

2017 年河南省普通高中招生考试试卷

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页,三个大题,满分 120 分,考试时间 100 分钟。
2. 本试卷上不要答题,请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上。答在试卷上的答案无效。

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)下列各小题均有四个答案,其中只有一个正确的。

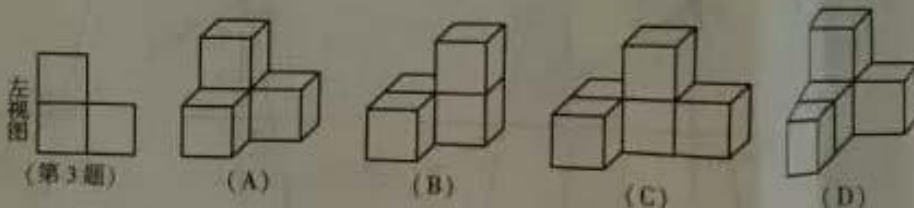
1. 下列各数中比 1 大的数是

(A) 2 (B) 0 (C) -1 (D) -3

2. 2016 年,我国国内生产总值达到 74.4 万亿元。数据“74.4 万亿”用科学记数法表示为

(A) 74.4×10^{12} (B) 7.44×10^{13} (C) 74.4×10^{13} (D) 7.44×10^{14}

3. 某几何体的左视图如下图所示,则该几何体不可能是



4. 解分式方程 $\frac{1}{x-1} - 2 = \frac{3}{1-x}$, 去分母得

(A) $1 - 2(x-1) = -3$ (B) $1 - 2(x-1) = 3$
(C) $1 - 2x - 2 = -3$ (D) $1 - 2x + 2 = 3$

5. 八年级某同学 6 次数学小测验的成绩分别为:80 分,85 分,95 分,95 分,95 分,100 分,则该同学这 6 次成绩的众数和中位数分别是

(A) 95 分,95 分 (B) 95 分,90 分 (C) 90 分,95 分 (D) 95 分,85 分

6. 一元二次方程 $2x^2 - 5x - 2 = 0$ 的根的情况是

(A) 有两个相等的实数根 (B) 有两个不相等的实数根
(C) 只有一个实数根 (D) 没有实数根

7. 如图,在 $\square ABCD$ 中,对角线 AC, BD 相交于点 O ,添加下列条件不能判定 $\square ABCD$ 是菱形的只有

(A) $AC \perp BD$ (B) $AB = BC$
(C) $AC = BD$ (D) $\angle 1 = \angle 2$

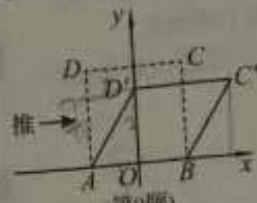


8. 如图是一次数学活动课制作的一个转盘, 盘面被等分成四个扇形区域, 并分别标有数字 $-1, 0, 1, 2$. 若转动转盘两次, 每次转盘停止后记录指针所指区域的数字 (当指针恰好指在分界线上时, 不记, 重转), 则记录的两个数字都是正数的概率为

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$



(第8题)



(第9题)



(第10题)

9. 我们知道, 四边形具有不稳定性. 如图, 在平面直角坐标系中, 边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上, AB 的中点是坐标原点 O . 固定点 A, B , 把正方形沿箭头方向推, 使点 D 落在 y 轴正半轴上点 D' 处, 则点 C 的对应点 C' 的坐标为

(A) $(\sqrt{3}, 1)$ (B) $(2, 1)$ (C) $(1, \sqrt{3})$ (D) $(2, \sqrt{3})$

10. 如图, 将半径为 2, 圆心角为 120° 的扇形 OAB 绕点 A 逆时针旋转 60° , 点 O, B 的对应点分别为 O', B' , 连接 BB' , 则图中阴影部分的面积是

(A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ (C) $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$ (D) $4\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

11. 计算: $2^3 - \sqrt{4} =$ _____.

12. 不等式组 $\begin{cases} x-2 \leq 0, \\ \frac{x-1}{2} < x \end{cases}$ 的解集是 _____.

13. 已知点 $A(1, m), B(2, n)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上, 则 m 与 n 的大小关系为 _____.

14. 如图 1, 点 P 从 $\triangle ABC$ 的顶点 B 出发, 沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 匀速运动到点 A . 图 2 是点 P 运动时, 线段 BP 的长度 y 随时间 x 变化的关系图象, 其中 M 为曲线部分的最低点, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____.

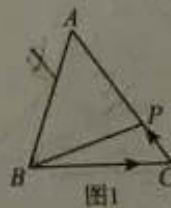


图1

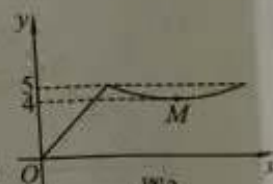
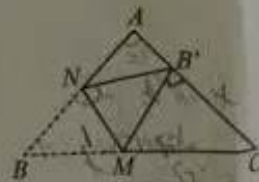


图2

(第14题)

15. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ, AB = AC, BC = \sqrt{2} + 1$, 点 M, N 分别是边 BC, AB 上的动点, 沿 MN 所在的直线折叠 $\angle B$, 使点 B 的对应点 B' 始终落在边 AC 上. 若 $\triangle MB'C$ 为直角三角形, 则 BM 的长为 _____.



(第15题)

三、解答题(本大题共8个小题,满分75分)

16. (8分) 先化简,再求值:

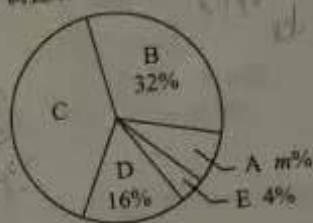
$$(2x+y)^2 + (x-y)(x+y) - 5x(x-y), \text{ 其中 } x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1.$$

17. (9分) 为了了解同学们每月零花钱的数额,校园小记者随机调查了本校部分同学,根据调查结果,绘制出了如下两个尚不完整的统计图表.

调查结果统计表

组别	分组(单位:元)	人数
A	$0 \leq x < 30$	4
B	$30 \leq x < 60$	16
C	$60 \leq x < 90$	a
D	$90 \leq x < 120$	b
E	$x \geq 120$	2

调查结果扇形统计图



请根据以上图表,解答下列问题:

(1) 填空:这次被调查的同学共有 50 人, $a + b =$ 28, $m =$ 8;

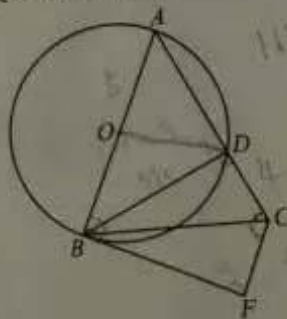
(2) 求扇形统计图中扇形C的圆心角度数;

(3) 该校共有学生1000人,请估计每月零花钱的数额 x 在 $60 \leq x < 120$ 范围的人数.

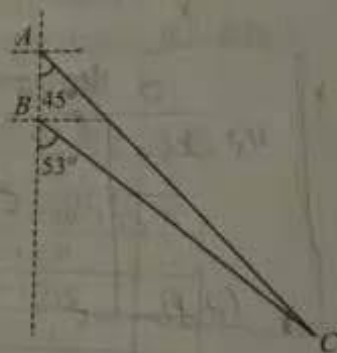
18. (9分) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$,以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 边于点 D ,过点 C 作 $CF \parallel AB$,与过点 B 的切线交于点 F ,连接 BD .

(1) 求证: $BD = BF$;

(2) 若 $AB = 10, CD = 4$,求 BC 的长.

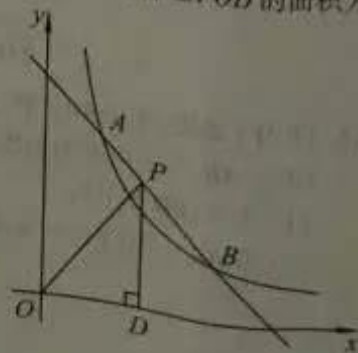


19. (9分) 如图所示,我国两艘海监船A,B在南海海域巡航,某一时刻,两船同时收到指令,立即前往救援遇险抛锚的渔船C.此时,B船在A船的正南方向5海里处,A船测得渔船C在其南偏东 45° 方向,B船测得渔船C在其南偏东 53° 方向.已知A船的航速为30海里/小时,B船的航速为25海里/小时,问C船至少要等待多长时间才能得到救援?(参考数据: $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)



20. (9分) 如图,一次函数 $y = -x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点A($m, 3$)和点B(3, 1).

- (1) 填空:一次函数的解析式为_____,反比例函数的解析式为_____;
- (2) 点P是线段AB上一点,过点P作 $PD \perp x$ 轴于点D,连接OP,若 $\triangle POD$ 的面积为S,求S的取值范围.



21. (10分) 学校“百变魔方”社团准备购买 A, B 两种魔方. 已知购买 2 个 A 种魔方和 6 个 B 种魔方共需 130 元, 购买 3 个 A 种魔方和 4 个 B 种魔方所需款数相同.

(1) 求这两种魔方的单价;

(2) 结合社员们的需求, 社团决定购买 A, B 两种魔方共 100 个 (其中 A 种魔方不超过 50 个).

某商店有两种优惠活动, 如右图所示.

请根据以上信息, 说明选择哪种优惠活动购买魔方更实惠.

优惠活动

活动一: “疯狂打折”

A 种魔方八折
B 种魔方四折

活动二: “买一送一”

购买一个 A 种魔方
送 一个 B 种魔方



22. (10分) 如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $AD = AE$, 连接 DC , 点 M, P, N 分别为 DE, DC, BC 的中点.

(1) 观察猜想

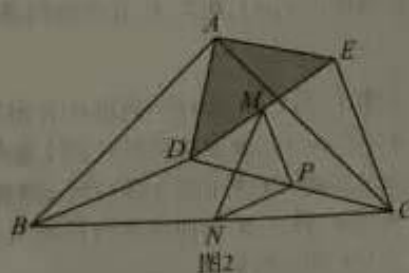
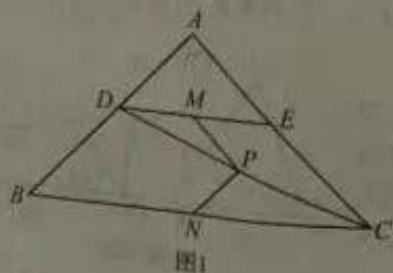
图 1 中, 线段 PM 与 PN 的数量关系是 _____, 位置关系是 _____;

(2) 探究证明

把 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针方向旋转到图 2 的位置, 连接 MN, BD, CE , 判断 $\triangle PMN$ 的形状, 并说明理由;

(3) 拓展延伸

把 $\triangle ADE$ 绕点 A 在平面内自由旋转, 若 $AD = 4, AB = 10$, 请直接写出 $\triangle PMN$ 面积的最大值.



23. (11分) 如图, 直线 $y = -\frac{2}{3}x + c$ 与 x 轴交于点 $A(3,0)$, 与 y 轴交于点 B , 抛物线

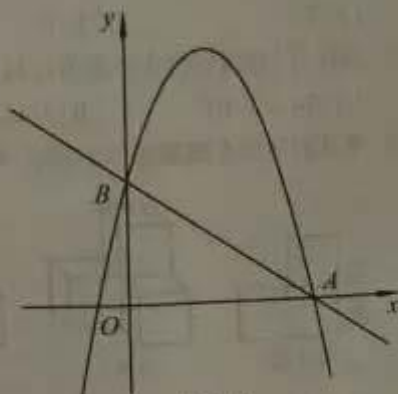
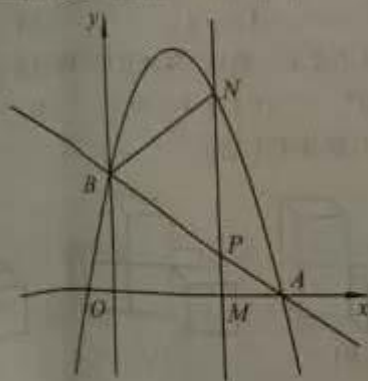
$$y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + c \text{ 经过点 } A, B.$$

(1) 求点 B 的坐标和抛物线的解析式;

(2) $M(m,0)$ 为 x 轴上一动点, 过点 M 且垂直于 x 轴的直线与直线 AB 及抛物线分别交于点 P, N .

① 点 M 在线段 OA 上运动, 若以 B, P, N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似, 求点 M 的坐标;

② 点 M 在 x 轴上自由运动, 若三个点 M, P, N 中恰有一点是其它两点所连线段的中点(三点重合除外), 则称 M, P, N 三点为“共谐点”. 请直接写出使得 M, P, N 三点成为“共谐点”的 m 的值.



备用图

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	A	A	B	C	C	D	C

二、填空题

题号	11	12	13	14	15
答案	6	$-1 \leq x \leq 2$	$m < n$	12	1 或 $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

三、解答题

16. 解: $(2x+y)^2 + (x-y)(x+y) - 5x(x-y)$

$$= 4x^2 + 4xy + y^2 + x^2 - y^2 - 5x^2 + 5xy$$

$$= 5x^2 - 5x^2 + y^2 - y^2 + 4xy + 5xy$$

$$= 9xy$$

当 $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$ 时

$$\text{原式} = 9(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$$

$$= 9 \times 1 = 9$$

17. (1) 50, 28, 8

(2) $1 - 32\% - 8\% - 4\% - 16\% = 40\%$

$$360^\circ \times 40\% = 144^\circ$$

(3) $1000 \times \frac{28}{50} = 560$ (人)

答: 每月零花钱的数额 x 在 $60 \leq x < 120$ 范围的人数为 560 人。

18.解:

$$\because AB = AC \therefore \angle ABC = \angle ACB$$

$$\because AB \parallel CF \therefore \angle ABC = \angle BCF$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BCF$$

$$\because AB \text{ 为直径 } \therefore \angle ADB = \angle BDC = 90^\circ$$

$$\because BF \text{ 为圆 } O \text{ 切线 } \therefore AB \perp BF$$

$$\because AB \parallel CF \therefore \angle F = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle BFC$$

$$\therefore BD = BF$$

$$(2) \because AB = 10, AC = 4$$

$$\therefore AD = 6$$

$$\therefore BD = 8$$

$$\therefore BC = 4\sqrt{5}$$

19 解:

过C作 $CD \perp AB$ 于点D, 设BD为x

在 $Rt\triangle ACD$ 中

$$\because \angle A = 45^\circ$$

$$\therefore AD = DC = x + 5$$

在 $Rt\triangle BDC$ 中

$$\text{由 } \frac{DC}{BD} = \tan 53^\circ, \text{ 得 } \frac{x+5}{x} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore x = 15$$

$$\text{则 } BC = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$$

$$AC = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}$$

$$\therefore A \text{ 到 } C \text{ 用时为: } \frac{20\sqrt{2}}{30} \approx 0.94(h)$$

$$B \text{ 到 } C \text{ 用时为: } \frac{25}{25} = 1(h)$$

$$\because 0.94 < 1$$

$\therefore$ 至少要等 0.94 小时。

$$20.(1) y = -x + 4, y = \frac{3}{x}$$

(2)解：由（1）得 $3m = 3, \therefore m = 1$ ，则 A 点坐标为 (1,3)

设 P 点坐标为 $(a, -a + 4) (1 \leq a \leq 3)$ ，则

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} OD \cdot PD \\ &= \frac{1}{2} a(-a + 4) \\ &= -\frac{1}{2} (a - 2)^2 + 2 \end{aligned}$$

$$\because -\frac{1}{2} < 0$$

$\therefore$ 当 $a = 2$ 时，S 有最大值 2

当 $a = 1$ 或 3 时，S 有最小值为

$$S = -\frac{1}{2} \times (1 - 2)^2 + 2 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{3}{2} \leq S \leq 2$$

21.解：1) 设 A 型魔方的单价为 a 元，B 型魔方单价为 b 元，

则由题意可得：

$$\begin{cases} 2a + 6b = 130 \\ 3a = 4b \end{cases}$$

$$\text{解方程得} \begin{cases} a = 20 \\ b = 15 \end{cases}$$

答：A 型魔方的单价为 20 元，B 型魔方单价为 15 元

2) 设 A 型魔方的数量是 x 个 ($x > 0$)，则 B 型魔方的数

量是 $(100-x)$ 个

设总费用为 w 元。

$$\text{活动一: } w_1 = 0.8 \times 20x + 0.4 \times 15(100-x) = 10x + 600$$

$$\text{活动二: } w_2 = 20x + 15[(100-x)-x] = -10x + 1500$$

$$\text{当 } w_1 < w_2 \text{ 时, 即 } 10x + 600 < -10x + 1500$$

$$\text{解得 } x < 45$$

$\therefore$ 当 $0 < x < 45$ 时, 活动一方案更优惠

$$\text{当 } w_1 = w_2 \text{ 时, 即 } 10x + 600 = -10x + 1500$$

$$\text{解得 } x = 45$$

$\therefore$ 当 $x = 45$ 时, 活动一和活动二均可

$$\text{当 } w_1 > w_2 \text{ 时, 即 } 10x + 600 > -10x + 1500$$

$$\text{解得 } x > 45$$

$$\text{又 } \because x \leq 50$$

$\therefore$ 当 $45 < x \leq 50$ 时, 活动二方案更优惠

综上所述: 当 $0 < x < 45$ 时, 活动一方案更优惠;

当 $x = 45$ 时, 活动一和活动二优惠一样;

当 $45 < x \leq 50$ 时, 活动二方案更优惠

22. (1) $PM=PN$; $PM \perp PN$

(2) $\triangle PMN$ 为等腰直角三角形

理由如下:

由题可知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等腰直角三角形

$$\therefore AB=AC, AD=AE, \angle BAC=\angle DAE=90^\circ$$

$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle DAC + \angle CAE$$

$$\therefore \angle BAD = \angle DAC$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE, BD = CE$$

延长 BD 交 CE 于点 H, 交 AC 于点 G

$$\because \angle ABD = \angle ACE, \angle AGB = \angle AGC$$

$$\therefore \angle CHB = \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore BD \perp CE$$

又 $\because$ M, P, N 分别是 DE, CD, BC 的中点

$\therefore$ PM 是 $\triangle CDE$ 的中位线

$$\therefore PM \parallel CE \text{ 且 } PM = \frac{1}{2} CE$$

$$\text{同理: } PN \parallel BD \text{ 且 } PN = \frac{1}{2} BD$$

$$\text{又 } \because BD = CE, BD \perp CE$$

$$\therefore PM = PN \text{ 且 } PM \perp PN$$

$\therefore \triangle PMN$ 为等腰直角三角形

$$(3) \frac{49}{2}$$

$$23. (1) \text{ 解: } \because \text{直线 } y = -\frac{2}{3}x + c \text{ 过 } A(3,0)$$

$$\therefore \text{代入得: } -\frac{2}{3} \times 3 + c = 0, c = 2$$

∴ 直线 AB 表达式为: $y = -\frac{2}{3}x + 2$

∴ $B(0,2)$

∵ 抛物线过 $A(3,0), B(0,2)$

∴ 代入得:
$$\begin{cases} -\frac{2}{3} \times 9 + 3b + c = 0 \\ c = 2 \end{cases}$$

∴ $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2$

(2) 依题可知: $M(m, 0)$

∵ $NM \perp x$ 轴交直线 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 于点 P

交抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2$ 于点 N

∴ $N(m, -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2)$

$P(m, -\frac{2}{3}m + 2)$

∵ $\triangle APM$ 相似于 $\triangle BPN$

① $\triangle APM \sim \triangle BPN$

则 $\angle AMP = \angle BNP = 90^\circ$

∴ $BN \parallel x$ 轴

∴ B, N 的纵坐标相同为 2

∴ $-\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 = 2$

解得: $m_1 = 0$

$$m_2 = \frac{5}{2}$$

∵ $m = 0$ 时 P, N 与 B 重合, $\triangle BPN$ 不存在

$$\therefore m = \frac{5}{2}$$

此时 $M\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

② $\triangle APM \sim \triangle NPB$, 则 $\angle BNP = \angle MAP$

过点 B 作 $BH \perp MN$, 则 $H(m, 2)$

$$\therefore \angle BNP = \angle MAP$$

$$\therefore \tan \angle BNP = \tan \angle MAP$$

$$\therefore \text{即 } \frac{BH}{NH} = \frac{OB}{OA} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{m}{-\frac{2}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 - 2} = \frac{2}{3}$$

解得: $m_1 = 0$ (舍)

$$m_2 = \frac{11}{8}$$

$$\therefore m = \frac{11}{8}$$

此时 $M\left(\frac{11}{8}, 0\right)$

$$(3) \frac{1}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{4} \text{ 或 } -1$$