 根据椭圆的定义，短轴长为 $2b$

根据条件，$b=4,2b=8$，因此是短轴长为 8.

故选 C

3.已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x+\cos x$,则 $f'(0)=$

A． $-\frac{1}{2}$　　B． $\frac{1}{2}$　　C． 1　　D． $\frac{3}{2}$

考点： 导数的计算

答案： B

解析： $f(x)=\frac{1}{2}x+\cos x$，则 $f'(x)=\frac{1}{2}-\sin x$，$f'(0)=\frac{1}{2}$.

故选 B

4.已知空间直线 a,b,c，且 $a//b$，则“$b//c$”是“$c//a$”的

A.充分不必要条件　　　　B.必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

考点： 充分与必要条件的判断

答案： C

解析： 充分性：由 $a//b$，$b//c$，根据平行的传递性可得 $c//a$；

必要性：由 $a//b$，$c//a$，根据平行的传递性可得 $b//c$.

故选 C

5.抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(1,0)$　　C. $(2,0)$　　D. $(0,2)$

考点： 抛物线的性质

答案： B

解析：

$\because y^2=4x$ 是焦点在 x 轴正半轴的抛物线的标准方程，

$\therefore p=2$，焦点坐标为 $(1,0)$.

故选 B.

6.函数 $f(x)=xe^x$ 的单调减区间是（　　）

A. $(-\infty,1]$　　B. $[-1,+\infty)$　　C. $[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]$

考点： 函数的单调性

答案： D

解析： 由函数 $f(x)=xe^x$，得 $f'(x)=e^x+xe^x=e^x(1+x)$，

令 $f'(x)\le 0$，即 $e^x(1+x)\le 0$，

$\because e^x>0$，$\therefore 1+x\le 0$，得 $x\le -1$.

故选 D.

7.已知双曲线的一个顶点是$(1,0)$，其渐近线方程为$y=\pm 2x$，则该双曲线的标准方程为（　　）

A. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $y^2-\frac{x^2}{4}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　D. $\frac{y^2}{4}-x^2=1$

考点： 双曲线的基本性质

答案： A

解析：

$\because$双曲线的顶点为$(1,0)$，$\therefore$焦点在x轴，排除B、D.

又$\because$渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，$\therefore\frac{b}{a}=2$.

故选A.

8.已知函数$f(x)=ax^2+2x+c$在$(1,+\infty)$上单调递减，则实数a的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-1)$　　B. $(-\infty,-1]$　　C. $(-1,0)$　　D. $[-1,0)$

考点： 函数的恒成立问题

答案： B

解析：

由$f(x)=ax^2+2x+c$，得$f'(x)=2ax+2$.

$\because$函数$f(x)=ax^2+2x+c$在$(1,+\infty)$上单调递减，

$\therefore f'(x)\le 0$在$(1,+\infty)$上恒成立，即$2ax+2\le 0$，$a\le -\frac{1}{x}$，

$\therefore a\le\left[-\frac{1}{x}\right]_{\min}$，$a\le -1$.

故选B.

9.已知命题“$\forall x\in[1,2], x^2-2ax+1>0$”是真命题，则实数 a 的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,\frac{5}{4})$　　B．$(\frac{5}{4},+\infty)$　　C．$(-\infty,1)$　　D．$(1,+\infty)$

考点： 命题逻辑

答案： C

解析：

令 $f(x)=x^2-2ax+1$，$f(x)$开口向上。“$\forall x\in[1,2], x^2-2ax+1>0$”是真命题，即对于任意的 $x\in[1,2]$，均满足“$x^2-2ax+1>0$.

可分下面三种情况进行讨论：

① $\begin{cases}-\frac{-2a}{2}\le 1\\ 1-2a+1>0\end{cases}$　解得 $a<1$.

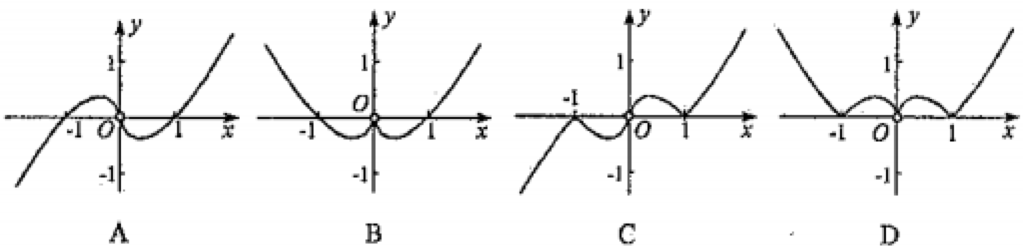
② $\begin{cases}-\frac{-2a}{2}\ge 2\\ 4-4a+1>0\end{cases}$　此方程组无解.

③ $\begin{cases}1<-\frac{-2a}{2}<2\\ a^2-2a^2+1>0\end{cases}$　此方程组无解.

因此满足条件的 a 的取值范围为 $(-\infty,1)$.

故选 C

10.函数 $f(x)=x\ln|x|$ 的图像大致为（　　）



考点： 函数图像

答案： A

解析：

$f(-x)=-x\ln|-x|=-f(x)$, $\therefore f\left(x\right)$为奇函数，排除选项 B,D.

当 $x\in(0,1)$时，$\ln\left|x\right|<0$，此时 $f\left(x\right)<0$.

故选 A

11.已知直线 $y=kx+2$与双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$相交于 A,B两个不同点，则实数 k的取值范围是（　　）

A．$(-\frac{\sqrt{7}}{2},\frac{\sqrt{7}}{2})$　　B．$(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$

C．$(-\frac{\sqrt{7}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$　　D．$(-\frac{\sqrt{7}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})\cup(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})\cup(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{7}}{2})$

考点： 直线与双曲线的位置关系

答案： D

解析：

直曲联立，由 $\begin{cases} y=k+2 \\ \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1 \end{cases} \Rightarrow (3-4k^2)x^2-16k^2-28=0$

又直线 $y=kx+2$与双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$相交于 A,B两个不同点

故 $\begin{cases} 3-4k^2\neq 0 \\ \Delta=(-16k)^2-4\times(-28)\times(3-4k^2)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k\neq\pm\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{7}}{2}<k<\frac{\sqrt{7}}{2} \end{cases}$,

综上所述，实数 k的取值范围是 $(-\frac{\sqrt{7}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})\cup(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})\cup(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{7}}{2})$.

故选 D

12.已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 底面 ABC，$AB\perp AC$，$AB=AC$，点 P 是侧面 ABB_1A_1 内的动点，点 P 到棱 AC 的距离等于到平面 BCC_1B_1 的距离，则动点 P 的轨迹是（　　）

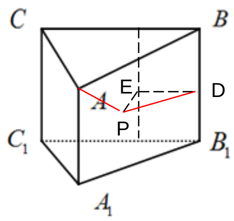
A.抛物线的一部分　　B.椭圆的一部分

C.双曲线的一部分　　D.直线的一部分

考点： 线面垂直的证明，椭圆的第二定义

答案： B

解析：



在平面 ABB_1A_1 内任取一点 P，连接 PA，

由 $AA_1\perp$ 底面 ABC，$AC\subset$ 面 ABC，可得 $AC\perp AA_1$

又 $AB\perp AC$，则 $AC\perp$ 面 ABB_1A_1，

$PA\subset$ 面 ABB_1A_1，故 $PA\perp AC$，即点 P 到棱 AC 的距离为 PA

过 P 作 $PD\perp BB_1$，$PE\perp$ 面 BCC_1B_1，连接 DE

由 $PE\perp$ 面 BCC_1B_1，$DE\subset$ 面 BCC_1B_1，得 $DE\perp PE$，$Rt\Delta ABC\sim Rt\Delta DPE$

由 $AB=AC$，可得 $PE=DE$

不妨设 $PA=a$，则 $PE=DE=a$，$PD=\sqrt{2}a$

由 P 到点 A 的距离与到定直线 BB_1 距离之比为 $\frac{\sqrt{2}}{2}<1$，根据椭圆的第二定义可知，

动点 P 的轨迹是椭圆的一部分

故选 B

13.命题“若 $x>1$，则 $x^2>1$”的否命题为__________.

考点： 否命题

答案： 若 $x\le 1$，则 $x^2\le 1$

14.双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的焦点坐标为__________.

考点： 双曲线的焦点

答案： $(\pm 2,0)$

解析：

在该双曲线中 $a^2=3,b^2=1,c^2=a^2+b^2=4$，$\therefore c=2$，且焦点在 x 轴上，所以该双曲线的焦点坐标为 $(\pm 2,0)$.

15.函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ 在点 $(\pi,0$ 处的切线方程为________________.

考点： 导数的四则运算，导数的几何意义

答案： $y=-\frac{1}{\pi}x+1$

解析： 设点 $(\pi,0)$ 处的切线方程为 $y-0=k(x-\pi)$

已知函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}$，则 $f'(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$

点 $(\pi,0)$ 处的切线的斜率 $k=f'(\pi)=\frac{-\pi}{\pi^2}=-\frac{1}{\pi}$

故函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ 在点 $(\pi,0)$ 处的切线方程为 $y=-\frac{1}{\pi}(x-\pi)=-\frac{1}{\pi}x+1$

故答案为 $y=-\frac{1}{\pi}x+1$

16.在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右支与焦点为 F 的抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 相交于 A,B 两个不同点，若 $|AF|+|BF|=4|OF|$,则该双曲线的离心率是________.

考点： 抛物线的简单性质，离心率的计算

答案： $\frac{\sqrt{6}}{2}$

解析：

设两交点 $A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)$，$|OF|=\frac{p}{2}$,

由抛物线关于 y 轴对称及抛物线焦点弦的性质 $|AF|+|BF|=y_A+y_B+p$,

由 $|AF|+|BF|=4|OF|$,可得 $y_A+y_B+p=4\times\frac{p}{2}\Rightarrow y_A+y_B=p$,

由 $\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\\ x^2=2py\end{cases}\Rightarrow a^2y^2-2pb^2y-a^2b^2=0$

故 $y_A+y_B=\frac{2pb^2}{a^2}=p\Rightarrow a^2=2b^2$,

双曲线中，$c^2=a^2+b^2=\frac{3}{2}a^2$，

故离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

17.已知命题 p：直线 $y=x+m$ 经过第一、第二和第三象限，q：方程 $x^2+2x+m=0$ 无实数根.

(1)若 $p\wedge q$ 是真命题，求实数 m 的取值范围；

(2)若 $(\neg p)\vee q$ 是假命题，求实数 m 的取值范围.

考点： 命题逻辑

答案： (1) $m\in(1,+\infty)$ (2) $m\in(0,1]$

解析：

(1)若 $p\wedge q$ 是真命题，则 p,q 均为真命题.

若 p 为真命题，则 $m>0$.

若 q 为真命题，则 $b^2-4ac=4-4m<0$，即 $m>1$.

所以若 $p\wedge q$ 是真命题，则 $m>1$，即 $m\in(1,+\infty)$

(2)若 $(\neg p)\vee q$ 是假命题，则 $\neg p$ 和 q 均为假命题，即 p 为真命题且 q 为假命题.

由(1)可知，若 p 为真命题，则 $m>0$.

若 q 为假命题，则 $m\le 1$.

所以若 $(\neg p)\vee q$ 是假命题,则 $0<m\le 1$，即 $m\in(0,1]$

18. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2-3x+b$ 在 $x=-1$ 处的切线平行于 x 轴.

(1) 求实数 a 的值；

(2)求 $f(x)$ 的极大值与极小值的差.

考点： 导数的几何意义、函数的极值

解析：

(1)由 $f(x)=x^3+ax^2-3x+b$，得 $f'(x)=3x^2+2ax-3$.

依题意得，$f'(-1)=0$，即 $3\times(-1)^2+2a\times(-1)-3=0$，$a=0$.

(2) 由(1)得 $f(x)=x^3-3x+b$，$f'(x)=3x^2-3$.

令 $f'(x)>0$，得 $x<-1$ 或 $x>1$，即 $f(x)$ 单调增区间为 $(-\infty,-1)$ 和 $(1,+\infty)$；

令 $f'(x)<0$，得 $-1<x<1$，即单 $f(x)$ 调减区间为 $(-1,1)$.

$\therefore f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极大值，在 $x=1$ 处取得极小值，

$\therefore f(-1)-f(1)=\left[(-1)^3-3\times(-1)+b\right]-\left[1^3-3\times1+b\right]=4$.

19.已知抛物线 C 的准线经过双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的左焦点.

(1)求抛物线 C 的标准方程及其准线方程;

(2)若过抛物线 C 焦点 F 的直线 l 与该抛物线交于 A,B 两个不同点，且 $|AB|=10$,求直线 l 的方程.

考点： 椭圆及抛物线综合

答案： $y=2x-4$ 或 $y=-2x+4$

解析： (1) $\because x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 左焦点为 $(-2,0)$ $\therefore \frac{p}{2}=2,\ p=4$

因此抛物线 C 的标准方程为 $y^2=8x$,准线方程为 $x=-2$;

(2) $\because$ 抛物线通经为 $2p=8$ 且 $|AB|=10>8$ $\therefore$ 直线 l 斜率存在,设为 k ,则直线 l： $y=k(x-2)$

由 $\begin{cases} y=k(x-2) \\ y^2=8x \end{cases}$ 可得：$k^2x^2-(4k^2+8)x+4k^2=0$

由韦达定理：$x_1+x_2=\frac{4k^2+8}{k^2}, x_1x_2=4$

则 $|x_1-x_2|=\left(\frac{4k^2+8}{k^2}\right)^2-4\cdot 4=\sqrt{64\frac{1+k^2}{k^4}}=8\frac{\sqrt{1+k^2}}{k^2}$

由弦长公式：$|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=8\frac{1+k^2}{k^2}=8\left(1+\frac{1}{k^2}\right)=10$,解得 $k=\pm 2$,

故直线 l： $y=2x-4$ 或 $y=-2x+4$.

20.（A）已知函数 $f(x)=ax^2+(2a-1)x-\ln x(a\in R)$

（1）当 $a=\frac{1}{2}$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $a>\frac{1}{2}$ 时，求证：不等式 $f(x)>\frac{1}{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立.

考点： 利用导函数求具体函数的单调性、不等式恒成立问题

解析：

（1）定义域为 $(0,+\infty)$，且当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\ln x$，

则 $f'(x)=x-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x^2-1}{x}$，

令 $f'(x)>0$，解得 $x>1$，则 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上为增函数；

令 $f'(x)<0$，解得 $0<x<1$，则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上为减函数；

综上，得 $f(x)$ 的增区间为 $(1,+\infty)$，减区间为 $(0,1)$.

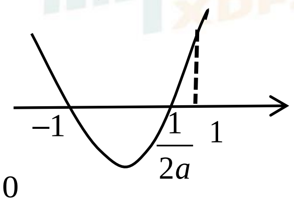
（2）要证 $f(x)>\dfrac{1}{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立，

即证 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的最小值 $f(x)_{\min}>\dfrac{1}{2}$ 恒成立，下面判断其单调性：

$$f'(x)=2ax+(2a-1)-\frac{1}{x}=\frac{2ax^2+(2a-1)x-1}{x}$$

令 $g(x)=2ax^2+(2a-1)x-1=(2ax-1)(x+1)$，且 $g(x)=0$ 的两根为 $\dfrac{1}{2a}$，-1

$\because a>\dfrac{1}{2}$，$\therefore 0<\dfrac{1}{2a}<1$，则两根 $\dfrac{1}{2a}>-1$



$g(x)$ 的图象如图所示，在 $[1,+\infty)$ 上，$g(x)>0$，即 $f'(x)>0$

则 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上为增函数，$f(x)_{\min}=f(1)=3a-1$

$\because a>\dfrac{1}{2}$，$\therefore f(x)_{\min}=3a-1>\dfrac{1}{2}$，原不等式得证.

20.（B）已知函数 $f(x)=ax^2+(2a-1)x-\ln x(a\in R)$

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若不等式 $f(x)\geq\dfrac{1}{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

考点： 利用导函数求含参函数的单调性、已知不等式恒成立求参问题

解析：

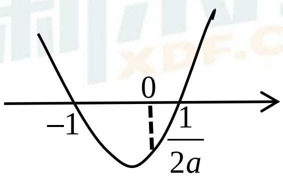
（1）定义域为 $(0,+\infty)$，

$$f'(x)=2ax+(2a-1)-\frac{1}{x}=\frac{2ax^2+(2a-1)x-1}{x}$$

令 $g(x)=2ax^2+(2a-1)x-1$

当 $a\le 0$ 时，$g(x)<0$，即 $f'(x)<0$，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数；

当 $a>0$，$g(x)$ 的图象如图所示，



则在 $(0,\frac{1}{2a})$ 上 $g(x)<0$，在 $(\frac{1}{2a},+\infty)$ 上 $g(x)>0$，

则 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{2a})$ 上为减函数，在 $(\frac{1}{2a},+\infty)$ 上为增函数.

综上，得：当 $a\le 0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数；

当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{2a})$ 上为减函数，在 $(\frac{1}{2a},+\infty)$ 上为增函数.

（2）要使 $f(x)\ge\frac{1}{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立，

即使 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的最小值 $f(x)_{\min}>\frac{1}{2}$ 恒成立，

由（1）得，当 $a\le 0$ 时，$f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上为减函数，不符合题意，舍去；

当 $a>0$，在区间 $[1,+\infty)$ 上，

①若 $\frac{1}{2a}\le 1$，即 $a\ge\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上为增函数，

则 $f(x)_{\min}=f(1)=3a-1\ge\frac{1}{2}$，即 $a\ge\frac{1}{2}$

②若 $\frac{1}{2a}>1$，即 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上先减后增，

则 $f(x)_{\min}=f(\frac{1}{2a})=1-\frac{1}{4a}+\ln(2a)\ge\frac{1}{2}$，即 $\frac{1}{4a}-\ln(2a)\le\frac{1}{2}$

且由单调性性质，得 $y=\frac{1}{4a}-\ln(2a)$ 在 $0<a<\frac{1}{2}$ 上为减函数，且 $y|_{a=\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$

则在 $0<a<\frac{1}{2}$上， $y=\frac{1}{4a}-\ln(2a)>\frac{1}{2}$，与 $\frac{1}{4a}-\ln(2a)\le\frac{1}{2}$矛盾，舍去

综上，得 $a\in[\frac{1}{2},+\infty)$.

21.(本小题满分 12 分)说明：考生在(A),(B)两小题中任选一题解答.

(A)已知点 F_1,F_2分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左，右焦点，点 A,B分别是其右顶点和上顶点，椭圆 C的离心率 $e=\frac{1}{2}$，且 $\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-1$

(1)求椭圆 C的方程

(2)若过点 F_2的直线 l与椭圆 C相交于 M,N两个不同点，求 ΔF_1MN面积的最大值

考点： 圆锥曲线

解析：

（1）由题意可知： $F_2(c,0),A(a,0),B(0,b),\overrightarrow{F_2A}=(a-c,0),\overrightarrow{F_2B}=(-c,b)$

$$\begin{cases} e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2} \\ \overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-(a-c)\cdot c=-1 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=2 \\ b=\sqrt{3} \\ c=1 \end{cases}$$

所以，椭圆的方程为： $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（2）由（1）知： $F_2(1,0)$，由题意可知，直线 l的斜率不为 0，

所以，设直线 l为： $x=my+1$

由 $\begin{cases} x=my+1 \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 可得： $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$

$\Delta=36m^2-4\times(-9)\times(3m^2+4)=144m^2+144>0$

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，则：$y_1+y_2=\frac{-6m}{3m^2+4},y_1y_2=\frac{-9}{3m^2+4}$

可得：$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{\frac{36m^2+36\times(3m^2+4)}{(3m^2+4)^2}}=4\sqrt{\frac{1}{(m^2+1)+\frac{1}{9(m^2+1)}+\frac{2}{3}}}$

又 $\because m^2+1\geq 1$, 当且仅当 $m^2+1=1$时，$|y_1-y_2|_{\max}=3$.

$\therefore S_{\Delta F_1MN}=\frac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y_1-y_2|\leq\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$.

故 ΔF_1MN 面积的最大值为 3.

(B)已知点 F_1,F_2 分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点，点 A,B 分别是其右顶点和上顶点，$S_{\Delta F_2AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且 $\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-1$

(1)求椭圆 C 的方程

(2)若过点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M,N 两个不同点，求 ΔF_1MN 面积的最大值

考点： 圆锥曲线

解析：

（1）由题意可知：$F_2(c,0),A(a,0),B(0,b),\overrightarrow{F_2A}=(a-c,0),\overrightarrow{F_2B}=(-c,b)$

$$\begin{cases} e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2} \\ \overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=-(a-c)\cdot c=-1 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=2 \\ b=\sqrt{3} \\ c=1 \end{cases}$$

所以，椭圆的方程为：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（2）由（1）知：$F_2(1,0)$，由题意可知，直线 l 的斜率不为 0，

所以，设直线 l 为：$x=my+1$

由 $\begin{cases} x=my+1 \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 可得：$(3m^2+4)y^2+6my-9=0$

$\Delta=36m^2-4\times(-9)\times(3m^2+4)=144m^2+144>0$

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，则：$y_1+y_2=\dfrac{-6m}{3m^2+4},y_1y_2=\dfrac{-9}{3m^2+4}$

可得：$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{\dfrac{36m^2+36\times(3m^2+4)}{(3m^2+4)^2}}=4\sqrt{\dfrac{1}{(m^2+1)+\dfrac{1}{9(m^2+1)}+\dfrac{2}{3}}}$

又 $\because$ $m^2+1\geq 1,$ 当且仅当 $m^2+1=1$时，$|y_1-y_2|_{\max}=3$.

$\therefore$ $S_{\Delta F_1MN}=\dfrac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y_1-y_2|\leq\dfrac{1}{2}\times 2\times 3=3$.

故 ΔF_1MN 面积的最大值为 3.