江西省2018年中等学校招生考试

数学样卷

说明：

1．本卷共有六个大题，23个小题，全卷满分120分，考试时间120分钟．

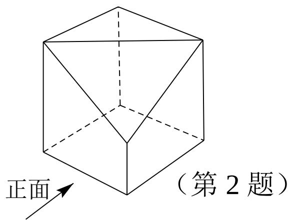
2．本卷分为试题和答题卡，答案要求写在答题卡上，不得在试题卷上作答，否则不给分．

一、选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分．每小题只有一个正确选项）

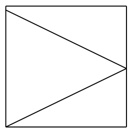
1．$|-3|=$（　　）

A．3　　B．－3　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$-\dfrac{1}{3}$

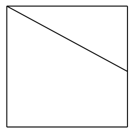
2．如图所示的几何体的俯视图为（　　）



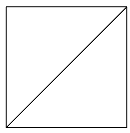
（第2题）



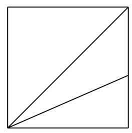
A



B



C



D

3．下列运算正确的是（　　）

A．$(x+2y)^2=x^2+4y^2$　　B．$(-2a^3)^2=4a^6$　　C．$-6a^2b^6\div ab^2=-6ab^3$　　D．$2a^2\cdot 3a^3=6a^6$

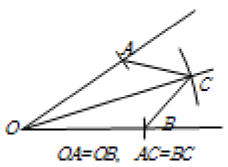
4．已知一元二次方程$x^2+2x-1=0$的两个根为x_1,x_2，则下列说法正确的是（　　）

A．$x_1+x_2=2$　　B．$x_1\cdot x_2=1$　　C．x_1,x_2都是无理数　　D．x_1,x_2都是正数

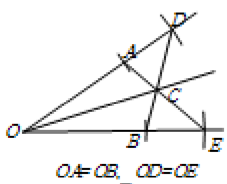
5．已知一组数据：4，6，4，8，3，下列结论不正确的是（　　）

A．平均数是5　　B．中位数是4　　C．众数是4　　D．方差是3

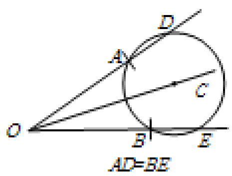
6．作∠*AOB*的平分线*OC*，按以下作图方法错误的是（　　）



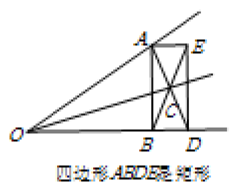
A



B



C



D

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

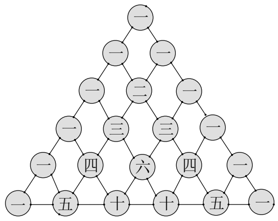
7．因式分解：$x-xy^2=$______________．

8. 有数据显示，2017年全国高校毕业生达795万人，795万用科学记数法可表示为________．

9．计算：$\dfrac{2a}{a^2-1}-\dfrac{1}{a+1}=$__________．

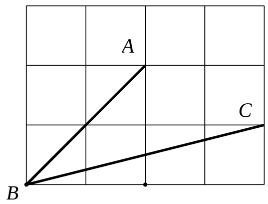
10．我国宋朝数学家杨辉在公元 1261 年的著作《详解九章算法》中提到如图所示的“杨辉三角”，由图中第四行可得公式：$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$．若 $a+b=3$，$ab=1$，运用该公式，计算 a^3+b^3 的值为__________．

11．如图，正方形网格中，点 A，B，C 在格点上，则 $\tan\angle ABC=$ __________．



杨辉三角

(第 10 题)



(第 11 题)

12．已知点 P 是抛物线 $y=\dfrac{1}{12}(x+1)(x-4)$ 上一点，点 A 的坐标为(0，2)，若 Rt△AOP 有一个锐角正切值为 $\dfrac{1}{2}$，则点 P 的坐标____________．

三、（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13.（1）计算： $\left(\sqrt{3}-1\right)^2+\sqrt{12}$

（2）解二元一次方程组：$\begin{cases}x+2y=5\\x-y=2\end{cases}$

14．有四张卡片，分别写有数字－2，0，1，5，将它们背面朝上（背面无差别）洗匀后放在桌上．

（1）从中任意抽出一张，抽到卡片上的数字为负数的概率；

（2）从中任意抽出两张，用树状图或表格列出所有可能的结果，并求抽出卡片上的数字积为正数的概率．

15．如图，$\triangle ABC$ 是$\odot O$ 的内接三角形，请仅用无刻度的直尺在下列图形中按要求画图．

（1）在图 1 中，已知 $OD\perp BC$ 于点 D，画出$\angle A$ 的角平分线；

（2）在图 2 中，已知 $OE\perp AB$ 于点 E，$OF\perp AC$ 于点 F，画出$\angle A$ 的角平分线．

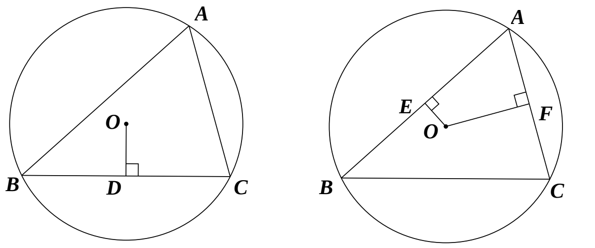
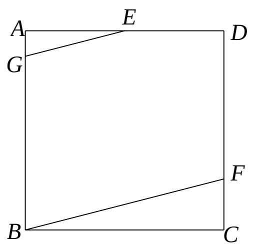


图1　　图2

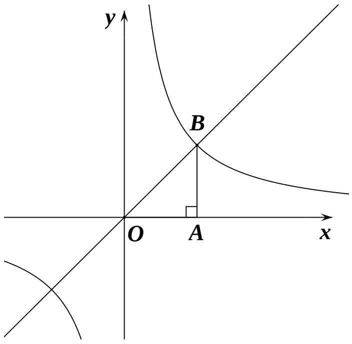
16. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 F 在 CD 上，$CF=4$，E 是 AD 的中点，过点 E 作 $EG\parallel BF$ 交 AB 于点 G，求 AG 的长．



17. 如图所示，在平面直角坐标系中，等腰 Rt$\triangle OAB$ 的一条直角边 OA 在 x 轴的正半轴上，点 B 在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 上，且$\angle BAO=90°$，$S_{\triangle AOB}=2$．

（1）求 k 的值及点 A 的坐标；

（2）$\triangle OAB$ 沿直线 OB 平移，当点 A 恰好在双曲线上时，求平移后点 A 的对应点 A'的坐标．



四、（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

18. 某校学生会为了解学校环保知识普及情况，随机抽取了部分学生，对他们进行垃圾分类（有害垃圾、厨余垃圾、可回收垃圾、其他垃圾）了解程度的调查．收集整理数据后，绘制成以下不完整的折线统计图（图 1）和扇形统计图（图 2），根据图中信息解答下列问题：

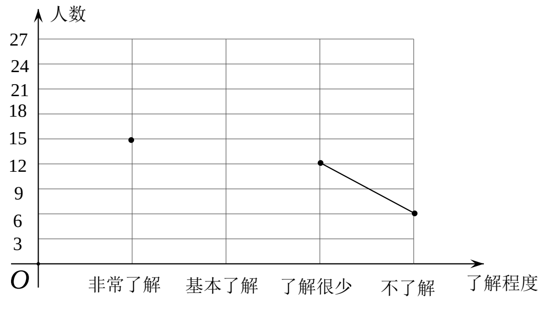


图1

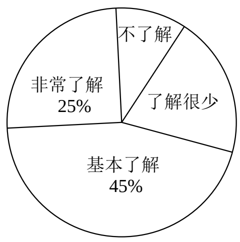


图2

（1）此次调查的学生有__________人；

（2）补全折线统计图，并求“了解很少”对应扇形的圆心角度数；

（3）若全校有学生 4000 人，估计该校“不了解”垃圾分类的学生有多少?

19. 如图 1，是一电动门．当它水平落下时，可以抽象成如图 2 所示的矩形 $ABCD$，其中 AB=3m，AD=1m，此时它与出入口 OM 等宽，与地面的距离 AO=0.2m；当它抬起时，变为平行四边形 $AB'C'D$，如图 3 所示，此时，$A'B'$与水平方向的夹角为 60°.

（1）求点 B'到地面的距离；

（2）在电动门抬起的过程中，求点 C 所经过的路径长；

（3）一辆高 1.6m，宽 1.5m 的汽车从该入口进入时，汽车需要与 BC 保持 0.4m 的安全距离，此时，汽车能否安全通过，若能，请通过计算说明；若不能，说明理由.

（参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.73,\ \pi \approx 3.14,$ 所有结果精确到 0.1）

图 1

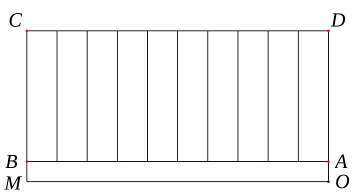


图 2

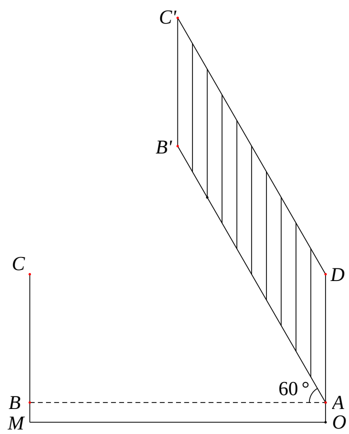
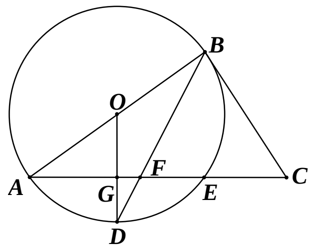


图 3

20．如图，在⊙O 中，AB 是⊙O 的直径，AE 是弦，$OG \perp AE$ 于点 G，交⊙O 于点 D，连结 BD 交 AE 于点 F，延长 AE 至点 C，连结 BC．

（1）当 $BC=FC$ 时，证明：BC 是⊙O 的切线；

（2）已知⊙O 的半径 $r=5$，当 $\tan A=\dfrac{3}{4}$，求 GF 的长．

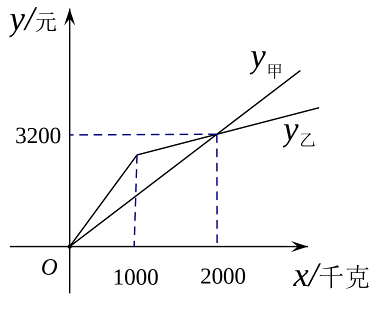


五、（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

21．某商店打算从甲、乙两公司中一家购进一批水果，甲、乙两公司的报价都为 a 元/千克，批量采购时，甲公司打 8 折，乙公司的优惠为超过 1000 千克的部分打 6 折，到甲、乙两公司购买水果的总价（元）与采购数量（千克）之间的函数图象如图．

（1）求 a 的值及 $y_{乙}$（$x \geqslant 1000$）的解析式；

（2）现商店到优惠最大的公司批发购进水果 3000 千克，这些水果要在 7 天内全部加工完．商店现有两种加工销售方法，一是粗加工成精品水果每千克售价 4 元，每天能加工 600 千克；二是精加工成果片每千克售价 8 元，但每天只能加工 300 千克，求商店在 7 天内加工销售完这批水果所获最大利润为多少?



22．如图 1，△*ABC* 中，点 *D* 在边 *BC* 上，*E*，*F* 分别是 *AB*、*AC* 上的点，若 *DE*=*DF*，且∠*EDF*=∠*A*，则我们称点 *D* 为△*ABC* 顶点 *A* 的“对照点”．

（1）等腰 Rt△*ABC* 中，∠*A*=90°，则点 *A* 的“对照点”是______________；

（2）△*ABC* 中，若 *AB*=8，*AC*=6，*BC*=7，点 *E*，*F* 分别在 *AB*，*AC* 上，点 *D* 在 *BC* 上，*BD*=4，*DE*∥*AC*，*DF*∥*AB*，求证：点 *D* 是△*ABC* 点 *A* 的“对照点”；

（3）对于任意△*ABC*，他的每个顶点是否都存在“对照点”，如果存在，请给予证明；如果不存在，说明理由．

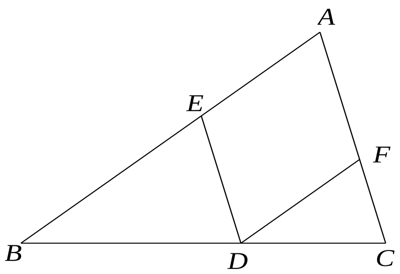
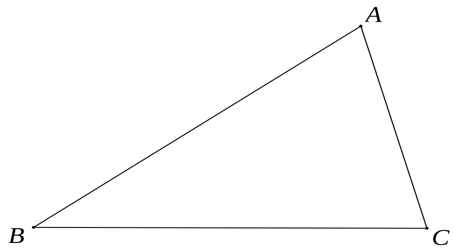


图 1



备用图

六、（本大题共 12 分）

23．已知抛物线 C_n： $y_n=-\frac{1}{2}x^2+(n-1)x+2n$（其中 n 为正整数）与 x 轴交于 A_n, B_n 两点（点 A_n 在点 B_n 的左边），与 y 轴交于点 D_n．

（1）填空：①当 $n=1$ 时，点 A_1 的坐标____________，点 B_1 的坐标____________；

②当 $n=2$ 时，点 A_2 的坐标____________，点 B_2 的坐标____________；

（2）猜想抛物线 C_n 是否经过某一个定点，若经过请写出该定点坐标并给予证明；若不经过，并说明理由；

（3）①判断 $\Delta A_2D_2B_4$ 的形状；

②猜想 $\angle A_nD_nB_{n^2}$ 的大小，并给予证明．

江西省2018年中等学校招生考试

数学样卷参考答案

说明：

1. 如果考生的解答与本答案不同，可根据试题的主要考查内容参考评分标准制定相应的评分细则后评卷．
2. 每题都要评阅到底，不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅，当考生的解答在某一步出现错误，影响了后续部分时，如果该步以后的解答未改变这一题的内容和难度，则可视影响的程度决定后面部分的给分，但不得超过后面部分应给分数的一半，如果这一步以后的解答有较严重的错误，就不给分．
3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.每小题只有一个正确选项）

1．A　　2．C　　3．B　　4．C　　5．D　　6．D

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. $x(1+y)(1-y)$　　8. 7.95×10^{6}　　9. $\dfrac{1}{a-1}$　　10．18　　11．$\dfrac{3}{5}$

12.（－1，0）或（4，0）或（－4，2）　(每答对一个得 1 分)

三、（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13.（本题共 2 小题，每小题 3 分）

（1）解：$\left(\sqrt{3}-1\right)^{2}+\sqrt{12}$

$=4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}$，　…………………………………………………2 分

$=4$ ．　…………………………………………………………………3 分

（2）$\begin{cases} x+2y=5, ① \\ x-y=2. ② \end{cases}$

解：①－②，得 $3y=3$，

$y=1$．　………………………………………………………1 分

将 $y=1$ 代入②中，得 $x=3$．…………………………………………2 分

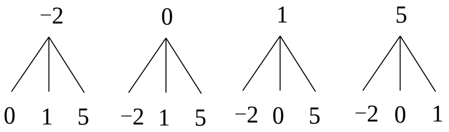
∴方程组的解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$　……………………………………………… 3 分

14.解：（1）从中随机抽取一卡片共有 4 种等可能结果，取出的是卡片数字是负数的结果有 1 种，因此

$P(\text{负数})=\dfrac{1}{4}$．　…………………………………………………………2 分

（2）解法一

根据题意，可以画出如下的树状图：



………………………………………………………………………………4 分

由树状图可以得出，所有可能出现的结果的积有 0，−2，−10，0，0，0，−2，0，5，−10，0，5 共 12 种，这些结果出现的可能性相等，卡片中两个数字积为正数的结果共有 2 种，所以 ………………………………………5 分

$P\left(\text{积为正数}\right)=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$. ………………………………………………6 分

解法二

根据题意，可以列出表格如下：

	−2	0	1	5
−2		（0，−2）	（1，−2）	（5，−2）
0	（−2，0）		（1，0）	（5，0）
1	（−2，1）	（0，1）		（5，1）
5	（−2，5）	（0，5）	（1，5）	

………………………………………………………………………………4 分

由上表可以得出，所有可能出现的结果的积有 0，−2，−10，0，0，0，−2，0，5，−10，0，5 共 12 种，这些结果出现的可能性相等，卡片中两个数字积为正数的结果共有 2 种，所以 ……………………………5 分

$P\left(\text{积为正数}\right)=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$. ………………………………………………6 分

15.解：

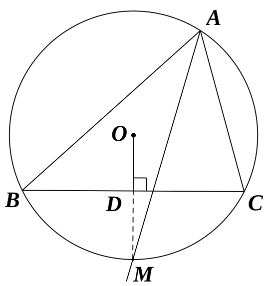


图1

***AM*即为所求**

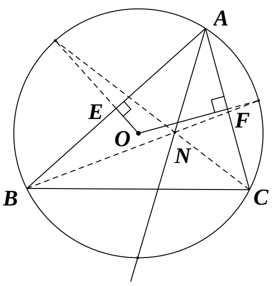


图2

***AN*即为所求**

………………………………………………每画对一个得 3 分

16. 解：∵$ABCD$ 为正方形，

∴$\angle A=\angle C$，$AB\,/\!/\,CD$. ……………………………………………………1 分

∴$\angle ABF=\angle BFC$.

∵$GE\,/\!/\,BF$，

∴$\angle AGE=\angle ABF$. ………………………………………………………2 分

∴$\angle AGE=\angle BFC$. ……………………………………………………… 3 分

∴$\triangle AGE\backsim\triangle CFB$. ……………………………………………………… 4 分

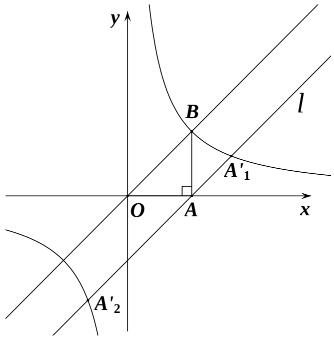
$\therefore \dfrac{AG}{CF}=\dfrac{AE}{BC}$.

∵E 为 AD 的中点，

$\therefore \dfrac{AG}{4}=\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………………… 5 分

∴$AG=2$. …………………………………………………………… 6 分

17. 解：(1)∵ $S_{\Delta AOB}=2$，点 B 在双曲线上，



$\therefore k=2S_{\Delta AOB}=2\times 2=4$. ………………………1 分

∵△OAB 是等腰直角三角形，且∠BAO=90°，

$\therefore \dfrac{1}{2}OA\cdot AB=\dfrac{1}{2}OA^2=2$.

$\therefore OA=AB=2$.

∴$A(2,0)$. ……………………………………………2 分

(2)解法一：过点 A 作直线 l∥OB，当△OAB 沿直线 OB 移动时，点 A 在直线 l 上移动.

∴当点 A 恰好在双曲线 $y=\dfrac{4}{x}(k\neq 0)$ 上时，

点 A 移动后的位置即为直线 l 与双曲线 $y=\dfrac{4}{x}$ 的交点.

设 $y_{OB}=k_1x$，由点 B（2，2）得

2=2 k_1，解得 k_1 =1.

∴设直线 l:$y=x+b$，由点 A（2，0）得

0=2+b，解得 b=−2.

∴$y=x-2$. ……………………………………………………………………………4 分

解法二：∵△OAB 沿直线 OB 平移，∴AA'∥OB，设 AA'与 y 轴交于点 E，

∴由已知可得 OE=2，∴$y=x-2$.

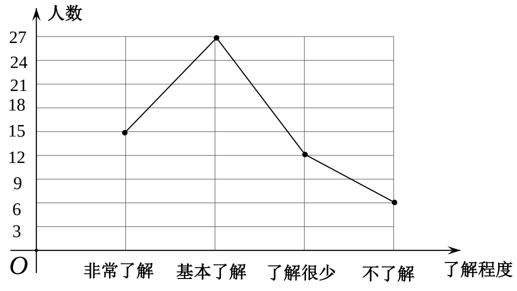
解方程组 $\begin{cases} y=x-2 \\ y=\dfrac{4}{x} \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\sqrt{5}+1 \\ y=\sqrt{5}-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\sqrt{5}+1 \\ y=-\sqrt{5}-1 \end{cases}$.

∴平移后的点 A 坐标为 $(\sqrt{5}+1,\sqrt{5}-1)$ 或 $(-\sqrt{5}+1,-\sqrt{5}-1)$. ……………………6 分

四、（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

18. 解：(1)60; ………………………………………………………………………2 分

(2)

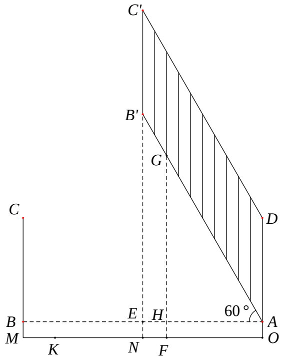


……………………………………4 分

$\therefore \frac{12}{60}\times 360°=72°$. ……………………………………………………………6 分

(3) $\frac{6}{60}\times 4000=400$ (人). ……………………………………………………………8 分

19. 解：（1）如图，过点 B'作 $B'N\perp OM$ 于点 N，交 AB 于点 E，



$\because AB'=AB=3, \angle BAB'=60°$,

$\therefore B'E=AB'\sin 60°=3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\approx 2.6$m.

$\therefore B'N=B'E+EN=2.6+0.2=2.8$m…………………………2 分

(2)$\because$点 C'是点 C 绕点 D 旋转 60°得到，

$\therefore$点 C 经过的路径长为$\frac{60\times\pi\times 3}{180}=\pi\approx 3.1$m. ………4 分

(3)在 OM 上取 $MK=0.4$m,$KF=1.5$m,作 $FG\perp OM$ 于点 F,交 AB 于点 H，交 AB'于点 G.

当汽车与 BC 保持安全距离 0.4m 时，

$\because$汽车高度为 1.4m，

$\therefore OF=3-1.5-0.4=1.1$m. ……………………………………………………5 分

$\because AB\parallel OM$，$AO\perp OM$，

$\therefore AH=OF=1.1$m，$\angle AHG=90°$，$HF=OA=0.2$m. ……………………………………6 分

$\therefore GH=1.1\times\tan 60°=1.1\times\sqrt{3}\approx 1.903$m. ………………………………………………7 分

$\because GH+HF=1.903+0.2\approx 2.1\text{m}>1.6$m，

$\therefore$汽车能安全通过. ……………………………………………………8 分

20.(1)证明：$\because OD\perp AE$.

$\therefore \angle D+\angle GFD=90°$.

$\because BC=FC$，

$\therefore \angle BFC=\angle FBC$.

$\because \angle BFC=\angle GFD$，

$\therefore \angle GFD=\angle FBC$. ……………………………………………………………2 分

$\because OB=OD$，

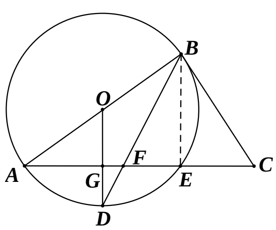
$\therefore \angle OBD=\angle D$.

$\therefore \angle OBD+\angle CBF=\angle D+\angle GFD=90°$.

即$\angle OBC=90°$. ……………………………………………………………4 分

$\therefore BC$ 是⊙O 的切线.

(2) 连接 BE，



$\because$⊙O 半径 $r=5$，$\tan A=\frac{3}{4}$，

$\therefore \sin A=\frac{3}{5}, \cos A=\frac{4}{5}$.

$\therefore$在 Rt△AOG 中，$OG=OA\cdot\sin A=5\times\frac{3}{5}=3$， $AG=OA\cdot\cos A=5\times\frac{4}{5}=4=GE$.

$\therefore GD=OD-OG=5-3=2$. ……………………………………………………………5 分

∵$OG\perp AE$，

∴$AG=GE$.

∴OG是△ABE的中位线，

∴$BE=2OG=6$，$BE\parallel OD$.

∴$\angle D=\angle FBE$, $\angle BEF=\angle FGD$.

∴$\triangle FGD\backsim\triangle FEB$. ……………………………………………………………6分

∴$\dfrac{GF}{GD}=\dfrac{EF}{BE}$.

∴$\dfrac{GF}{2}=\dfrac{4-GF}{6}$.

∴$GF=1$. ……………………………………………………………………………………8分

五、（本大题共2小题，每小题9分，共18分）

21. 解：（1）设$y_{甲}=kx$，则：

$2000k=3200$，

∴$k=1.6$.

∴$0.8a=k=1.6$，

∴$a=2$. ………………………………………………………………………………2分

∴ $y_{乙}=1000\times2+2\times0.6\times(x-1000)$

$=1.2x+800$（$x\geqslant1000$）. …………………………………………………………4分

（2）设粗加工成精品水果为x千克，则精加工成水果片为$(3000-x)$千克，

$\dfrac{x}{600}+\dfrac{3000-x}{300}\leqslant7$，

∴$x\geqslant1800$. ………………………………………………………………………6分

∴$1800\leqslant x<3000$.

设总利润为w元，有：

$w=4x+8(3000-x)-(1.2\times3000+800)$

$=-4x+19600$. ………………………………………………………………8分

∵$-4<0$, y随x增大而减小，

∴当$x=1800$元时，$w_{大}=-4\times1800+19600=12400$（元）.

答：商店最大利润为12400元. ………………………………………………………9分

22.（1）BC的中点； ……………………………………………………………………2分

（2）证明：∵$DE\parallel AC$，$DF\parallel AB$，

∴四边形$AEDF$是平行四边形.

∵$DE\parallel AC$，

∴$\angle BED=\angle A$，$\angle BDE=\angle C$.

∴$\triangle BED\backsim\triangle BAC$.

∴$\dfrac{ED}{AC}=\dfrac{BD}{BC}$.

∵AC=6，BC=7， BD=4，

∴ $\frac{ED}{6}=\frac{4}{7}$.

∴ED=$\frac{24}{7}$.

同理可求得 FD=$\frac{24}{7}$. ……………………………………………………4 分

∴ED=FD.

∴平行四边形 $AEDF$ 是菱形.

∴ ∠A=∠EDF.

∴点 D 是△ABC 点 A 的“对照点”. ………………………………………………5 分

（3）存在. ………………………………………………………6 分

如图 1，作∠BAC 的角平分线 AD 交 BC 于点 D．作 AD 的中垂线 EF 交 AB 于点 E，交 AC 于点 F，交 AD 于点 O.

∵EF 是 AD 的中垂线

∴EA=ED,FA=FD

∴ ∠EDA=∠EAD

∵AD 平分∠BAC

∴ ∠EAD=∠FAD

∴ ∠EDA=∠FAD

∴AF∥ED

同理可证 AE∥DF

∴四边形 $AEDF$ 是平行四边形

∴平行四边形 $AEDF$ 是菱形. ………………………………………………8 分

∴AE=AF,∠EAF=∠EDF

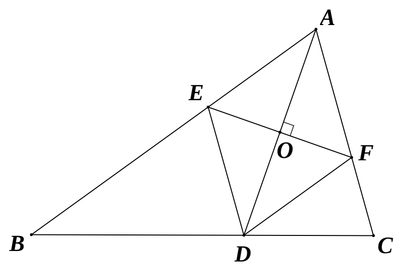


图1

∴对于任意△ABC，他的每个顶点都存在“对照点”. ……………………………9 分

六、（本大题共 12 分）

23. (1)①（－2，0），（2，0）; ………………………………………………2 分

②（－2，0），（4，0）; ………………………………………………4 分

(2)定点为（－2，0）; ………………………………………………5 分

解法一：

∵当 n=－2 时， $y=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+(n-1)\times(-2)+2n$

=－2－2n+2+2n =0，这与 n 无关，

∴必经过（－2，0）. ………………………………………………7 分

解法二:

$$y_n=-\frac{1}{2}x^2+nx-x+2n$$

$$=-\frac{1}{2}x^2+(x+2)n-x$$

令 x+2=0,即 x=－2.

y_n=0 与 n 无关。

∴必经过（－2，0）. ……………………………………………………………………7 分

解法三：

令 y_n=0，$x^2-2(n-1)x-4n=0$

$(x+2)(x-2n)=0$

$\therefore x_1=-2, x_2=2n.$

∴定点为(－2,0),

$B_n(2n,0)$ ……………………………………………………………………7 分

(3)① $\Delta A_2D_2B_4$ 的形状为直角三角形；……………………………………………………8 分

②猜想$\angle A_nD_nB_{n^2}=90°$. ……………………………………………………………9 分

当 x_1=0 时，$y_n=2n$，

$\therefore D_n(0,2n)$.

$\because B_n(2n,0)$，

$\therefore B_{n^2}(2n^2,0)$. ……………………………………………………………10 分

在 ΔA_nD_nO 中，$\tan\angle A_nD_nO=\dfrac{A_nO}{D_nO}=\dfrac{2}{2n}=\dfrac{1}{n}$，

在 $\Delta OD_nB_{n^2}$ 中，$\tan\angle OB_{n^2}D_n=\dfrac{OD_n}{OB_{n^2}}=\dfrac{2n}{2n^2}=\dfrac{1}{n}$，

$\therefore \angle A_nD_nO=\angle OB_{n^2}D_n$. ……………………………………………………11 分

$\because \angle A_nD_nO+\angle D_nA_nB_{n^2}=90°$，

∴$\angle A_nD_nB_{n^2}=90°$. ……………………………………………………………12 分