太原市 2017〜2018 学年第一学期高三年级期末考试

数学试卷(理科)分析

一、选择题（本大题共 12 小题.每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1.已知集合 $A=\{x|3x+2>0\}$， $B=\{x|(x+1)(x-3)>0\}$， 则 $A\cap B=($　　$)$

A. $(-\infty,-1)$　　　　B. $(3,+\infty)$

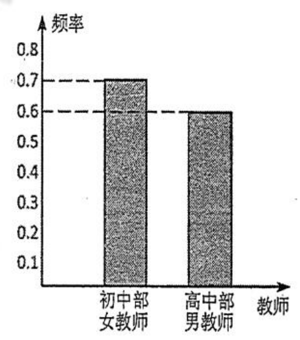
C. $(-\infty,-1)\cup\left(-\frac{2}{3},+\infty\right)$　　　　D. $\left(-1,-\frac{2}{3}\right)$

考点: 集合的运算

答案: B

解析: 计算可得 $A=\left(-\frac{2}{3},+\infty\right),B=(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$，所以 $A\cap B=(3,+\infty)$.

2.某中学初中部共有 110 名教师，高中部共有 150 名教师，根据下列频率分布条形图(部分)可知，该校女教师的人数为(　　)



A.　93　　　B. 123　　　C. 137　　　D. 167

考点: 统计案例

答案: C

解析: 由题意，女教师人数为 $110\times0.7+150\times(1-0.6)=137$.

3.已知 a,b 都是实数，那么” $2^a>2^b$ ” 是” $a^2>b^2$ ” 的(　　)

A.充分不必要条件　　　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　　　D.既不充分也不必要条件

考点: 常用逻辑用语

答案: D

解析: 若” $2^a>2^b$ ” 为真，则 $a>b$;若 ” $a^2>b^2$ ” 则 $|a|>|b|$，所以选 D.

4.对于复数 z，定义映射 $f:z\to zi$，若复数 z 在映射 f 作用下对应复数 $2+3i$，则复数 z 在复平面内对应的点位于(　　)

A.第四象限　　　　B.第三象限

C.第二象限　　　　D.第一象限

考点: 复数

答案: A

解析: 由题意 $zi=2+3i$，所以 $z=3-2i$，对应点为 $(3,-2)$，在第四象限.

5.等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_3=9,S_6=36$，则 $a_8=($　　$)$

A. 21　　B. 15　　C. 12　　D. 9

考点: 等差数列

答案: B

解析: 由题意 $S_3=3a_1+3d=9,S_6=6a_1+15d=36$，计算可得 $a_1=1,d=2$，通项 $a_n=2n-1$，所以 $a_8=15$.

6.已知 $x\in(\frac{1}{2},1)$，$a=\ln x$，$b=2\ln x$，$c=\ln^3 x$，那么(　　)

A. $a<b<c$　　　　B. $c<a<b$

C. $b<a<c$　　　　D. $b<c<a$

考点：比较大小

答案：C

解析：$x\in(\frac{1}{2},1)\Rightarrow -1<-\ln 2<\ln x<0$，所以 $b<a<c$。

7.已知 $\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{3}$，那么 $\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha)=($　　$)$

A. $-\frac{5}{9}$　　　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　　　D. $\frac{5}{9}$

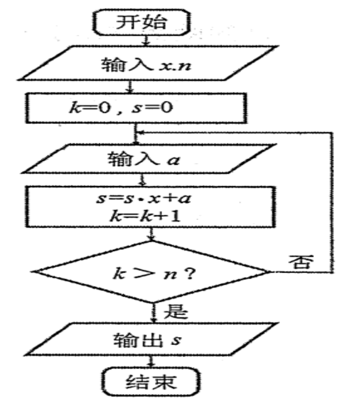
考点：三角函数的诱导公式

答案：A

解析：$\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)=\cos\left[\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{3}-\alpha)\right]=\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

$\cos(\frac{\pi}{3}+2\alpha)=\cos\left[2(\frac{\pi}{6}+\alpha)\right]=2\cos^2(\frac{\pi}{6}+\alpha)-1=-\frac{5}{9}$。

8. 下图是实现秦九韶算法的一个程序框图，若输入的 $x=5$，$n=2$，依次输入的 a 为 2，2，5， 则输出的 $s=$(　　)



A.10　　　　B. 12

C.60　　　　D. 65

考点：程序框图

答案：D

解析：

	第 1 次循环	第 2 次循环	第 3 次循环
a	2	2	5
s	2	12	65
k	1	2	3

9. $(x+\frac{1}{x}+1)^5$ 展开式中的常数项为(　　)

A.1　　　　B. 21

C.31　　　　D. 51

考点：二项式定理

答案：D

解析：$T_{r+1}=C_5^r(x+\frac{1}{x})^{5-r}=C_5^r \bullet C_{5-r}^k \bullet x^{5-r-k} \bullet (\frac{1}{x})^k=C_5^r \bullet C_{5-r}^k \bullet x^{5-r-2k}$，所以当展开式为常数项时，r 为奇数，故 r=1,3,5.

常数项为 $C_5^1 \bullet C_4^2+C_5^3 \bullet C_2^1+C_5^5 \bullet C_0^0=51$。

10. 已知函数 $y=3\sqrt{1-x}+\sqrt{3x+9}$ 的最大值为 M，最小值为 m，则 $\frac{m}{M}$ 的值为(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

考点：利用导数研究函数的最值

答案：B

解析：定义域为 $[-3,1]$， $f'(x)=\frac{-3}{2\sqrt{1-x}}+\frac{3}{2\sqrt{3x+9}}=\frac{3}{2}(\frac{1}{\sqrt{3x+9}}-\frac{1}{\sqrt{1-x}})=\frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{3x+9}}{\sqrt{3x+9}\cdot\sqrt{1-x}}$，

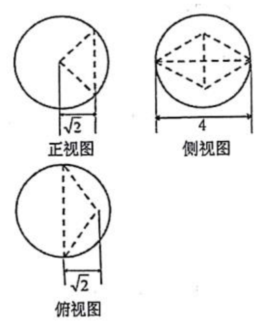
$g(x)=\sqrt{1-x}-\sqrt{3x+9}$，可以看出 $g(x)$ 为减函数，$g(-2)=0$

所以 $f(x)$ 在 $[-3,-2]$ 单调递增，$[-2,1]$ 单调递减，故最大值为 $f(-2)=4\sqrt{3}$，

$f(-3)=6$，$f(1)=2\sqrt{3}$，故最小值为 $f(1)=2\sqrt{3}$

所以 $\dfrac{m}{M}=\dfrac{1}{2}$。

11.已知一个几何体是由半径为 2 的球挖去一个三棱锥得到（三棱锥的顶点均在球面上），若该几何体的三视图如图所示（侧视图的四边形为菱形），则该三棱锥的体积为(　　)

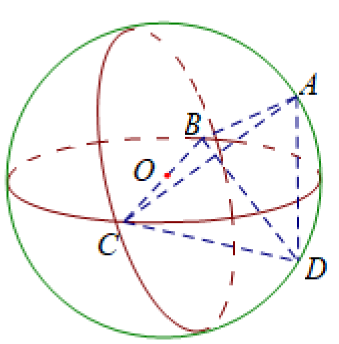


A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{16}{3}$

考点： 三视图还原求体积

答案： C

解析： 如图 $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 4=\frac{8}{3}$



12.已知函数 $\{1\}$ $f(x)=\ln(x+1)$，$g(x)=kx\left(k\in N^{*}\right)$，若对任意的 $x\in(0,t)(t>0)$，恒有 $\left|f(x)-g(x)\right|<x^{2}$，那么 k 的取值集合是(　　)

A. $\{1\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

考点： 函数恒成立

答案： A

解析： 当 $k=1$ 时，符合。此时两函数图像相切。

当 $k>1$ 时，即证 $kx-\ln(x+1)<x^{2}$

令 $h(x)=kx-\ln(x+1)-x^2$，则 $h'(x)=\dfrac{-2x^2+(k-2)x+k-1}{x+1}$，

令 $h'(x)=0$，设其两根为 x_1,x_2，易知 $x_1<0<x_2$，则 $h(x)$ 在 $(0,x_2)$ 递增，又 $h(0)=0$

则对 $\forall x\in(0,x_2)$ 有 $h(x)>0$ 矛盾

二、填空题（本大题共 4 小题.每小题 5 分，共 20 分.把答案填在题中横线上.）

13.已知函数 $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1},x\in[2,5]$，则 $f(x)$ 的最大值是________

考点：函数概念，函数单调性。

答案：3

解析：$f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}$，$\because x\in[2,5]\therefore x-1>0\therefore f(x)$ 在定义域内单调递减。$\therefore f_{max}(x)=f(2)=3$

14.不共线的三个平面向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 两两所成的角相等，且 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1,|\vec{c}|=3$，则 $|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|=$ ________

考点：平面向量

答案：4

解析：因为三个向量两两所成的角相等，可的任意两向量的夹角是 120°，$\therefore|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|=\sqrt{|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|^2}$

$=\sqrt{1-1+1+3+3+9}=4$

15.已知 $f(\log_2 x)=x+270$，那么 $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(6)=$ ________

考点：函数概念，求函数解析式

答案：2017

解析：$f(\log_2 x)=x+270$，令 $t=\log_2 x,\therefore x=2^t,\therefore f(t)=2^t+270,\therefore f(x)=2^x+270$

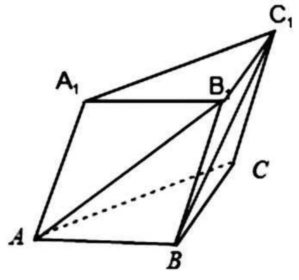
$\therefore f(0)+f(1)+f(2)+...+f(6)=2^0+270+2^1+270+...+2^6+270=2017$

16.已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 所有棱长均相等，且 $\angle BAA_1=\angle CAA_1=60^\circ$，那么异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为__________.

考点：空间向量计算角度

答案：$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

解析：



如图，设 $\overrightarrow{AA_1}=\vec{c},\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，棱长设为 1

则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2},\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2},\vec{a}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}$，$\therefore \overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=(\vec{a}+\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{a}+\vec{c})=\frac{1}{2}-1+\frac{1}{2}+1=1$

$\because \left|\overrightarrow{AB_1}\right|=\left|\vec{a}+\vec{c}\right|=\sqrt{3},\left|\overrightarrow{BC_1}\right|=\left|\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}\right|=\sqrt{2}$

$\therefore \cos<\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{BC_1}>=\frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

所以异面直线AB_1与BC_1所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$

三、解答题（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 份）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$S_n=a_1(2^n-1)$，$a_4=16$，$n\in N^*$。

(1)求a_1及数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设$b_n=\frac{n^2}{a_n}$，求数列$\{b_n\}$的最大项。

考点：数列计算

解析：(1)由于当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2^{n-1}a_1$。

又$a_4=16$，

因此，$a_1=2$，$a_n=2^n$。

(2)由上知，$b_n=\frac{n^2}{2^n}$，

设函数$f(x)=\frac{x^2}{2^x}$，且$x\geq 0$

$f'(x)=\frac{x(2-x\ln 2)}{2^x}$，

则，当$x<\frac{2}{\ln 2}$时，函数单调递增；

当$x>\frac{2}{\ln 2}$时，函数单调递减。

由于 n 为正整数，因此，当 n=3 时，b_n取最大值，$b_3=\frac{9}{8}$。

18.（本小题满分 12 分）

ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$\tan A+\tan B+\sqrt{3}=\sqrt{3}\tan A\cdot\tan B$

（1）求角C；

（2）若$c=3,\Delta ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求ΔABC的周长。

考点：解三角形

解析：（1）$\because A+B+C=\pi,\therefore C=\pi-A-B$

从而 $\tan C=\tan(\pi-A-B)=-\tan(A+B)=-\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\cdot\tan B}$

又 $\because \tan A+\tan B+\sqrt{3}=\sqrt{3}\tan A\cdot\tan B,\therefore \tan C=-\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\cdot\tan B}=-\dfrac{\sqrt{3}(\tan A\cdot\tan B-1)}{1-\tan A\cdot\tan B}=\sqrt{3}$，

可得 $C=\dfrac{\pi}{3}$；

（2）$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{4}ab=\dfrac{3\sqrt{3}}{2},\therefore ab=6,\cos C=\dfrac{1}{2}=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab},\therefore a^2+b^2-c^2=ab$

$\because c=3,\therefore a^2+b^2+2ab=c^2+3ab=9+18=27,\therefore a+b=3\sqrt{3}$，从而可得 ΔABC 的周长为 $3\sqrt{3}+3$

19.（本小题满分 12 分）

在某年级的联欢会上设计了一个摸球游戏，在一个口袋中装有 3 个红球和 7 个白球，这些球除颜色外完全相同。一次从中摸出 3 个球。

（1）设 ξ 表示摸出的红球个数，求 ξ 的分布列和数学期望；

（2）为了提高同学们参与游戏的积极性，参加游戏的同学每人可摸球两次，每次摸球后放回，若规定两次共摸出红球的个数不少于 n，且中奖概率大于 60% 时，即中奖，求 n 的最大值。

考点：离散型随机变量的数学分布列及期望

解析：（1）由题意可知 ξ 可取 $0,1,2,3$.

$P(\xi=0)=\dfrac{C_7^3}{C_{10}^3}=\dfrac{35}{120}=\dfrac{7}{24}$；

$P(\xi=1)=\dfrac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\dfrac{63}{120}=\dfrac{21}{40}$；

$P(\xi=2)=\dfrac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\dfrac{21}{120}=\dfrac{7}{40}$；

$P(\xi=3)=\dfrac{C_3^3}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{120}$。

故 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

数学期望为：$E(\xi)=0\times\dfrac{7}{24}+1\times\dfrac{21}{40}+2\times\dfrac{7}{40}+3\times\dfrac{1}{120}=\dfrac{9}{10}$

（2）设两次摸出的红球个数为 m，则 m 可取的值为：$0,1,2,3,4,5,6$，

$P(m=0)=(\dfrac{7}{24})^2=\dfrac{49}{576}\approx 0.085$；

$P(m=1)=2\times\dfrac{7}{24}\times\dfrac{21}{40}=\dfrac{147}{480}\approx 0.306$；

$P(m=2)=2\times\dfrac{7}{24}\times\dfrac{7}{40}+(\dfrac{21}{40})^2\approx 0.378$

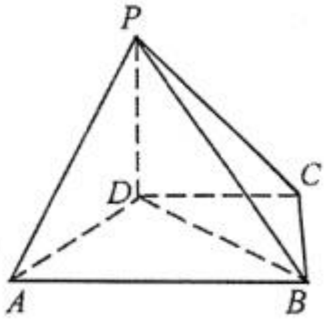
因为 $P(m=0)+P(m=1)<0.6,P(m=0)+P(m=1)+P(m=2)>0.6$，因此 n 的最大值为 2

20.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PD\perp AB$ ， $PD\perp BC$ ， $AB=\frac{2\sqrt{3}}{3}AD$ ， $\angle BAD=30^{\circ}$.

(1) 证明： $AD\perp PB$;

(2) 若 $PD=AD$ ， $BC=CD$ ， $\angle BCD=60^{\circ}$ ，求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.



考点：线线垂直的证明，二面角的求解

解析：（1）$\because$ $PD\perp AB$ ， $PD\perp BC$ ， $AB\cap BC=B$

$\therefore$ $PD\perp$ 平面 $ABCD$

又 $\because$ $AD\subset$ 平面 $ABCD$

$\therefore PD\perp AD$

$\because AB=\frac{2\sqrt{3}}{3}AD$ ， $\angle BAD=30^{\circ}$

在 ΔABD 中， $\cos\angle BAD=\frac{AB^2+AD^2-BD^2}{2AB\bullet BD}$

$\therefore BD=\frac{\sqrt{3}}{3}AD$

$\because AD^2+BD^2=AB^2$

$\therefore AD\perp BD$

又 $\because$ $BD\cap PD=D$

$\therefore$ $AD\perp$ 平面 PBD

又 $\because$ $PB\subset$ 平面 PBD

$\therefore$ $AD\perp PB$

（2）建立空间直角坐标系，以 DA 为 x 轴，以 DB 为 y 轴，以 DP 为 z 轴，

设 $BD=a$ ， $B(0,a,0$ $A(\sqrt{3}a,0,0)$ $C(-\frac{\sqrt{3}a}{2},\frac{a}{2},0$ $P(0,0,\sqrt{3}a$

在 ΔPBD 中， $\overrightarrow{PB}=(0,a,-\sqrt{3}a)$ ， $\overrightarrow{PA}=(\sqrt{3}a,0,-\sqrt{3}a)$

设 $\vec{m}$=（x，y，z）， $\begin{cases}ay-\sqrt{3}az=0\\ \sqrt{3}ax-\sqrt{3}az=0\end{cases}$ ，则 $\vec{m}$=（1，$\sqrt{3}$，1）；

在 ΔPBC 中，$\overrightarrow{PB}=(0,\ a,\ -\sqrt{3}a)$，$\overrightarrow{PC}=(-\frac{\sqrt{3}a}{2},\frac{a}{2},\ -\sqrt{3}a)$，

设 $\vec{n}$=（x'，y'，z'），$\begin{cases} ay'-\sqrt{3}az'=0 \\ -\frac{\sqrt{3}ax'}{2}+\frac{ay'}{2}-\sqrt{3}az'=0 \end{cases}$，则 $\vec{n}$=（$-1,\sqrt{3}$，1）；

设 $\vec{m}$ 与 $\vec{n}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{3}{5}$

则二面角 $A-PB-C$ 的余弦值为 $-\frac{3}{5}$

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=-\frac{mx}{e^x}(m\neq 0)$ 有极小值。

（1） 求实数 m 的取值范围；

（2） 若函数 $h(x)=x^2+e^x(\ln x-ax+1)$ 在 $x>0$ 时有唯一零点，求实数 a 的取值范围。

考点：含参单调性讨论；指对混合型函数分离求图像交点。

解析：（1）$f'(x)=\frac{m(x-1)}{e^x}$.当 $m>0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单减，在 $(1,+\infty)$ 上单增，$f(x)$ 有极小值；当 $m<0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单增，在 $(1,+\infty)$ 上单减，$f(x)$ 有极大值，无极小值，所以舍去。综上所述，m 的取值范围是 $(0,+\infty)$.

（2）由 $h(x)=0$ 得 $-\frac{x}{e^x}=\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{x}-a$.令 $m=1, g(x)=\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{x}-a$，即使得 $f(x)=-\frac{x}{e^x}=g(x)$ 有一个交点。由第一问得，$f(x)_{\min}=f(1)=-\frac{1}{e}$，且在 $(1,+\infty)$ 小于零恒成立。$g'(x)=-\frac{\ln x}{x^2}$，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单增，$(1,+\infty)$ 上单减。$g(x)_{\max}=g(1)=1-a$。要使 $f(x)$和$g(x)$ 图像有一个交点，则 $1-a=-\frac{1}{e}$ 或 $1-a\geq 1$ 恒成立，即 $a\in(-\infty,0]\cup\left\{1+\frac{1}{e}\right\}$。

22.（本小题满分 10 分） 选修 4——4：坐标系与参数方程

在极坐标中，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\theta+2\sin\theta$. 以极点为原点，极轴为 x 轴非负半轴建立平面直角坐标系，且在两坐标系中取相同的长度单位，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}t \\ y=3+\sqrt{6}t \end{cases}(t为参数)$.

（1）写出曲线 C 的参数方程和直线 l 的普通方程；

（2）过曲线 C 上任意一点 M 作与直线 l 相交的直线，该直线与直线 l 所成的锐角为 30°，设交点为 A，求 $|MA|$ 的最大值和最小值，并求出最大值和最小值时点 M 的坐标.

考点：参数方程及极坐标计算。

解析：（1）$C:\rho^2=2\sqrt{2}\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$，$x^2+y^2=2\sqrt{2}x+2y$，$(x-\sqrt{2})^2+(y-1)^2=3$，$l: y=3+\sqrt{2}x$.

（2）$C:\begin{cases}x=\sqrt{2}+\sqrt{3}\cos\theta\\y=1+\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}(\theta\text{为参数})$，则 $|MA|$ 的大小即为 M 到直线 l 距离的 2 倍，$|MA|=2\times\dfrac{|2+\sqrt{6}\cos\theta-1-\sqrt{3}\sin\theta+3|}{\sqrt{\sqrt{2}^2+(-1)^2}}$，

$\therefore |MA|=2\times\dfrac{|\sqrt{6}\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta+4|}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times|4-3\sin(\theta-\varphi)|(\tan\varphi=\sqrt{2})$

$|MA|_{\max}=\dfrac{14\sqrt{3}}{3},(\sin(\theta-\varphi)=-1,\theta-\varphi=-\dfrac{\pi}{2},\theta=\varphi-\dfrac{\pi}{2},\sin\theta=\sin(\varphi-\dfrac{\pi}{2})=-\cos\varphi=-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\cos\theta=\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{6}}{3})\therefore M(2\sqrt{2},0)$，

$|MA|_{\min}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3},(\sin(\theta-\varphi)=1,\theta-\varphi=\dfrac{\pi}{2},\theta=\varphi+\dfrac{\pi}{2},\sin\theta=\sin(\varphi+\dfrac{\pi}{2})=\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{3}}{3},\cos\theta=-\sin\varphi=-\dfrac{\sqrt{6}}{3})\therefore M(0,2)$

23. （本小题满分 10 分） 选修 4——5：不等式选讲

24. 设函数 $f(x)=|x+1|+|x-2|,g(x)=-x^2+5x-4.$

（1）求不等式 $f(x)\le 5$ 的解集 M；

（2）设不等式 $g(x)\ge 0$ 的解集为 N，当 $x\in M\cap N$ 时，证明：$f(x)\le g(x)+3$.

考点：绝对值不等式

解析：

（1）由题 $f(x)=\begin{cases}2x-1, & x\ge 2\\3, & -1<x<2\\-2x+1, & x\le -1\end{cases}$

当 $x\ge 2$ 时，$2x-1\le 5$ 得 $x\le 3$，所以 $2\le x\le 3$；

当 $-1<x<2$ 时，$3\le 5$ 恒成立，所以 $-1<x<2$；

当 $x\le -1$ 时，$-2x+1\le 5$ 得 $x\ge -2$，所以 $-2\le x\le -1$.

综上，$f(x)\le 5$ 的解集 $M=\{x|-2\le x\le 3\}$

（2）由题 $g(x)=-x^2+5x-4\ge 0$ 得 $1\le x\le 4$，所以 $N=\{x|1\le x\le 4\}$，

即 $M\cap N=\{x|1\le x\le 3\}$

证明：当 $1\le x<2$ 时,由 $f(x)-g(x)-3=x^2-5x+4\le -2<0$,则此时 $f(x)<g(x)+3$ 成立；

当 $2\le x\le 3$ 时，由 $f(x)-g(x)-3=x^2-3x\le 0$,则此时 $f(x)\le g(x)+3$ 成立.

综上，当 $x\in M\cap N$ 时，$f(x)\le g(x)+3$ 恒成立。

得证。