太原市 2018 年高三年级模拟试题（一）

数学试卷（文史类）

一．选择题：本题共 12 个题，每题 5 分，共 60 分，在每个题给出的四个选项中，只有一个符合要求的。

1． 已知集合 $A=\{y|y=\log_2 x,x>1\},B=\left\{x\left|y=\frac{1}{\sqrt{1-2x}}\right.\right\}$，则 $A\cap B=$

$A.(0,\frac{1}{2})$　　$B.(0,1)$

$C.(\frac{1}{2},1)$　　$D.(\frac{1}{2},+\infty)$

考点：集合运算，对数运算以及求定义域
答案：A
解析： $A=\{y|y>0\},B=\left\{x\left|x<\frac{1}{2}\right.\right\}\therefore A\cap B=(0,\frac{1}{2})$

2.设复数 z 满足 $\frac{1-z}{1+z}=i$，则 z 的共轭复数为

$A.i$　　$B.-i$

$C.2i$　　$D.-2i$

考点：复数
答案：A
解析： $\because\frac{1-z}{1+z}=i,则z=\frac{1-i}{1+i}=-i$，则其共轭复数为 i

3.已知命题 p：$\exists x_0\in R,x_0^2-x_0+1\geq 0$ ；命题q：若$a<b$.则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.则下列为真命题的是

$A.p\wedge q$　　$B.p\wedge\neg q$

C.$\neg p\wedge q$　　　　　　D.$\neg p\wedge\neg q$

考点：命题以及不等式
答案：B
解析： 命题 p：$x_0^2-x_0+1\geq 0$ 恒成立，所以 p 为真命题，$\neg p$ 为假命题；命题 q：当 $a=-2,b=2$ 时，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，所以 q 为假命题，$\neg q$ 为真命题。所以 $p\wedge\neg q$ 为真命题。

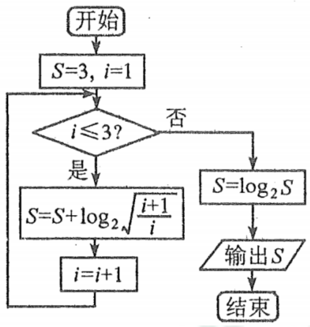
4.执行如图所示的程序框图，输出 S 的值

A. $3+\frac{1}{2}\log_2 3$

B. $\log_2 3$

C. 3

D. 2



考点：程序框图
答案：D
解析 i=1 时 $s=3+\log_2\sqrt{2}$,i=2 时 ,$s=3+\log_2\sqrt{2}+\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}=3+\log_2\sqrt{3}$ ，i=3 时 $s=3+\log_2\sqrt{3}+\log\frac{\sqrt{4}}{3}=4$; i=4 时 $s=\log_2 s=\log_2 4=2$

5..已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项个为 S_n ，若 $a_2+a_3+a_{10}=9$，则 $S_9=$

A.3　　　　　　B. 9

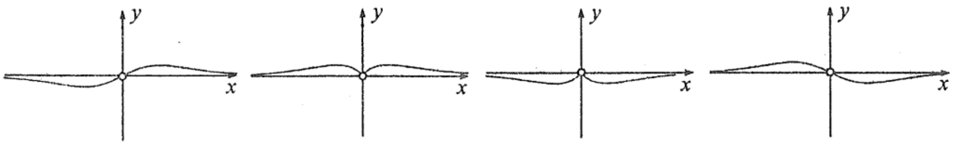
C.18　　　　　　D. 27

考点：等差数列

答案：D

解析：由 $a_2+a_3+a_{10}=9$ 得 $s_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=\frac{9(a_1+a_1+8d)}{2}=27$

6 函数 $f(x)=\frac{2^x \times x^2}{4^x-1}$ 的图像大致为



A　　B　　C　　D

考点：函数图像

答案：A

解析：$f(x)=\frac{2^x \times x^2}{4^x-1}$，$f(x)=\frac{x^2}{2^{-x}-2^x}=-f(x)$ 所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 B、C

$f(1)=\frac{2*1}{4-1}=\frac{2}{3}>0$，排除 D 所以选 A

7. 若不等式 $ax-2by\le 2$ 在平面区域 $\{(x,y)\,\big|\,|x|\le 1 且 |y|\le 1\}$ 上恒成立，则动点 $P(a,b)$ 所形成的平面区域的面积为

$A.4$　　$B.8$　　$C.16$　　$D.32$

考点：线性规划

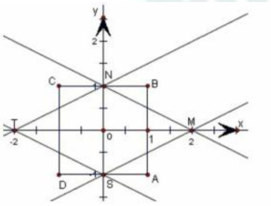
答案：A

解析：令 $z=ax-2by$

$\because ax-2by\le 2$ 恒成立，即函数在可行域要求的条件下，$z_{max}=2$ 恒成立

当直线 $ax-2by-z=0$ 过点 $(1,1)$ 或点 $(1,-1)$ 或点 $(-1,1)$ 或点 $(-1,-1)$ 时有：

$\begin{cases} a-2b\le 2 \\ a+2b\le 2 \\ -a-2b\le 2 \\ -a+2b\le 2 \end{cases}$，点 $P(a,b)$ 形成的图形是图中的菱形 $MNTS$



$\therefore$ 所求的面积 $S=2\times\frac{1}{2}\times 4\times 1=4$

故选 A

8. 抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F ，设 A,B 是抛物线上的两个动点，$|AF|+|BF|=\frac{2\sqrt{3}}{3}|AB|$ 则 $\angle AFB$ 的最大值为

$A.\frac{\pi}{3}$　　　　$B.\frac{3\pi}{4}$　　　　$C.\frac{5\pi}{6}$　　　　$D.\frac{2\pi}{3}$

考点：抛物线

答案： D

解析：在 ΔAFB 中，由余弦定理得：

$$\cos\angle AFB=\frac{|AF|^2+|BF|^2-|AB|^2}{2|AF||BF|}$$

$$=\frac{\frac{1}{3}|AB|^2}{2|AF||BF|}-1$$

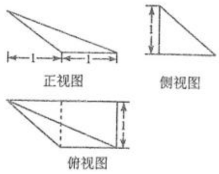
又 $|AF|+|BF|=\frac{2\sqrt{3}}{3}|AB|\ge 2\sqrt{|AF|\cdot|BF|}\Rightarrow |AF||BF|\le\frac{1}{3}|AB|^2$

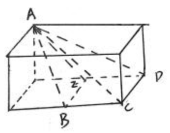
所以 $\cos\angle AFB\ge\frac{\frac{1}{3}|AB|^2}{2\times\frac{1}{3}|AB|^2}-1=-\frac{1}{2}$

所以 $\angle AFB$ 的最大值为 $\frac{2\pi}{3}$

9. 某多面体的三视图如图所示，则该多面体的各棱中，最长棱的长度为

$A.\sqrt{6}$　　　　$B.\sqrt{5}$　　　　$C.2$　　　　$D.1$



考点：三视图
答案：A
解析：由三视图得直观图为：  所以：AC 为最长棱，且 $AC=\sqrt{6}$

10.已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ ，若 $f(0)=-f(\frac{\pi}{2})$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上有且仅有三个零点，则 $\omega=$ ________

A. $\frac{2}{3}$　　B. 2　　C. $\frac{14}{3}$　　D. $\frac{26}{3}$

考点：正弦函数图形的对称性，周期性
答案：C
解析：由 $f(0)=-f(\frac{\pi}{2})$ 可得 $\omega=\frac{2}{3}+4k,(k\in Z)$ ，又函数在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上仅有 3 个零点，故 $\frac{2\pi}{\omega}<\frac{\pi}{2}<\frac{3}{2}\square\frac{2\pi}{\omega}$ ， 可得 $4<\omega<6$ ，故选 C

11.三棱锥 $D-ABC$ 中，$CD\perp$ 底面 ABC ，ΔABC 为等边三角形，若 $AE//CD,AB=CD=AE=2$ ，则三棱锥 $D-ABC$ 与三棱锥 $E-ABC$ 的公共部分构成的几何体体积为_______

A．$\frac{\sqrt{3}}{9}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

考点：几何体体积的求解
答案：B

解析：两棱锥公共部分的高为 1，故体积为 $\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}\cdot h=\frac{\sqrt{3}}{3}$

12.已知定义在 R 上的函数满足 $f(x)+f(-x)=4x^2+2$，设 $g(x)=f(x)-2x^2$，若 $g(x)$ 的最大值和最小值分别为 M和m，$M+m=$

A. 1　　　B. 2　　　C.3　　D.4

考点：函数中心对称性

答案：B

解析：由题意可得：$g(x)+g(-x)=f(x)-2x^2+f(-x)-2x^2=f(x)+f(-x)-4x^2=2$

故 $g(x)$ 关于 $(0,1)$ 中心对称，故 $M+m=2$

二．填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分

13、 若双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的离心率为 2, 则 $b=$_______

考点：双曲线的简单几何性质

答案： $\sqrt{3}$

解析： $a=1$　　$e=\frac{c}{a}=\frac{c}{1}=2$　　所以 $c=2$

$\therefore b^2=c^2-a^2=4-1=3$　　$\therefore b=\sqrt{3}$

14. 函数 $y=e^x+\sin x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程是_______

考点：导数的几何意义

答案： $2x-y+1=0$

解析： $y'=e^x+\cos x$　　$k=e^0+\cos 0=2$

切线方程为 $y-1=2x$ ，即 $2x-y+1=0$

15.在正方形 $ABCD$ 中， M,N 分别是 BC,CD 的中点，若 $\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AM}+\mu\overrightarrow{AN}$,则实数 $\lambda+\mu=$

考点：向量的线性运算

答案：$\frac{4}{3}$

解析：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AN}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$，$\therefore 2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AM}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

$\therefore \lambda+\mu=\frac{4}{3}$

16.已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=a_n-a_{n-1}(n\in N^*,n\geq 2),a_1=2018,a_2=2017,S_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 S_{100} 的值为

考点：数列的性质

答案：2016

解析：$\because a_{n+1}=a_n-a_{n-1},\therefore a_{n+2}=a_{n+1}-a_n\Rightarrow a_{n+2}=-a_{n-1}\Rightarrow T=6,\therefore S_6=0\Rightarrow S_{100}=96S_6+S_4=2016$

三．解答题

17． ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c ，已知 $\frac{a}{\cos C\cos B}=\frac{b}{\sin B}+\frac{c}{\cos C}$.

（1） 求角 B；

（2） 若 $b=\sqrt{2}$ ，求 ΔABC 的面积的最大值.

考点：正弦定理、余弦定理的应用

解析：

（1）利用正弦定理得：

$\frac{\sin A}{\cos C\sin B}=\frac{\cos C+\sin C}{\cos C}$ ，

$\sin B\cos C+\sin B\sin C=\sin B\cos C+\cos B\sin B$，又 $\sin B\neq 0$

所以，$\tan B=1, B=\frac{\pi}{4}$

（2）由正弦定理得：

$\frac{b}{\sin B}=\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2=2R$，$\therefore R=1$

$S_{\max}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times(1+\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

18.（本小题满分 12 分）

某校倡导为特困学生募捐，要求在自动购水机处每购买一瓶矿泉水，便自觉向捐款箱中至少投入一元钱，现统计了连续 5 天的售出矿泉水箱数和收入情况，列表如下：

售出水量 x (单位：箱）	7	6	6	5	6
收入 y（单位：元）	165	142	148	125	150

学校计划将捐款以奖学金的形式奖励给品学兼优的特困生，规定：特困生综合考核前 20 名，获一等奖金 500 元；综合考核 21-50 名，获二等奖金 300 元；综合考核 50 名以后的不获得奖学金。

（I）若 x 与 y 成线性相关，则某天售出 9 箱水时，预计收入为多少元？

（II）假设甲、乙、丙三名学生均获奖，且各自获一等奖和二等奖的可能性相同，求三人获得奖学金之和不超过 1000 元的概率。

考点：线性规划，古典概型

解析：

(I)由题意可求得回归方程为 $\hat{y}=20\hat{x}+26$，据此预测售出 8 箱水时，预计收入为 206 元；

$\bar{x}=\frac{7+6+6+5+6}{5}=6$，$\bar{y}=\frac{165+142+148+125+150}{5}=146$，

$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{19+0+0+21+0}{1+0+0+1+0}=20$ ，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=146-20\times6=26\therefore\hat{y}=20\hat{x}+26$

当 $x=9$ 时，$\hat{y}=20\times9+26=206$

即某天售出 9 箱水的预计收益是 206 元。

(II) 设事件 A_1 ：甲获一等奖；事件 A_2 ：甲获二等奖

事件 B_1 ：乙获一等奖；事件 B_2 ：乙获二等奖

事件 C_1 ：丙获一等奖；事件 C_2 ：丙获二等奖

则总事件有：(A_1,B_1,C_1)，(A_1,B_1,C_2)，(A_1,B_2,C_1)，(A_1,B_1,C_2)，(A_2,B_1,C_1)，(A_2,B_1,C_2)，(A_2,B_2,C_1)，(A_2,B_2,C_2)，8 种情况

甲、乙、丙三人奖金不超过 1000 的事件有 (A_2,B_2,C_2) 1 种情况

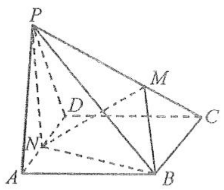
则求三人获得奖学金之和不超过 1000 元的概率 $P=\frac{1}{8}$

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=60^\circ$，$PA=PD=AD=2$，点 M 在线段 PC 上，且 $PM=2MC$，N 为 AD 的中点.

(1)证明：$AD\perp$ 平面 PNB；

(2)若平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，求三棱锥 $P-NBM$ 的体积.



考点：立体几何中线面位置关系证明，棱锥体积

解析：

（1）连接 BD

$\because PA=PD$，N 为 AD 的中点

$\therefore PN\perp AD$

又$\because$ 底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=60^{\circ}$

$\therefore \Delta ABD$ 为等边三角形

$\therefore BN\perp AD$

又$\because PN\cap BN=N$

$\therefore AD\perp$ 平面 PNB

$\because\ PA=PD=AD=2$

$\therefore PN=NB=\sqrt{3}$

又$\because$ 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$, $PN\perp AD$

$\therefore PN\perp$ 平面 $ABCD$

$\therefore PN\perp NB$

$\therefore S_{\Delta PNB}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\frac{3}{2}$

$\because\ AD\perp$ 平面 PNB, $AD\parallel BC$

$\therefore\ BC\perp$ 平面 PNB

又 $PM=2MC$

$\therefore V_{P-NBM}=V_{M-PNB}=\frac{2}{3}V_{C-PNB}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\times2=\frac{2}{3}$.

20.（本题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 A，右焦点为 $F_2(2,0)$，点 $B(2,-\sqrt{2})$ 在椭圆 C 上.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若直线 $y=kx(k\neq 0)$ 与椭圆 C 交于 E,F 两点，直线 AE、AF 分别与 y 轴交于点 M、N.在 x 轴上，是否存在点 P，使得无论非零实数 k 怎么变化，总有 $\angle MPN$ 为直角？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

考点：圆锥曲线方程的求解；圆锥曲线中的存在性问题

解析：

（1）依题意，$c=2$，

$\because$ 点 $B(2,-\sqrt{2})$ 在 C 上

$\therefore \frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1$

又 $\because a^2=b^2+c^2$

$\therefore a^2=8,b^2=4$

$\therefore$ 椭圆方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

（2）假设存在这样的点 P，设 $P(x_\circ,0),E(x_1,y_1)$，则 $F(-x_1,-y_1)$

$\begin{cases} y=kx \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1 \end{cases}\Rightarrow (1+2k^2)\cdot x^2-8=0$，解得 $x_1=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1+2k^2}},y_1=\frac{2\sqrt{2}k}{\sqrt{1+2k^2}}$

$A(-2\sqrt{2},0)$ $\quad\therefore AE$ 所在直线方程为 $y=\frac{k}{1+\sqrt{1+2k^2}}\cdot(x+2\sqrt{2})$

$\therefore M(0,\frac{2\sqrt{2}k}{1+\sqrt{1+2k^2}})$

同理可得 $N(0,\frac{2\sqrt{2}k}{1-\sqrt{1+2k^2}})$

$\overrightarrow{PM}=(-x_\circ,\frac{2\sqrt{2}k}{1+\sqrt{1+2k^2}}),\overrightarrow{PN}=(-x_\circ,\frac{2\sqrt{2}k}{1-\sqrt{1+2k^2}})$

$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=0\Rightarrow {x_\circ}^2-4=0$

$\therefore x_\circ=2$ 或 $x_\circ=-2$

$\therefore$ 存在点 P，使得无论非零实数 k 怎么变化，总有 $\angle MPN$ 为直角，点 P 坐标为 $(2,0)$ 或 $(-2,0)$.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-ax^2+(2-a)x, g(x)=\frac{x}{e^x}-2$

（1）求函数 $f(x)$ 的极值

（2）若对任意给定的 $x_0\in(0,e]$，方程 $f(x)=g(x_0)$ 在 $(0,e]$ 上总有两个不相等的实数根，求实数 a 的取值范围

考点：导数的综合运用

解析：

（1）$f'(x)=\frac{1}{x}-2ax+(2-a)=\frac{(2x+1)(-ax+1)}{x}$

①当 $a\le 0$ 时，$f'(x)>0, f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，$f(x)$ 无极值；

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0,$ 解得 $0<x<\frac{1}{a}$，故 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a})$ 递增，$(\frac{1}{a},+\infty)$ 递减，$f(\frac{1}{a})_{极大}=\ln\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-1$

综上所述，$a\le 0$ 时，$f(x)$ 无极值；$a>0$，$f(\frac{1}{a})_{极大}=\ln\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-1$

（2）$g(x)=\frac{x}{e^x}-2,\ g'(x)=\frac{1-x}{e^x},$ 令 $g'(x)>0, x\in(-\infty,1), g(x)$ 单增；$x\in(-\infty,1), g'(x)<0, g(x)$ 递减。$x\in(0,e]$ 时，$g(x)\in(-2,\frac{1}{e}-2]$。

依题意，$\begin{cases}0<\frac{1}{a}<1\\ f(\frac{1}{a})>g(x)_{max}\\ f(e)\le -2\end{cases}$，由 $f(e)=1-ae^2+2e-ea\le -2,$ 得 $a\ge\frac{3+2e}{e^2+e}$

由 $f(\frac{1}{a})=\ln\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-1>\frac{1}{e}-2$，即 $\ln a-\frac{1}{a}+\frac{1}{e}<1$，令 $h(a)=\ln a-\frac{1}{a}+\frac{1}{e},$ 可知 $h(a)$ 单增，且 $h(e)=1$，$\therefore \ln a-\frac{1}{a}+\frac{1}{e}<1,$ 得 $a\in(0,e)$

综上所述，$\frac{3+2e}{e^2+e}\le a<e$

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 过点 $P(a,1)$，参数方程为 $\begin{cases}x=a+\sqrt{2}t\\ y=1+\sqrt{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数，$a\in R$）.以 O 为极点，极轴为 x 轴非负半轴建立平面直角坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos^2\theta+4\cos\theta-\rho=0.$

(1)写出曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程

(2)已知曲线 C_1 和曲线 C_2 交于 A,B 两点，且 $|PA|=2|PB|$ ，求实数 a 的值

考点：参数方程和极坐标问题

解析：

(1)由题可得曲线 C_1 为： $x-y-a+1=0$

$\rho\cos^2\theta+4\cos\theta-\rho=0$ 转化为一般方程为： $y^2=4x$

（2）由题意可得直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=a+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ （ t 为参数， $a\in R$ ）代入 $y^2=4x$ 得

$t^2-2\sqrt{2}t+2-8a=0$ ，由韦达定理得 $t_1+t_2=2\sqrt{2}$ ， $t_1t_2=2-8a$

当 $2-8a>0$ 即 $a<\dfrac{1}{4}$ 时， $t_1=2t_2$ 故 $t_1=\dfrac{4}{3}\sqrt{2},t_2=\dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ ，则 $t_1t_2=2-8a=\dfrac{16}{9}$ ，即 $a=\dfrac{1}{36}$

当 $2-8a<0$ 即 $a>\dfrac{1}{4}$ 时， $t_1=-2t_2$ 故 $t_1=4\sqrt{2},t_2=-2\sqrt{2}$ ，则 $t_1t_2=2-8a=-16$ ，即 $a=\dfrac{9}{4}$

所以实数 a 的值为 $\dfrac{1}{36}$ 或 $\dfrac{9}{4}$

23．已知函数 $f(x)=|x+m|+|2x-1|$

（1）当 $m=-1$ 时，求不等式 $f(x)\le 2$ 的解集

（2）若 $f(x)\le|2x+1|$ 的解集包含 $\left[\frac{3}{4}，2\right]$，求 m 的取值范围

考点：绝对值不等式，不等式的恒成立

解析：

解：（1）当 $m=-1$ 时，$f(x)=|x-1|+|2x-1|$，由 $f(x)\le 2$ 得

$\begin{cases} x\le\frac{1}{2} \\ 1-x+1-2x\le 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \frac{1}{2}<x<1 \\ 1-x+2x-1\le 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x\ge 1 \\ x-1+2x-1\le 2 \end{cases}$

解得，

$\begin{cases} x \le \frac{1}{2} \\ x \ge 0 \end{cases}$或$\begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x \le 2 \end{cases}$或$\begin{cases} x \ge 1 \\ x \le \frac{4}{3} \end{cases}$

综上，不等式的解集为$\left\{x \middle| 0 \le x \le \frac{4}{3}\right\}$

（2）$\because$ $f(x) \le |2x+1|$的解集包含

$\therefore$当$x \in \left[\frac{3}{4}, 2\right]$时，$f(x) \le |2x+1|$恒成立

即$|x+m| + |2x-1| \le |2x+1|$在$\left[\frac{3}{4}, 2\right]$上恒成立$\therefore$ $|x+m| + 2x - 1 \le 2x + 1$ $\therefore$ $|x+m| \le 2$ $\therefore$ $-2 \le x+m \le 2$

$\therefore$ $-2 - x \le m \le 2 - x$在$x \in \left[\frac{3}{4}, 2\right]$上恒成立$\therefore$ $(-2-x)_{max} \le m \le (2-x)_{min}$ $\therefore$ $-\frac{11}{4} \le m \le 0$

即 m 的取值范围是$\left[-\frac{11}{4}, 0\right]$