绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试
广东省文科数学模拟试卷（一）

注意事项：

1. 答题前，考生务必用0.5毫米黑色字迹签字笔将自己所在的县（市、区）、学校以及自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡和试卷的指定位置，并用2B铅笔在答题卡的“考生号”处填涂考生号.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若复数z满足$(1+i)z=1$，则复数z的虚部为

A. $\frac{1}{2}i$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}i$　　D. $-\frac{1}{2}$

2. 已知集合$A=\{x|x>0\}$，$B=\{x|x^2<1\}$，则$A\cup B=$

A. $(0,+\infty)$　　B. $(0,1)$　　C. $(-1,+\infty)$　　D. $(-1,0)$

3. “常数m是2与8的等比中项”是“$m=4$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 右图为射击使用的靶子，靶中最小的圆的半径为1，靶中各圆的半径依次加1，在靶中随机取一点，则此点取自黑色部分（7环到9环）的概率是

A. $\frac{3}{20}$　　B. $\frac{3\pi}{25}$

C. $\frac{3}{25}$　　D. $\frac{\pi}{20}$

5. 已知F是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点，点$F$到$C$的一条渐近线的距离为$2a$，则双曲线$C$的离心率为

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$

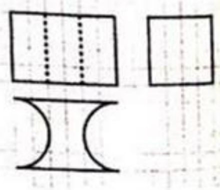
C. $\sqrt{5}$　　D. 2

6. 等差数列$\log_3(2x)$，$\log_3(3x)$，$\log_3(4x+2)$，…的第四项等于

A. 3　　B. 4

C. $\log_3 18$　　D. $\log_3 24$

7. 如图，网格纸上的小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的表面积为



A. $48+8\pi$　　B. $96+8\pi$

C. $96+16\pi$　　D. $48+16\pi$

8. 已知曲线 $C:y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，则下列结论正确的是

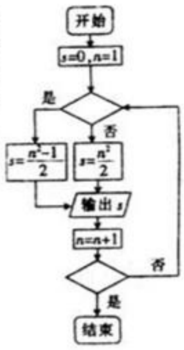
A. 把 C 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度，得到的曲线关于原点对称

B. 把 C 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到的曲线关于 y 轴对称

C. 把 C 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到的曲线关于原点对称

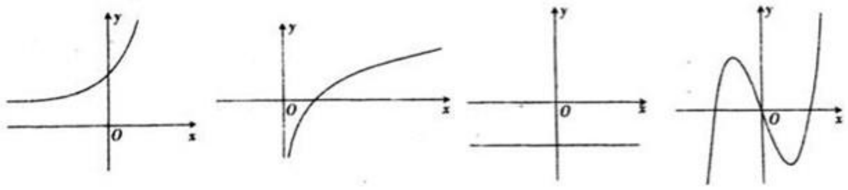
D. 把 C 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到的曲线关于 y 轴对称

9. 大衍数列，来源于《乾坤谱》中对易传"大衍之数五十"的推论. 主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理. 数列中的每一项，都代表太极衍生过程中，曾经经历过的两仪数量总和，是中华传统文化中隐藏着的世界数学史上第一道数列题. 其规律是：偶数项是序号平方再除以 2，奇数项是序号平方减 1 再除以 2. 其前 10 项依次是 0，2，4，8，12，18，24，32，40，50，…，如图所示的程序框图是为了得到大衍数列的前 100 项而设计的，那么在两个"◇"中，可以先后填入



A. n 是偶数，$n\geqslant100$
B. n 是奇数，$n\geqslant100$
C. n 是偶数，$n>100$
D. n 是奇数，$n>100$

10. 已知函数 $\frac{f(x)}{e^x}$ 在其定义域上单调递减，则函数 $f(x)$ 的图象可能是



A　　B　　C　　D

11. 已知抛物线 $C:y^2=x$，M 为 x 轴负半轴上的动点，MA，MB 为抛物线的切线，A，B 分别为切点，则 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 的最小值为

A. $-\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{8}$　　C. $-\frac{1}{16}$　　D. $-\frac{1}{2}$

12. 设函数 $f(x)=\begin{cases}|2^x-1|,x\leqslant2\\-x+5,x>2\end{cases}$，若互不相等的实数 a,b,c 满足 $f(a)=f(b)=f(c)$，则 $2^a+2^b+2^c$ 的取值范围是

A. (16,32)　　B. (18,34)　　C. (17,35)　　D. (6,7)

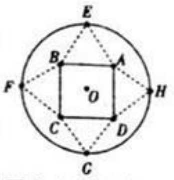
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知单位向量 e_1,e_2 的夹角为 30°，则 $|e_1-\sqrt{3}e_2|=$ ____▲____.

14. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\leqslant6,\\4x+5y\leqslant6,\\5x+4y\geqslant3,\end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为 ____▲____.

15. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=\frac{3}{2}n^2+\frac{1}{2}n$，则$a_5=$ ______▲______.

16. 如图，圆形纸片的圆心为O，半径为6 cm，该纸片上的正方形$ABCD$的中心为O. E,F,G,H为圆O上的点，$\triangle ABE,\triangle BCF,\triangle CDG,\triangle ADH$分别是以$AB,BC,CD,DA$为底边的等腰三角形. 沿虚线剪开后，分别以$AB,BC,CD,DA$为折痕折起$\triangle ABE,\triangle BCF,\triangle CDG,\triangle ADH$，使得$E,F,G,H$重合，得到一个四棱锥. 当该四棱锥的侧面积是底面积的2倍时，该四棱锥的外接球的体积为 ______▲______.



三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第17～21题为必考题，每道试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共60分.

17.(12分)

在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，已知$b^2+c^2=a\left(\frac{\sqrt{3}}{3}bc+a\right)$.

(1)证明：$a=2\sqrt{3}\cos A$；

(2)若$A=\frac{\pi}{3}$，$B=\frac{\pi}{6}$，求$\triangle ABC$的面积.

18.(12分)

"微信运动"是一个类似计步数据库的公众帐号. 用户只需以运动手环或手机协处理器的运动数据为介，然后关注该公众号，就能看见自己与好友每日行走的步数，并在同一排行榜上得以体现. 现随机选取朋友圈中的50人，记录了他们某一天的走路步数，并将数据整理如下：

步数/步	0～3000	3001～6000	6001～8000	8001～10 000	10 000以上
男性人数/人	1	2	7	15	5
女性人数/人	0	3	5	9	3

规定：人一天行走的步数超过8000步时被系统评定为"积极性"，否则为"懈怠性".

(1) 填写下面列联表(单位：人)，并根据列联表判断是否有90%的把握认为"评定类型与性别有关"；

	积极性	懈怠性	总计
男			
女			
总计			

附：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

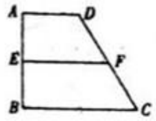
(2)为了进一步了解"懈怠性"人群中每个人的生活习惯，从步行数在3001～6000的人群中再随机抽取3人，求选中的人中男性人数超过女性人数的概率.

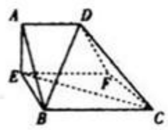
19. (12分)

如图,在直角梯形 $ABCD$ 中,$AD\parallel BC$,$AB\perp BC$,且 $BC=2AD=4$,E,F 分别为线段 AB,DC 的中点,沿 EF 把 $AEFD$ 折起,使 $AE\perp CF$,得到如下的立体图形.

(1)证明:平面 $AEFD\perp$ 平面 $EBCF$;

(2)若 $BD\perp EC$,求点 F 到平面 $ABCD$ 的距离.





20. (12分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,且 C 过点 $\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若直线 l 与椭圆 C 交于 P,Q 两点(点 P,Q 均在第一象限),且直线 OP,l,OQ 的斜率成等比数列,证明:直线 l 的斜率为定值.

21. (12分)

已知函数 $f(x)=e^x-x^2-ax$.

(1)证明:当 $a\leqslant 2-2\ln 2$ 时,函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是单调函数;

(2)当 $x>0$ 时,$f(x)\geqslant 1-x$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,圆 $C_1:(x-2)^2+(y-4)^2=20$,以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,$C_2:\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$.

(1)求 C_1 的极坐标方程和 C_2 的平面直角坐标系方程;

(2)若直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in\mathbf{R})$,设 C_2 与 C_1 的交点为 O、M,C_3 与 C_1 的交点为 O、N,求 $\triangle OMN$ 的面积.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=3|x-a|+|3x+1|$,$g(x)=|4x-1|-|x+2|$.

(1)求不等式 $g(x)<6$ 的解集;

(2)若存在 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$,使得 $f(x_1)$ 和 $g(x_2)$ 互为相反数,求 a 的取值范围.

密封线内不要答题

2018年普通高等学校招生全国统一考试
广东省文科数学模拟试卷(一)
参考答案及评分标准

评分标准:

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考,如果考生的解法与本解答不同,可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则.
2. 对计算题,当考生的解答在某一步出现错误时,如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度,可视影响的程度决定后继部分的给分,但不得超过该部分正确解答应得分数的一半;如果后继部分的解答有较严重的错误,就不再给分.
3. 解答右端所注分数,表示考生正确做到这一步应得的累加分数.
4. 只给整数分数,选择题不给中间分.

1.D 由题可得 $z=\frac{1}{1+\mathrm{i}}=\frac{1-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}^2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$,则复数 z 的虚部为 $-\frac{1}{2}$.

2.C 因为 $A=(0,+\infty)$,$B=(-1,1)$,所以 $A\cup B=(-1,+\infty)$.

3.B m 是2与8的等比中项,则 $m=\pm4$,所以选 B.

4.A 此点取自黑色部分的概率是 $\frac{4^2\pi-1^2\pi}{10^2\pi}=\frac{15}{100}=\frac{3}{20}$.

5.C 由 C 可知一条渐近线方程为 $bx-ay=0$,设 $F(c,0)$,则点 F 到 C 的一条渐近线的距离 $d=\frac{|bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}=b=2a$,则双曲线 C 的离心率 $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{5}$.

6.A 由 $\log_3(2x)+\log_3(4x+2)=2\log_3(3x)$,得 $x(x-4)=0$. 又 $2x>0$,故 $x=4$. 则数列前三项依次为 $\log_3 8$,$\log_3 12$,$\log_3 18$,$d=\log_3 12-\log_3 8=\log_3\frac{3}{2}$,从而第四项为 $\log_3 18+\log_3\frac{3}{2}=\log_3 27=3$.

7.B 由题可知该几何体为一个长方体截去了两个半圆柱而形成的,则该几何体的表面积为 $4\times6\times2+2(4\times6-4\pi)+2\times2\pi\times4=96+8\pi$.

8.B 对于选项B,把 C 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度,得到 $y=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{3}\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos 2x$,该函数为偶函数,其图象关于 y 轴对称.

9.D $n=1,s=0;n=2,s=2;n=3,s=4;\cdots;n=99,s=\frac{99^2-1}{2};n=100,s=\frac{100^2}{2};n=101>100$,结束. 所以选D.

10.A $\left[\frac{f(x)}{\mathrm{e}^x}\right]'=\frac{f'(x)-f(x)}{\mathrm{e}^x}\leqslant0$,但不可恒等于0,即 $f(x)\geqslant f'(x)$ 恒成立,结合导数的几何意义,可知选A.

11.C 设切线 MA 的方程为 $x=ty+m$,代入抛物线方程得 $y^2-ty-m=0$. 由直线与抛物线相切得 $\Delta=t^2+4m=0$,则 $A\left(\frac{t^2}{4},\frac{t}{2}\right)$,$B\left(\frac{t^2}{4},-\frac{t}{2}\right)$. 将点 A 的坐标代入 $x=ty+m$,得 $m=-\frac{t^2}{4}$,所以 $M\left(-\frac{t^2}{4},0\right)$.

故 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\frac{t^4}{4}-\frac{t^2}{4}=\frac{1}{4}\left(t^2-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{16}$. 当 $t=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时,$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 的最小值为 $-\frac{1}{16}$.

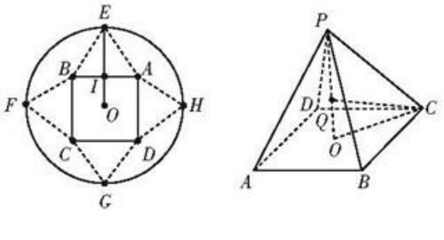
12. B　不妨设 $a<b<c$，则 $1-2^a=2^b-1$，得 $2^a+2^b=2$. 结合图象可知 $c\in(4,5)$，则 $2^a+2^b+2^c=2^c+2\in(18,34)$.

13. 1　因为 $|e_1-\sqrt{3}e_2|^2=1-2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3=1$，所以 $|e_1-\sqrt{3}e_2|=1$.

14. 2　作出不等式组表示的可行域，由图可知(图略)，当直线 $y=-x+z$ 过点 $(4,-2)$ 时，$z=x+y$ 取得最大值，最大值为 2.

15. 14　$a_5=S_5-S_4=40-26=14$.

16. $\frac{500\sqrt{3}\pi}{27}$　如图，连结 OE 交 AB 于点 I，设 E,F,G,H 重合于点 P，正方形的边长为 $x(x>0)$，则 $OI=\frac{x}{2}$，$IE=6-\frac{x}{2}$. 因为该四棱锥的侧面积是底面积的 2 倍，所以 $4\cdot\frac{x}{2}\left(6-\frac{x}{2}\right)=2x^2$，解得 $x=4$. 设该四棱锥的外接球的球心为 Q，半径为 R，则 $OC=2\sqrt{2}$，$OP=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，$R^2=(2\sqrt{3}-R)^2+(2\sqrt{2})^2$，解得 $R=\frac{5}{\sqrt{3}}$，外接球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^3=\frac{500\sqrt{3}\pi}{27}$.



17. 解：(1)因为 $b^2+c^2=\frac{\sqrt{3}}{3}abc+a^2$，所以 $b^2+c^2-a^2=\frac{\sqrt{3}}{3}abc$. ………… 2 分

又因为 $b^2+c^2-a^2=2bc\cos A$，………… 4 分

所以 $2bc\cos A=\frac{\sqrt{3}}{3}abc$. ………… 5 分

即 $a=2\sqrt{3}\cos A$. ………… 6 分

(2)因为 $A=\frac{\pi}{3}$，所以 $a=2\sqrt{3}\cos A=\sqrt{3}$. ………… 7 分

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，可得 $b=1$，………… 9 分

$C=\pi-A-B=\frac{\pi}{2}$，………… 10 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………… 12 分

18. 解：(1)根据题意完成下面的列联表：

	积极性	懈怠性	总计
男	20	10	30
女	12	8	20
总计	32	18	50

………… 3 分

根据列联表中的数据，得到 $K^2=\frac{50\times(20\times8-10\times12)^2}{30\times20\times32\times18}\approx0.231<2.706$，………… 5 分

所以没有 90% 的把握认为"评定类型与性别有关". ………… 6 分

(2)设步行数在 3001～6000 中的男性的编号为 1,2,女性的编号为 a,b,c.

选取三位的所有情况为:$(1,2,a)$,$(1,2,b)$,$(1,2,c)$,$(1,a,b)$,$(1,a,c)$,$(1,b,c)$,$(2,a,b)$,$(2,a,c)$,$(2,b,c)$,(a,b,c)共 10 种情形. …………………………………………………………………… 8 分

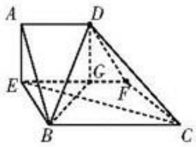
符合条件的情况有:$(1,2,a)$,$(1,2,b)$,$(1,2,c)$共 3 种情形. ………………………………… 10 分

故所求概率为$\frac{3}{10}$. ……………………………………………………………………… 12 分

19. (1)证明:由题可得 $EF/\!/AD$,则 $AE\perp EF$, ……………………………………………………… 1 分

又 $AE\perp CF$,且 $EF\cap CF=F$,所以 $AE\perp$平面 $EBCF$. …………………………… 3 分

因为 $AE\subset$平面 $AEFD$,所以平面 $AEFD\perp$平面 $EBCF$. ………………………… 5 分



(2)如右图,过点 D 作 $DG/\!/AE$ 交 EF 于点 G,连结 BG,则 $DG\perp$平面 $EBCF$,$DG\perp EC$.

又 $BD\perp EC$,$BD\cap DG=D$,所以 $EC\perp$平面 BDG,$EC\perp BG$. ………………………… 6 分

易得$\triangle EGB\backsim\triangle BEC$,则$\frac{EG}{EB}=\frac{EB}{BC}$,得 $EB=2\sqrt{2}$. ……………………………………… 7 分

设点 F 到平面 $ABCD$ 的距离为 h,

因为 $V_{F\ ABC}=V_{A\ BCF}$,所以 $S_{\triangle ABC}\cdot h=S_{\triangle BCF}\cdot AE$. …………………………………… 8 分

则 $AB=4$,$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times4\times4=8$. ……………………………………………………… 9 分

又因为 $BC\perp AE$,$BC\perp EB$,$AE\cap EB$ 于 E,所以 $BC\perp$平面 AEB,故 $AB\perp BC$,

又因为 $S_{\triangle BCF}=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$,$AE=EB=2\sqrt{2}$. ……………………………………… 10 分

所以 $h=\frac{4\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}{8}=2$,故点 F 到平面 $ABCD$ 的距离为 2. ………………………… 12 分

20. 解:(1)由题意可得$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1\end{cases}$, …………………………………………………………… 2 分

解得$\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}$. 故椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………… 4 分

(2)由题意可知,直线 l 的斜率存在且不为 0,

故可设直线 l 的方程为 $y=kx+m(m\neq0)$,点 P,Q 的坐标分别为(x_1,y_1),(x_2,y_2),

由$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$,消去 y 得$(1+4k^2)x^2+8kmx+4(m^2-1)=0$,

则$\Delta=64k^2m^2-16(1+4k^2)(m^2-1)=16(4k^2-m^2+1)>0$,且 $x_1+x_2=\frac{-8km}{1+4k^2}$,$x_1x_2=\frac{4(m^2-1)}{1+4k^2}$.

…………………………………………………………………………………………………… 6 分

故 $y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$. ………………………………… 8 分

又直线 OP,l,OQ 的斜率成等比数列,则$\frac{y_2}{x_2}\cdot\frac{y_1}{x_1}=k^2$,

即$\frac{k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2}{x_1x_2}=k^2$,所以$\frac{-8k^2m^2}{1+4k^2}+m^2=0$. ……………………………… 10 分

又 $m\neq0$,所以 $k^2=\frac{1}{4}$. 又结合图象可知,$k=-\frac{1}{2}$,所以直线 l 的斜率为定值. ………………… 12 分

21. 解：(1) $f'(x)=e^x-2x-a$， ………………………………………………………… 1分

令 $g(x)=e^x-2x-a$，则 $g'(x)=e^x-2$. ………………………………………………… 2分

则当 $x\in(-\infty,\ln 2)$ 时，$g'(x)<0$，当 $x\in(\ln 2,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$. ……………… 3分

所以函数 $g(x)$ 在 $x=\ln 2$ 取得最小值，$g(\ln 2)=2-2\ln 2-a\geqslant 0$. ……………………… 4分

故 $f'(x)\geqslant 0$，即函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是单调递增函数. ………………………………… 5分

(2) 当 $x>0$ 时，$e^x-x^2-ax\geqslant 1-x$，即 $a\leqslant\frac{e^x}{x}-x-\frac{1}{x}+1$. ………………… 6分

令 $h(x)=\frac{e^x}{x}-x-\frac{1}{x}+1(x>0)$，则 $h'(x)=\frac{e^x(x-1)-x^2+1}{x^2}=\frac{(x-1)(e^x-x-1)}{x^2}$. ………… 7分

令 $\varphi(x)=e^x-x-1(x>0)$，则 $\varphi'(x)=e^x-1>0$.

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$\varphi(x)$ 单调递增，$\varphi(x)>\varphi(0)=0$. ……………………………… 9分

则当 $x\in(0,1)$ 时，$h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 单调递减.

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，所以 $h(x)$ 单调递增. ……………………………………… 11分

所以 $h(x)_{\min}=h(1)=e-1$. 所以 $a\in(-\infty,e-1]$. ………………………………………… 12分

22. 解：(1) 因为圆 C_1 的普通方程为 $x^2+y^2-4x-8y=0$，

把 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$ 代入方程得 $\rho^2-4\rho\cos\theta-8\rho\sin\theta=0$.

所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta+8\sin\theta$， ……………………………………… 2分

C_2 的平面直角坐标系方程为 $y=\sqrt{3}x$. ……………………………………………………… 4分

(2) 分别将 $\theta=\frac{\pi}{3}$，$\theta=\frac{\pi}{6}$ 代入 $\rho=4\cos\theta+8\sin\theta$，得 $\rho_1=2+4\sqrt{3}$，$\rho_2=4+2\sqrt{3}$. ……………… 8分

则△OMN 的面积为 $\frac{1}{2}\times(2+4\sqrt{3})\times(4+2\sqrt{3})\times\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=8+5\sqrt{3}$. ……………… 10分

23. 解：(1) 由题意可得 $g(x)=\begin{cases}-3x+3, x\leqslant -2\\ -5x-1, -2<x<\frac{1}{4},\\ 3x-3, x\geqslant\frac{1}{4}\end{cases}$ ………………………………………… 1分

当 $x\leqslant -2$ 时，$-3x+3<6$，得 $x>-1$，无解. ………………………………………………… 2分

当 $-2<x<\frac{1}{4}$ 时，$-5x-1<6$，得 $x>-\frac{7}{5}$，即 $-\frac{7}{5}<x<\frac{1}{4}$. …………………………… 3分

当 $x\geqslant\frac{1}{4}$ 时，$3x-3<6$，得 $\frac{1}{4}\leqslant x<3$. ………………………………………………… 4分

综上，$g(x)<6$ 的解集为 $\left\{x\middle|-\frac{7}{5}<x<3\right\}$. ………………………………………………… 5分

(2) 因为存在 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_1)=-g(x_2)$ 成立，

所以 $\{y|y=f(x),x\in\mathbf{R}\}\cap\{y|y=-g(x),x\in\mathbf{R}\}\neq\varnothing$. ………………………………… 6分

又 $f(x)=3|x-a|+|3x+1|\geqslant|(3x-3a)-(3x+1)|=|3a+1|$， ……………………………… 7分

由(1)可知 $g(x)\in\left[-\frac{9}{4},+\infty\right)$，则 $-g(x)\in\left(-\infty,\frac{9}{4}\right]$. ……………………………… 8分

所以 $|3a+1|\leqslant\frac{9}{4}$，解得 $-\frac{13}{12}\leqslant a\leqslant\frac{5}{12}$.

故 a 的取值范围为 $\left[-\frac{13}{12},\frac{5}{12}\right]$. ………………………………………………………………… 10分