

数 学

注意事项:

1. 本试卷共6页,三个大题,满分120分,考试时间100分钟。
2. 本试卷上不要答题,请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上。答在试卷上的答案无效。

一、选择题(每小题3分,共24分)下列各小题均有四个答案,其中只有一个是正确的。

1. $-\frac{1}{3}$ 的相反数是

(A) $-\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) -3

(D) 3

2. 某种细胞的直径是0.00000095米,将0.00000095用科学记数法表示为

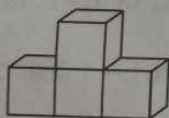
(A) 9.5×10^{-7}

(B) 9.5×10^{-8}

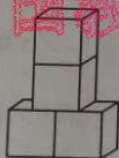
(C) 0.95×10^{-7}

(D) 95×10^{-8}

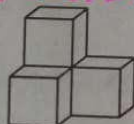
3. 下列几何体是由4个相同的小正方体搭成的,其中主视图和左视图相同的是



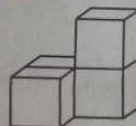
(A)



(B)



(C)



(D)

4. 下列计算正确的是

(A) $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

(B) $(-3)^2 = 6$

(C) $3a^4 - 2a^2 = a^2$

(D) $(-a^3)^2 = a^5$

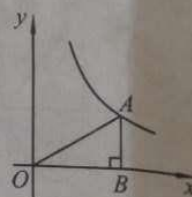
5. 如图,过反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上一点A作 $AB \perp x$ 轴于点B,连接AO,若 $S_{\triangle AOB} = 2$,则k的值为

(A) 2

(B) 3

(C) 4

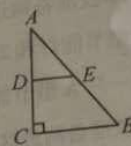
(D) 5



(第5题)

6. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $AB = 10$. DE 垂直平分 AC 交 AB 于点 E , 则 DE 的长为

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3



(第6题)

7. 下表记录了甲、乙、丙、丁四名跳高运动员最近几次选拔赛成绩的的平均数与方差:

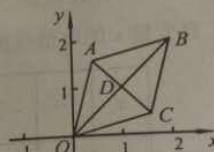
	甲	乙	丙	丁
平均数(cm)	185	180	185	180
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

根据表中数据,要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛,应该选择

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁

8. 如图,已知菱形 $OABC$ 的顶点 $O(0,0)$, $B(2,2)$,若菱形绕点 O 逆时针旋转,每秒旋转 45° ,则第60秒时,菱形的对角线交点 D 的坐标为

(A) $(1, -1)$ (B) $(-1, -1)$
(C) $(\sqrt{2}, 0)$ (D) $(0, -\sqrt{2})$



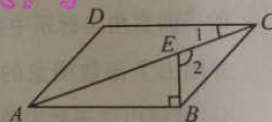
(第8题)

二、填空题(每小题3分,共21分)

9. 计算: $(-2)^0 - \sqrt[3]{8} =$ _____.

10. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $BE \perp AB$ 交对角线 AC 于点 E ,

若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 _____.



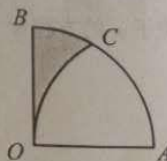
(第10题)

11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 _____.

12. 在“阳光体育”活动时间,班主任将全班同学随机分成了4组进行活动,该班小明和小亮同学被分在同一组的概率是 _____.

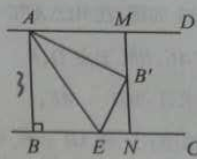
13. 已知 $A(0,3)$, $B(2,3)$ 是抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上两点, 该抛物线的顶点坐标是 _____.

14. 如图,在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 以点 A 为圆心, OA 的长为半径作 $\widehat{OC}$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 C . 若 $OA = 2$, 则阴影部分的面积为 _____.



(第14题)

15. 如图,已知 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = 3$. 点 E 为射线 BC 上一个动点,连接 AE ,将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠,点 B 落在点 B' 处,过点 B' 作 AD 的垂线,分别交 AD, BC 于点 M, N . 当点 B' 为线段 MN 的三等分点时, BE 的长为_____.



(第15题)

三、解答题(本大题共8个小题,满分75分)

16. (8分) 先化简,再求值:

$$\left(\frac{x}{x^2+x} - 1\right) \div \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}, \text{ 其中 } x \text{ 的值从不等式组 } \begin{cases} -x \leq 1, \\ 2x-1 < 4 \end{cases} \text{ 的整数解中选取.}$$

17. (9分) 在一次社会调查活动中,小华收集到某“健步走运动”团队中20名成员一天行走的步数,记录如下:

5640 6430 6520 6798 7325
8430 8215 7453 7446 6754
7638 6834 7326 6830 8648
8753 9450 9865 7290 7850

对这20个数据按组距1000进行分组,并统计整理,绘制了如下尚不完整的统计图表:

步数分组统计表

组别	步数分组	频数
A	$5500 \leq x < 6500$	2
B	$6500 \leq x < 7500$	10
C	$7500 \leq x < 8500$	m
D	$8500 \leq x < 9500$	3
E	$9500 \leq x < 10500$	n

频数分布直方图



请根据以上信息解答下列问题:

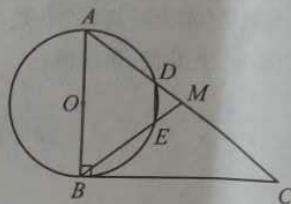
- (1) 填空: $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 这20名“健步走运动”团队成员一天行走步数的中位数落在_____组;
- (4) 若该团队共有120人,请估计其中一天行走步数不少于7500步的人数.

18. (9分) 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 M 是 AC 的中点, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交 AC, BM 于点 D, E .

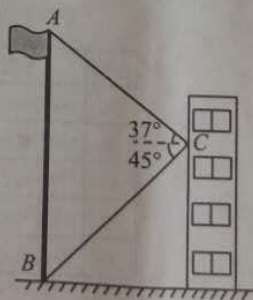
(1) 求证: $MD = ME$;

(2) 填空: ① 若 $AB = 6$, 当 $AD = 2DM$ 时, $DE =$ _____;

② 连接 OD, OE , 当 $\angle A$ 的度数为 _____ 时, 四边形 $ODME$ 是菱形.



19. (9分) 如图, 小东在教学楼距地面9米高的窗口 C 处, 测得正前方旗杆顶部 A 点的仰角为 37° , 旗杆底部 B 点的俯角为 45° . 升旗时, 国旗上端悬挂在距地面2.25米处. 若国旗随国歌声冉冉升起, 并在国歌播放45秒结束时到达旗杆顶端, 则国旗应以多少米/秒的速度匀速上升?(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



20. (9分) 学校准备购进一批节能灯, 已知1只A型节能灯和3只B型节能灯共需26元;

3只A型节能灯和2只B型节能灯共需29元.

- (1) 求一只A型节能灯和一只B型节能灯的售价各是多少元;
 (2) 学校准备购进这两种型号的节能灯共50只, 并且A型节能灯的数量不多于B型节能灯数量的3倍, 请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

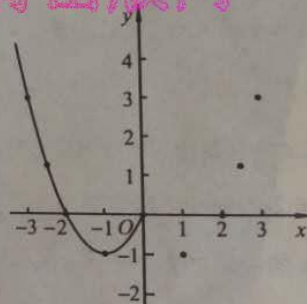
21. (10分) 某班“数学兴趣小组”对函数 $y = x^2 - 2|x|$ 的图象和性质进行了探究, 探究过程如下, 请补充完整.

(1) 自变量 x 的取值范围是全体实数, x 与 y 的几组对应值列表如下:

x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	3	$\frac{5}{4}$	m	-1	0	-1	0	$\frac{5}{4}$	3	...

其中, $m =$ _____.

- (2) 根据上表数据, 在如图所示的平面直角坐标系中描点, 并画出了函数图象的一部分, 请画出该函数图象的另一部分.



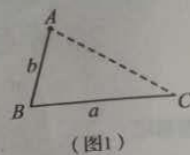
(3) 观察函数图象, 写出两条函数的性质.

(4) 进一步探究函数图象发现:

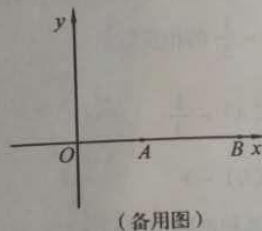
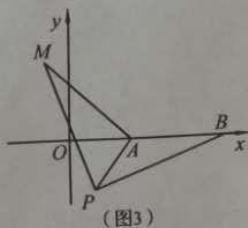
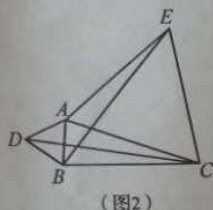
- ① 函数图象与 x 轴有 _____ 个交点, 所以对应的方程 $x^2 - 2|x| = 0$ 有 _____ 个实数根;
 ② 方程 $x^2 - 2|x| = 2$ 有 _____ 个实数根;
 ③ 关于 x 的方程 $x^2 - 2|x| = a$ 有 4 个实数根时, a 的取值范围是 _____.

22. (10分) (1) 发现 如图1, 点A为线段BC外一动点, 且 $BC = a, AB = b$.

填空: 当点A位于_____时, 线段AC的长取得最大值, 且最大值为_____ (用含a, b的式子表示).



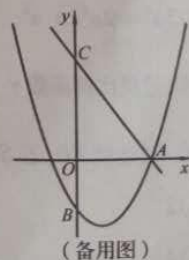
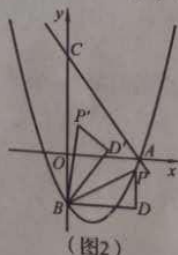
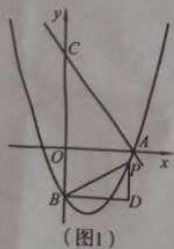
- (2) 应用 点A为线段BC外一动点, 且 $BC = 3, AB = 1$. 如图2所示, 分别以AB, AC为边, 作等边三角形ABD和等边三角形ACE, 连接CD, BE.
- ① 请找出图中与BE相等的线段, 并说明理由;
 - ② 直接写出线段BE长的最大值.



- (3) 拓展 如图3, 在平面直角坐标系中, 点A的坐标为(2,0), 点B的坐标为(5,0), 点P为线段AB外一动点, 且 $PA = 2, PM = PB, \angle BPM = 90^\circ$. 请直接写出线段AM长的最大值及此时点P的坐标.

23. (11分) 如图1, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + n$ 交x轴于点A, 交y轴于点C(0,4), 抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 经过点A, 交y轴于点B(0, -2). 点P为抛物线上一个动点, 过点P作x轴的垂线PD, 过点B作 $BD \perp PD$ 于点D, 连接PB, 设点P的横坐标为m.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当 $\triangle BDP$ 为等腰直角三角形时, 求线段PD的长;
- (3) 如图2, 将 $\triangle BDP$ 绕点B逆时针旋转, 得到 $\triangle BD'P'$, 且旋转角 $\angle PBP' = \angle OAC$, 当点P的对应点P'落在坐标轴上时, 请直接写出点P的坐标.



2016 年河南省普通高中招生考试 数学试题参考答案及评分标准

说明:

1. 如果考生的解答与本参考答案提供的解法不同, 可根据提供的解法的评分标准精神进行评分.
2. 评阅试卷, 要坚持每题评阅到底, 不能因考生解答中出现错误而中断对本题的评阅. 如果考生的解答在某一步出现错误, 影响后继部分而未改变本题的内容和难度, 视影响的程度决定对后面给分的多少, 但原则上不超过后继部分应得分数之半.
3. 评分标准中, 如无特殊说明, 均为累计给分.
4. 评分过程中, 只给整数分数.

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	A	C	D	A	B

二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15
答案	-1	110°	$k > -\frac{9}{4}$	$\frac{1}{4}$	(1, 4)	$\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

(注: 第 10 题若填为 110, 不扣分)

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. 原式 $= \frac{-x^2}{x(x+1)} + \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}$ 3 分

$$= \frac{-x}{x+1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{-x+x-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1}$$
 5 分

解 $\begin{cases} -x \leq 1, \\ 2x-1 < 4 \end{cases}$ 得 $-1 \leq x < \frac{5}{2}$. $\therefore$ 不等式组的整数解为 -1, 0, 1, 2. 7 分

若使分式有意义, 只能取 $x=2$. $\therefore$ 原式 $= -\frac{2}{2+1} = -\frac{2}{3}$ 8 分

17. (1) 4, 1; 2 分

(2) (按人数为 4 和 1 正确补全直方图); 4 分

(3) B; 6 分

(4) $120 \times \frac{4+3+1}{20} = 48$ (人).

所以该团队一天行走步数不少于 7500 步的人数约为 48 人. 9 分

18. (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 点 M 是 AC 的中点,

$\therefore MA=MB$. $\therefore \angle A = \angle MBA$ 2 分

- ∵ 四边形 $ABED$ 是圆内接四边形,
 $\therefore \angle ADE + \angle ABE = 180^\circ$,
 又 $\angle ADE + \angle MDE = 180^\circ$,
 $\therefore \angle MDE = \angle MBA$.
 同理可证: $\angle MED = \angle A$ 4 分
 $\therefore \angle MDE = \angle MED$. $\therefore MD = ME$ 5 分
 (2) ①2; 7 分
 ② 60° (或 60) 9 分
 19. 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D , 则 $DB = 9$ 1 分
 在 $Rt\triangle CBD$ 中, $\angle BCD = 45^\circ$,
 $\therefore CD = \frac{DB}{\tan 45^\circ} = 9$ 3 分
 在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle ACD = 37^\circ$,
 $\therefore AD = CD \cdot \tan 37^\circ \approx 9 \times 0.75 = 6.75$ 6 分
 $\therefore AB = AD + DB \approx 6.75 + 9 = 15.75$ 7 分
 $(15.75 - 2.25) \div 45 = 0.3$ (米/秒).
 $\therefore$ 国旗应以约 0.3 米/秒的速度匀速上升. 9 分
 20. (1) 设一只 A 型节能灯的售价是 x 元, 一只 B 型节能灯的售价是 y 元. 1 分
 依题意得 $\begin{cases} x + 3y = 26, \\ 3x + 2y = 29. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 5, \\ y = 7. \end{cases}$ 3 分
 所以一只 A 型节能灯的售价是 5 元, 一只 B 型节能灯的售价是 7 元. 4 分
 (2) 设购进 A 型节能灯 m 只, 总费用为 w 元.
 依题意得 $w = 5m + 7(50 - m) = -2m + 350$ 5 分
 $\because -2 < 0$, $\therefore$ 当 m 取最大值时 w 有最小值. 6 分
 又 $\because m \leq 3(50 - m)$, $\therefore m \leq 37.5$.
 而 m 为正整数, $\therefore$ 当 $m = 37$ 时, $w_{\text{最小}} = -2 \times 37 + 350 = 276$ 8 分
 此时 $50 - 37 = 13$.
 所以最省钱的购买方案是购进 37 只 A 型节能灯, 13 只 B 型节能灯. 9 分
 21. (1) 0.
 (2) (正确补全图象).
 (3) (可从函数的最值, 增减性, 图象的对称性等方面阐述. 答案不惟一, 合理即可).
 (4) ① 3, 3; ② 2; ③ $-1 < a < 0$.
 (注: 本题不累计给分, 除 (3) 中每条性质为 2 分外, 其他每空 1 分)

22. (1) CB 延长线上, $a+b$; 2 分

(2) ① $DC = BE$, 理由如下:

$\because \triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 为等边三角形,

$\therefore AD = AB, AC = AE, \angle BAD = \angle CAE = 60^\circ$.

$\therefore \angle BAD + \angle BAC = \angle CAE + \angle BAC$, 即 $\angle CAD = \angle EAB$ 5 分

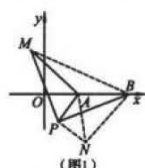
$\therefore \triangle CAD \cong \triangle EAB, \therefore DC = BE$ 6 分

② BE 长的最大值是 4. 8 分

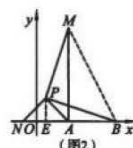
(3) AM 的最大值为 $3 + 2\sqrt{2}$, 点 P 的坐标为 $(2 - \sqrt{2}, \sqrt{2})$ 10 分

【提示】如图 1, 构造 $\triangle BNP \cong \triangle MAP$, 则 $NB = AM$. 由 (1) 知, 当点 N 在 BA 的延长线上时, NB 有最大值 (如图 2). 易得 $AN = 2\sqrt{2}$, $\therefore AM = NB = 3 + 2\sqrt{2}$. 过点 P

作 $PE \perp x$ 轴于 E , $PE = AE = \sqrt{2}$, $\therefore P(2 - \sqrt{2}, \sqrt{2})$.



(图1)



(图2)

23. (1) 由直线 $y = -\frac{4}{3}x + n$ 过点 $C(0, 4)$, 得 $n = 4$, $\therefore y = -\frac{4}{3}x + 4$.

当 $y = 0$ 时, $0 = -\frac{4}{3}x + 4$, 解得 $x = 3$. $\therefore A(3, 0)$ 1 分

$\because$ 抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$, $B(0, -2)$,

$$\therefore \begin{cases} 0 = \frac{2}{3} \times 3^2 + 3b + c, \\ -2 = c. \end{cases} \therefore \begin{cases} b = -\frac{4}{3}, \\ c = -2. \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 2$ 3 分

(2) $\because$ 点 P 的横坐标为 m , $\therefore P(m, \frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m - 2)$, $D(m, -2)$ 4 分

若 $\triangle BDP$ 为等腰直角三角形, 则 $PD = BD$.

① 当点 P 在直线 BD 上方时, $PD = \frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m$.

(i) 若点 P 在 y 轴左侧, 则 $m < 0$, $BD = -m$.

$$\therefore \frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m = -m, \therefore m_1 = 0 \text{ (舍去)}, m_2 = \frac{1}{2} \text{ (舍去)}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(ii) 若点 P 在 y 轴右侧, 则 $m > 0$, $BD = m$.

$$\therefore \frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m = m, \therefore m_3 = 0 \text{ (舍去)}, m_4 = \frac{7}{2}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

② 当点 P 在直线 BD 下方时, $m > 0$, $BD = m$, $PD = -\frac{2}{3}m^2 + \frac{4}{3}m$.

$$\therefore -\frac{2}{3}m^2 + \frac{4}{3}m = m, \therefore m_5 = 0 \text{ (舍去)}, m_6 = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

综上, $m = \frac{7}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$.

即当 $\triangle BDP$ 为等腰直角三角形时, PD 的长为 $\frac{7}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$$(3) P_1(-\sqrt{5}, \frac{4\sqrt{5}+4}{3}), P_2(\sqrt{5}, \frac{-4\sqrt{5}+4}{3}), P_3(\frac{25}{8}, \frac{11}{32}). \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

【提示】 $\because \angle PBP' = \angle OAC$, $OA=3$, $OC=4$,

$$\therefore AC=5, \therefore \sin \angle PBP' = \frac{4}{5}, \cos \angle PBP' = \frac{3}{5}.$$

① 当点 P' 落在 x 轴上时, 过点 D' 作 $D'N \perp x$ 轴, 垂足为 N , 交 BD 于点 M , $\angle DBD' = \angle ND'P' = \angle PBP'$.

$$\text{如图 1, } ND' - MD' = 2, \text{ 即 } \frac{3}{5}(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m) - (-\frac{4}{5}m) = 2.$$

$$\text{如图 2, } ND' + MD' = 2, \text{ 即 } \frac{3}{5}(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m) + \frac{4}{5}m = 2.$$

$$\therefore P_1(-\sqrt{5}, \frac{4\sqrt{5}+4}{3}), P_2(\sqrt{5}, \frac{-4\sqrt{5}+4}{3});$$

② 当点 P' 落在 y 轴上时, 如图 3, 过点 D' 作 $D'M \perp x$ 轴, 交 BD 于点 M , 过点 P' 作 $P'N \perp y$ 轴, 交 MD' 的延长线于点 N , $\angle DBD' = \angle ND'P' = \angle PBP'$.

$$\therefore P'N = BM, \text{ 即 } \frac{4}{5}(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m) = \frac{3}{5}m.$$

$$\therefore P_3(\frac{25}{8}, \frac{11}{32}).$$

