秘密★启用前

2018 年山西省高考考前适应性测试
文科数学(A 卷)参考答案详解及评分标准

评分说明:

1. 考生如按其他方法或步骤解答,正确的,同样给分;有错的,根据错误的性质,参照评分参考中相应的规定评分.

2. 计算题只有最后答案而无演算过程的,不给分;只写出一般公式但未能与试题所给的具体条件联系的,不给分.

一、选择题

1. C 【解析】$\because A=\{x|0\leqslant x\leqslant 8\}$,$\therefore \complement_U A=\{x|x<0\}$.

2. A 【解析】选项 A:原命题为真命题,故其逆否命题为真命题,故正确;

选项 B:命题“$a<b$,则 $ac^2\leqslant bc^2$”的逆命题为“$ac^2\leqslant bc^2$,则 $a<b$”;当 $c=0$ 时不成立,故错误;

选项 C:命题的否定为:$\exists x_0>0,5^{x_0}\leqslant 0$,故错误;

选项 D:$\ln(x+2)<0$ 可得$-2<x<-1$,所以“$x<-1$”是“$\ln(x+2)<0$”的必要不充分条件,故错误.

3. D 【解析】$\dfrac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos^2\alpha}=\tan\alpha=3$.

4. D 【解析】$\because \dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|}=2$,$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$,故选 D.

5. B 【解析】$\because \angle APB=90°$,$\therefore |PA|^2+|PB|^2=4$,

由不等式可得$\left(\dfrac{|PA|+|PB|}{2}\right)^2\leqslant\dfrac{|PA|^2+|PB|^2}{2}=2$,

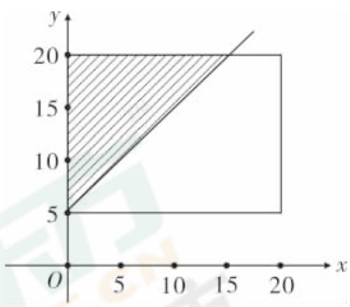
$\therefore |PA|+|PB|\leqslant 2\sqrt{2}$.

6. B 【解析】四棱锥 $C_1-ABB_1A_1$ 的外接球即为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的外接球.

又三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的外接球的直径为 $AC_1=5\sqrt{2}$,则其表面积 $S=50\pi$.

7. A 【解析】用正方体($V=8,F=6,E=12$)代入选项逐一检验,可排除 B,C,D 三个选项.

8. C 【解析】建立直角坐标系如图,x,y 分别表示甲、乙二人到达的时刻.则坐标系中每个点(x,y)可对应甲、乙二人到达时刻的可能性.则甲至少等待乙 5 分钟应满足的条件是 $y-x\geqslant 5$,其构成的区域为如图阴影部分,则所求的概率为 $P=\dfrac{\frac{1}{2}\times 15\times 15}{20\times 15}=\dfrac{3}{8}$.



9. B 【解析】$i=1,k=0,S=1$;

$S=1,i=2,k=1$;

$S=1\cdot e^1,i=3,k=2$;

$S=1\cdot e^1\cdot e^2,i=4,k=3$;

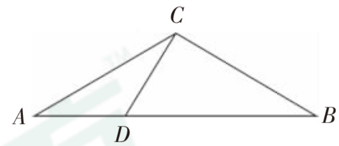
……

$S=1\cdot e^1\cdot e^2\cdot\cdots\cdot e^8,i=10,k=9$.

此时 $i<n$ 不成立,输出 $S=e^{1+2+\cdots+8}=e^{36}$.

10. A 【解析】$\because \cos\angle ADC=\cos\left(\angle CBA+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\angle CBA=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，且 $AC=3\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{3}$.

在$\triangle ACD$ 中，由余弦定理有$(3\sqrt{2})^2=3+CD^2-2\sqrt{3}\times CD\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，解得 $CD=3$.



在 Rt$\triangle BCD$ 中，可得 $BD=3\sqrt{3}$，$BC=3\sqrt{2}$.

则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{2}$.

11. B 【解析】该几何体是直三棱柱和半圆锥的组合体，其中三棱柱的高为 2，底面是高和底边均为 4 的等腰三角形，圆锥的高为 4，底面半径为 2，则其体积为 $V=\frac{1}{2}\times4\times4\times2+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\pi\times4\times4=16+\frac{8}{3}\pi$.

12. C 【解析】$\because x_1<x_2$，$\therefore e^{x_1}<e^{x_2}$.

$\therefore \frac{x_2e^{x_1}-x_1e^{x_2}}{e^{x_2}-e^{x_1}}>1$ 等价于 $x_2e^{x_1}-x_1e^{x_2}>e^{x_2}-e^{x_1}$，即$(x_2+1)e^{x_1}>(x_1+1)e^{x_2}$，$\therefore \frac{x_2+1}{e^{x_2}}>\frac{x_1+1}{e^{x_1}}$.

令 $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$，则 $f(x_2)>f(x_1)$. 又 $x_1<x_2<m$，$\therefore f(x)$在$(-\infty,m)$上为增函数.

由 $f'(x)=-\frac{x}{e^x}>0$，得 $x<0$，$\therefore m\leqslant0$.

A、B 卷非选择题答案

二、填空题

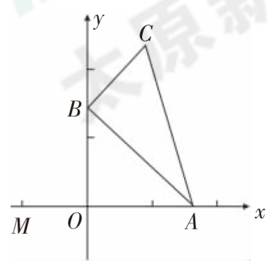
13. 2 【解析】因为复数 $z=\frac{5i}{2-i}=\frac{5i(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{5(2i-1)}{5}=-1+2i$，$z+1=2i$，$\therefore$ 复数 $z+1$ 的模为 2.

14. −1 【解析】$f(-21)=f(-1)=-f(1)=-1$，$f(16)=f(0)=0$. 则 $f(-21)+f(16)=-1$.

15. 2 【解析】设$\angle BAM=\alpha$，则 $d=\sqrt{6}\sin\alpha+\sqrt{2}\cos\alpha=2\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$，$\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

当$|OA|$增大时，α 减小，d 先增大后减小.

当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$时，d 取到最大值 $2\sqrt{2}$，此时$|OA|=\frac{\sqrt{6}}{2}$.



当 $\alpha=0$ 时，d 取到最小值$\sqrt{2}$，此时$|OA|=\sqrt{6}$.

所以②③正确.

16. 4 【解析】由已知得$|PA|=|AF|=a+c$，$\therefore|PF|=a+c$.

设 E 的右焦点为 F'，

由余弦定理得$|PF'|^2=(a+c)^2+(2c)^2-2(a+c)(2c)\cos60°$，即$|PF'|=\sqrt{3c^2+a^2}$.

由双曲线定义$|PF'|-|PF|=2a$，即$\sqrt{3c^2+a^2}-(a+c)=2a$.

$\therefore c^2-3ac-4a^2=0$，即 $e^2-3e-4=0$.

$\therefore e=4$ 或 $e=-1$(舍去).

三、解答题

17. **解**：(1)设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，则$q>0$.

因为$\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_{n+2}}$，所以$\frac{1}{a_1q^{n-1}}-\frac{1}{a_1q^n}=\frac{2}{a_1q^{n+1}}$， …………………………………… 2分

因为$q>0$，解得$q=2$.

所以$a_n=4\times2^{n-1}=2^{n+1}$，$n\in\mathbf{N}^*$. …………………………………… 6分

(2)$b_n=(-1)^n\cdot(\log_2 a_n)^2=(-1)^n\cdot(\log_2 2^{n+1})^2=(-1)^n\cdot(n+1)^2$. …………………………………………………………… 8分

设$c_n=n+1$,则$b_n=(-1)^n\cdot(c_n)^2$.

$T_{2n}=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_{2n-1}+b_{2n}$

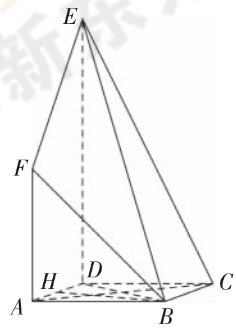
$=-(c_1)^2+(c_2)^2+[-(c_3)^2]+(c_4)^2+\cdots+[-(c_{2n-1})^2]+(c_{2n})^2$

$=(-c_1+c_2)(c_1+c_2)+(-c_3+c_4)(c_3+c_4)+\cdots+(-c_{2n-1}+c_{2n})(c_{2n-1}+c_{2n})$

$=c_1+c_2+c_3+c_4+\cdots+c_{2n-1}+c_{2n}$

$=\dfrac{2n[2+(2n+1)]}{2}=n(2n+3)=2n^2+3n$. …………………………………………………………………… 12分

18. (1)**证明**:连接AC,由四边形$ABCD$为菱形可知$AC\perp BD$.



$\because$平面$BED\perp$平面$ABCD$,且交线为BD,

$\therefore AC\perp$平面BED,$\therefore AC\perp ED$.

又$AF/\!/DE$,$\therefore AF\perp AC$.

$\because AF\perp AD$,$AC\cap AD=A$,$\therefore AF\perp$平面$ABCD$.

$\because CD\subset$平面$ABCD$,$\therefore AF\perp CD$. …………………………………………… 4分

(2)**解**:$V_{ABCDEF}=V_{E-BCD}+V_{B-ADEF}$.

由(1)知$AF\perp$平面$ABCD$,又$AF/\!/DE$,$\therefore DE\perp$平面$ABCD$.

则$V_{E-BCD}=\dfrac{1}{3}\times ED\times S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{3}\times 4\times\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times\sin 60^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………………………… 7分

取AD的中点H,连接BH,则$BH\perp AD$,$BH=\sqrt{3}$.

由(1)可知$BH\perp AF$, $\therefore BH\perp$平面$ADEF$.

则$V_{B-ADEF}=\dfrac{1}{3}\times BH\times S_{ADEF}=\dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}\times(2+4)\times 2=2\sqrt{3}$. ………………………………………………………… 10分

所以$V_{ABCDEF}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}+2\sqrt{3}=\dfrac{10}{3}\sqrt{3}$.

即多面体$ABCDEF$的体积为$\dfrac{10}{3}\sqrt{3}$. …………………………………………………………………………… 12分

19. **解**:(1)由题意,寄出方式有以下三种可能:

情况	第一个包裹			第二个包裹			甲支付的总快递费
	礼物	重量(kg)	快递费(元)	礼物	重量(kg)	快递费(元)	
1	A	0.3	10	B,C	3.3	25	35
2	B	1.8	15	A,C	1.8	15	30
3	C	1.5	15	A,B	2.1	20	35

所有3种可能中,有1种可能快递费未超过30元,根据古典概型概率计算公式,所求概率为$\dfrac{1}{3}$. ………… 6分

(2)将题目中的数据转化为频率,得

包裹件数范围	0~100	101~200	201~300	301~400	401~500
包裹件数(近似处理)	50	150	250	350	450
天数	6	6	30	12	6
频率	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1

若不裁员，则每天可揽件的上限为450件，公司每日揽件数情况如下：

包裹件数(近似处理)	50	150	250	350	450
实际揽件数	50	150	250	350	450
频率	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1
平均揽件数	$50\times0.1+150\times0.1+250\times0.5+350\times0.2+450\times0.1=260$				

故公司平均每日利润为$260\times5-3\times100=1000$(元)； …………………………………… 9分

若裁员1人，则每天可揽件的上限为300件，公司每日揽件数情况如下：

包裹件数(近似处理)	50	150	250	350	450
实际揽件数	50	150	250	300	300
频率	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1
平均揽件数	$50\times0.1+150\times0.1+250\times0.5+300\times0.2+300\times0.1=235$				

故公司平均每日利润为$235\times5-2\times100=975$(元). …………………………………… 11分

故公司将前台工作人员裁员 1 人对提高公司利润不利. …………………………………… 12 分

20. **解**：(1)由已知得$c=1$，$2a=\sqrt{4+\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}=2\sqrt{2}$，

$\therefore a=\sqrt{2}$，$b=1$.

则E的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$. …………………………………… 4分

(2)设AB：$x=my+t(m\neq0)$代入$\frac{x^2}{2}+y^2=1$得

$(m^2+2)y^2+2mty+t^2-2=0$.

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$y_1+y_2=-\frac{2mt}{m^2+2}$，$y_1y_2=\frac{t^2-2}{m^2+2}$，

$\Delta=8(m^2+2-t^2)$. …………………………………… 6分

设$P(x,y)$，由$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$，$y=y_1+y_2=-\frac{2mt}{m^2+2}$，

$x=x_1+x_2=my_1+t+my_2+t=m(y_1+y_2)+2t=\frac{4t}{m^2+2}$.

$\because$点P在椭圆E上，$\therefore\frac{16t^2}{2(m^2+2)^2}+\frac{4m^2t^2}{(m^2+2)^2}=1$，即$\frac{4t^2(m^2+2)}{(m^2+2)^2}=1$，$\therefore 4t^2=m^2+2$. …………………………………… 8分

在$x=my+t$中，令$y=0$，则$x=t$，令$x=0$，则$y=-\frac{t}{m}$.

$\therefore$三角形面积$S=\frac{1}{2}|xy|=\frac{1}{2}\times\frac{t^2}{|m|}=\frac{1}{8}\times\frac{m^2+2}{|m|}=\frac{1}{8}\left(|m|+\frac{2}{|m|}\right)\geqslant\frac{1}{8}\times2\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$. …………………………………… 10分

当且仅当$m^2=2$，$t^2=1$时取得等号，此时$\Delta=24>0$.

$\therefore$所求三角形面积的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{4}$. …………………………………… 12分

21. **解**：(1)函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

$f'(x)=x-(a+1)+\frac{a}{x}=\frac{x^2-(a+1)x+a}{x}=\frac{(x-a)(x-1)}{x}$.

若 $0<a<1$，则

当 $0<x<a$ 或 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增；

当 $a<x<1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减. …………………………………… 2分

若 $a\leqslant 0$，则

当 $0<x<1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；

当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增. …………………………………………………………… 4 分

综上所述，当 $a\leqslant 0$ 时，函数 $f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，在$(0,1)$上单调递减；当 $0<a<1$ 时，函数 $f(x)$在$(a,1)$上单调递减，在$(0,a)$和$(1,+\infty)$上单调递增. ……………………………………………………… 5 分

(2)原题等价于对任意 $x\in\left[\frac{1}{e},e\right]$，有$-a\ln x+x^a\leqslant e-1$ 成立.

设 $g(x)=-a\ln x+x^a$，$a>0$，所以 $g(x)_{max}\leqslant e-1$.

$g'(x)=\frac{-a}{x}+ax^{a-1}=\frac{a(x^a-1)}{x}$.

令 $g'(x)<0$，得 $0<x<1$；令 $g'(x)>0$，得 $x>1$.

所以函数 $g(x)$在$\left[\frac{1}{e},1\right)$上单调递减，在$(1,e]$上单调递增，

$g(x)_{max}$ 为 $g\left(\frac{1}{e}\right)=a+e^{-a}$ 与 $g(e)=-a+e^a$ 中的较大者. ………………………………………………… 7 分

设 $h(a)=g(e)-g\left(\frac{1}{e}\right)=e^a-e^{-a}-2a(a>0)$，

则 $h'(a)=e^a+e^{-a}-2>2\sqrt{e^a\cdot e^{-a}}-2=0$，

所以 $h(a)$在$(0,+\infty)$上单调递增，故 $h(a)>h(0)=0$，所以 $g(e)>g\left(\frac{1}{e}\right)$，

从而 $g(x)_{max}=g(e)=-a+e^a$. ………………………………………………………………………… 9 分

所以$-a+e^a\leqslant e-1$ 即 $e^a-a-e+1\leqslant 0$.

设 $\varphi(a)=e^a-a-e+1(a>0)$，则 $\varphi'(a)=e^a-1>0$.

所以 $\varphi(a)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

又 $\varphi(1)=0$，所以 $e^a-a-e+1\leqslant 0$ 的解为 $a\leqslant 1$.

因为 $a>0$，所以正实数 a 的取值范围为$(0,1]$. ……………………………………………………… 12 分

22. **解：**(1)C_1的普通方程为$x^2+y^2=1(y\geqslant 0)$，

把$x=x'$，$y=\frac{\sqrt{3}}{3}y'$代入上述方程得，$x'^2+\frac{y'^2}{3}=1(y'\geqslant 0)$，

$\therefore C_2$的方程为$x^2+\frac{y^2}{3}=1(y\geqslant 0)$.

令$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，

所以C_2的极坐标方程为$\rho^2=\frac{3}{3\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{3}{2\cos^2\theta+1}(\theta\in[0,\pi])$. …………………………………… 5分

(2)在(1)中建立的极坐标系中，直线l的极坐标方程为$\theta=\alpha(\rho\in\mathbf{R})$，

由$\begin{cases}\rho=1,\\\theta=\alpha,\end{cases}$得$\rho_A=1$，

由$\begin{cases}\rho^2=\frac{3}{2\cos^2\theta+1},\\\theta=\alpha,\end{cases}$得$\rho_B=\sqrt{\frac{3}{2\cos^2\alpha+1}}$.

而$\sqrt{\frac{3}{2\cos^2\alpha+1}}-1=\sqrt{2}-1$，$\therefore\cos\alpha=\pm\frac{1}{2}$.

而$\alpha\in[0,\pi]$，$\therefore\alpha=\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$. ……………………………………………………………………… 10分

23. **解**:(1)因为$f(x)_{\min}=f(1)=-a$,所以$-a\geqslant 3$, …………………………………………… 3分

解得$a\leqslant -3$,即$a_{\max}=-3$. …………………………………………… 4分

(2)$g(x)=f(x)+2|x+a|+a=|x-1|+2|x+a|$.

当$a=-1$时,$g(x)=3|x-1|\geqslant 0$,$0\neq 3$,所以$a=-1$不符合题意.

当$a<-1$时,$g(x)=\begin{cases}(x-1)+2(x+a), x\geqslant -a,\\(x-1)-2(x+a), 1\leqslant x<-a,\\-(x-1)-2(x+a), x<1,\end{cases}$即$g(x)=\begin{cases}3x-1+2a, x\geqslant -a,\\-x-1-2a, 1\leqslant x<-a,\\-3x+1-2a, x<1,\end{cases}$

所以$g(x)_{\min}=g(-a)=-a-1=3$,解得$a=-4$. …………………………………………… 8分

当$a>-1$时,同法可知$g(x)_{\min}=g(-a)=a+1=3$,解得$a=2$.

综上,$a=2$或-4. …………………………………………… 10分