# 2018 高考（上海卷）数学数列部分考前分析（原创）

**上海新东方优能中学数学教研组 仲翔**

**高考的规律性：**

1、上海高考题中热门考点、邻省高考题的影响；

2、三年一模、二模 60 多套试卷的热门考点；

3、“玄学”，如今年是 2018 年，结合数字 2018 命题类型.

**往年高考辅导示例：**

笔者（叫我毛毛好啦~）在 2017 年 5 月 20 日高考预测讲座中，曾阐明 17 年高考题可能考察三角函数有界性.

【17 年上海高考第 11 题】

11．设$a_1$、$a_2 \in R$，且$\frac{1}{2+\sin\alpha_1}+\frac{1}{2+\sin(2\alpha_2)}=2$，则$|10\pi-a_1-a_2|$的最小值等于____.

【考题分析】

在填空倒数第二题压轴题中，考察了$\sin\alpha_1$、$\sin(2\alpha_2)$的范围为$[-1,1]$，进而得$2+\sin\alpha_1$、$2+\sin(2\alpha_2)$的范围为$[1,3]$，倒数之和范围为$\left[\frac{2}{3},2\right]$，而和值为$2$，所以$\sin\alpha_1$、$\sin(2\alpha_2)$的值均为$-1$，然后进一步求解.

【出题理由】

1、15 年上海高考理科卷第 13 题：三角函数有界性（直白暗示考察）

13．已知函数$f(x)=\sin x$．若存在$x_1$，$x_2$，…，$x_m$满足$0\le x_1<x_2<\dots<x_m\le 6\pi$，且$|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\dots+|f(x_{m-1})-f(x_m)|=12$（$m\ge 2$，$m\in N^*$），则m的最小值为____．

【考题分析】

要使得$m$取最小值，则每一个绝对值的值要尽可能大，所以应该使用$f(x)=sinx$的最值作差作为绝对值内的数值，但此题想到三角函数有界性难度不大.

2、16 年黄浦区一模理科卷第 10 题：三角函数有界性（隐晦暗示考察）

10．在△ABC中，若cos（A+2C-B）+sin（B+C-A）=2，且AB=2，则BC=____．

【考题分析】

机智的小伙伴已经发现$\cos(A+2C-B)$、$\sin(B+C-A)$均应该取边界值$1$，这种三角函数有界性的隐晦暗示就是 17 年上海高考题第 11 题的考点！

**命题来源**

三年“模考”：16 年~18 年上海一模、二模试卷

五年“邻考”：13 年~17 年江苏、浙江省高考试卷

十年“沪考”：08 年~17 年上海高考试卷

18 年高考考前分析

一、数列不定相邻关系

【18 年松江一模第 21 题】

21．已知有穷数列$\{a_n\}$共有m项（$m\geq 2$，$m\in N^*$），且$|a_{n+1}-a_n|=n$（$1\leq n\leq m-1$，$n\in N^*$）.

（1）若$m=5$，$a_1=1$，$a_5=3$，试写出一个满足条件的数列$\{a_n\}$；

（2）若$m=64$，$a_1=2$，求证：数列$\{a_n\}$为递增数列的充要条件是$a_{64}=2018$；

（3）若$a_1=0$，则$a_m$所有可能的取值共有多少个？请说明理由.

【考点解读】

引发数列的不定相邻关系可能性有以下类型：项数奇偶情况、项的数值大小、项的奇偶情况、绝对值引发每段两种可能、差值不定、比值不定等；上海高考已经考过其中的项的数值大小、比值不定的情况，笔者认为今年可能考察项数奇偶情况、绝对值引发每段两种可能、差值不定引发不定相邻关系情况.

二、几何中的数列型

【17 年闵行一模第 21 题】

21．在平面直角坐标系上，有一点列$P_0$，$P_1$，$P_2$，$P_3$，…，$P_{n-1}$，$P_n$，设点$P_k$的坐标（$x_k$，$y_k$）（$k\in N$，$k\leq n$），其中$x_k$、$y_k\in Z$，记$\triangle x_k=x_k-x_{k-1}$，$\triangle y_k=y_k-y_{k-1}$，且满足$|\triangle x_k|\cdot|\triangle y_k|=2$（$k\in N^*$，$k\leq n$）；

（1）已知点$P_0$（0，1），点$P_1$满足$\triangle y_1>\triangle x_1>0$，求$P_1$的坐标；

（2）已知点$P_0$（0，1），$\triangle x_k=1$（$k\in N^*$，$k\leq n$），且$\{y_k\}$（$k\in N$，$k\leq n$）是递增数列，点$P_n$在直线l：$y=3x-8$上，求n；

（3）若点$P_0$的坐标为（0，0），$y_{2016}=100$，求$x_0+x_1+x_2+\ldots+x_{2016}$的最大值.

【考点解读】

数列与直角坐标系结合，借助几何为桥梁，落脚考察数列知识点.在高中所学章节中，含有直角坐标系的章节均能与之结合，如函数、三角、解析几何、向量、复数，笔者倾向于今年可能将数列与向量或复数结合考察.

三、抽项、插项生成新数列

【18 年徐汇二模第 21 题】

21．已知数列$\{a_n\}$的前n项和$A_n$满足$\frac{A_{n+1}}{n+1}-\frac{A_n}{n}=\frac{1}{2}(n\in N^*)$，且$a_1=1$，数列$\{b_n\}$满足$b_{n+2}-2b_{n+1}+b_n=0$（$n\in N^*$），$b_3=2$，其前9项和为36.

（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）当n为奇数时，将$a_n$放在$b_n$的前面一项的位置上；当n为偶数时，将$b_n$放在$a_n$前面一项的位置上，可以得到一个新的数列：$a_1$，$b_1$，$b_2$，$a_2$，$a_3$，$b_3$，$b_4$，$a_4$，$a_5$，$b_5$，…，求该数列的前n项和$S_n$；

（3）设$c_n=\frac{1}{a_n+b_n}$，对于任意给定的正整数k（$k\geq 2$），是否存在正整数l，m（$k<l<m$），使得$c_k$，$c_l$，$c_m$成等差数列？若存在，求出l，m（用k表示）；若不存在，请说明理由.

【考点解读】

第（2）问考察抽项生成新数列问题，抽项、插项构成新数列是新定义产生新数列问题中较简单的类型，抽项问题需要关注两点：项如何产生；项如何排序；插项问题需要关注两点：作图表示新数列如何构成；将问题转化到原数列中分析.

四、不等式恒成立

【18 年徐汇一模第 21 题】

21．设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d_1$，等差数列$\{b_n\}$的公差为$d_2$，记$c_n=\max\{b_1-a_1n，b_2-a_2n，…b_n-a_nn\}$（n=1，2，3，…），其中$\max\{x_1，x_2，…x_s\}$表示$a_1$，$x_2$，…$x_s$这s个数中最大的数

（1）若$a_n=2n$，$b_n=4n-2$，求$c_1$，$c_2$，$c_3$的值，并猜想数列$c_n$的通项公式（不必证明）

（2）设$a_n=-n$，$b_n=-n+2$，若不等式$\frac{1}{c_2-2}+\frac{1}{c_3-2}+…+\frac{1}{c_n-2}<\frac{\lambda\cdot 2^n}{n}$对不小于2的一切自然数n都成立，求λ的取值范围

（3）试探究当无穷数列$\{c_n\}$为等差数列时，$d_1$、$d_2$应满足的条件并证明你的结论．

【考点解读】

不等式恒成立在上海高考考察中有固定套路，在考前回顾复习一个变量、一个参量的两种套路；两个变量、一个参量的五种形式与解题套路对本次高考很有帮助.

五、等式存在性

【17 年普陀一模第 20 题】

20．已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_1=1$，对任意的$n\in N^*$，均有$a_{n+1}{}^2-1=4a_n(a_n+1)$，$b_n=2\log_2(1+a_n)-1$．

（1）求证：$\{1+a_n\}$是等比数列，并求出$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{b_n\}$中去掉$\{a_n\}$的项后，余下的项组成数列$\{c_n\}$，求$c_1+c_2+…+c_{100}$；

（3）设$d_n=\frac{1}{b_n\cdot b_{n+1}}$，数列$\{d_n\}$的前n项和为$T_n$，是否存在正整数m（1＜m＜n），使得$T_1$、$T_m$、$T_n$成等比数列，若存在，求出m的值；若不存在，请说明理由．

【考点解读】

第（3）问中根据三项成等比数列，写出等量关系，而研究的是等式存在性问题，一个变量的等式存在性问题的难点落在运算；两个变量与三个变量的等式存在性问题的难点落在如何找出、构造矛盾，这些问题背后有一套固定套路可以解决.

六、数列表

【17 年徐汇二模第 21 题】

21．现有正整数构成的数表如下：

第一行：1

第二行：12

第三行：1123

第四行：11211234

第五行：1121123112112345

…

第k行：先抄写第1行，接着按原序抄写第2行，然后按原序抄写第3行，…，直至按原序抄写第k-1行，最后添上数k．（如第四行，先抄写第一行的数1，接着按原序抄写第二行的数1，2，接着按原序抄写第三行的数1，1，2，3，最后添上数4）．

将按照上述方式写下的第n个数记作$a_n$（如$a_1=1$，$a_2=1$，$a_3=2$，$a_4=1$，…，$a_7=3$，…，$a_{14}=3$，$a_{15}=4$，…）

（1）用$t_k$表示数表第k行的数的个数，求数列$\{t_k\}$的前k项和$T_k$；

（2）第8行中的数是否超过73个？若是，用$a_{n_0}$表示第8行中的第73个数，试求$n_0$和$a_{n_0}$的值；若不是，请说明理由；

（3）令$S_n=a_1+a_2+a_3+…+a_n$，求$S_{2017}$的值．

【考点解读】

数列表专题最大的特点是将数列的项的变化维度由原先的单一项数的维度拓宽到行、列的两种维度.在高考数学中，多维度变化问题（如向量中的平行四边形法则考点问题）都可以通过控制其中一个维度不变，观察另一维度变化会对结果产生何种影响，然后再将不变的维度加以变化并进行进一步观察，然后求解的方法进行解决.

**考前重点知识分析**

一、数列不定相邻关系

【出题理由】

1、上海高考：十年上海高考考察 4 次！最后一次考察在 15 年上海高考，离今年已经有 3 年，可能在今年考察；

2、邻省高考：16 年浙江高考题考察到相关问题，可能对今年高考题命题有影响；

3、考点本身：本类问题是数列的基本形式的多方面衍生

【08 年上海高考理科卷第 21 题】

21．已知以$a_1$为首项的数列$\{a_n\}$满足：$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+c & a_n<3\\ \dfrac{a_n}{d} & a_n\geq 3\end{cases}$

（1）当$a_1=1$，$c=1$，$d=3$时，求数列$\{a_n\}$的通项公式

（2）当$0<a_1<1$，$c=1$，$d=3$时，试用$a_1$表示数列$\{a_n\}$的前100项的和$S_{100}$

（3）当$0<a_1<\frac{1}{m}$（m是正整数），$c=\frac{1}{m}$，$d\geq 3m$时，求证：数列$a_2-\frac{1}{m}$，$a_{3m+2}-\frac{1}{m}$，$a_{6m+2}-\frac{1}{m}$，$a_{9m+2}-\frac{1}{m}$成等比数列当且仅当$d=3m$．

【考题解读】

因为$a_n$与3的大小关系引发不同的相邻关系.

【13 年上海高考理科卷第 23 题】

23．给定常数$c>0$，定义函数$f(x)=2|x+c+4|-|x+c|$．数列$a_1$，$a_2$，$a_3$，…满足$a_{n+1}=f(a_n)$，$n\in N^*$．

（1）若$a_1=-c-2$，求$a_2$及$a_3$；

（2）求证：对任意$n\in N^*$，$a_{n+1}-a_n\geq c$；

（3）是否存在$a_1$，使得$a_1$，$a_2$，…，$a_n$，…成等差数列？若存在，求出所有这样的$a_1$；若不存在，说明理由．

【考题解读】

因为绝对值而引发$a_n$与$-c-4$、$-c$的大小关系分类，产生不同的相邻关系.

【14 年上海高考理科卷第 23 题】

23．已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{1}{3}a_n\leq a_{n+1}\leq 3a_n$，$n\in N^*$，$a_1=1$．

（1）若$a_2=2$，$a_3=x$，$a_4=9$，求x的取值范围；

（2）设$\{a_n\}$是公比为q的等比数列，$S_n=a_1+a_2+\dots a_n$，若$\frac{1}{3}S_n\leq S_{n+1}\leq 3S_n$，$n\in N^*$，求q的取值范围．

（3）若$a_1$，$a_2$，…$a_k$成等差数列，且$a_1+a_2+\dots a_k=1000$，求正整数k的最大值，以及k取最大值时相应数列$a_1$，$a_2$，…$a_k$的公差．

【考题解读】

由等比数列定义衍生出比值在范围里任意取值的新数列相邻关系.

【15 年上海高考理科卷第 22 题】

22．已知数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$满足$a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$n\in N^*$．

（1）若$b_n=3n+5$，且$a_1=1$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$\{a_n\}$的第$n_0$项是最大项，即$a_{n_0}\geq a_n$（$n\in N^*$），求证：数列$\{b_n\}$的第$n_0$项是最大项；

（3）设$a_1=\lambda<0$，$b_n=\lambda^n$（$n\in N^*$），求λ的取值范围，使得$\{a_n\}$有最大值M与最小值m，且$\frac{M}{m}\in(-2,2)$．

【考题解读】
$a_n$的相邻关系用$b_n$的关系式表示，随之变化，产生不同的相邻关系.

【16 年浙江高考题理科卷第 20 题】

20．设数列满足$|a_n-\frac{a_{n+1}}{2}|\le 1$，$n\in N^*$.

（Ⅰ）求证：$|a_n|\ge 2^{n-1}(|a_1|-2)$ （$n\in N^*$）

（Ⅱ）若$|a_n|\le (\frac{3}{2})^n$，$n\in N^*$，证明：$|a_n|\le 2$，$n\in N^*$.

【考题解读】
由绝对值引发不同的相邻关系，且每一段相邻关系的可能性都是两种.

【18 年杨浦一模第 21 题】

21．若数列A：$a_1$，$a_2$，…，$a_n$（$n\ge 3$）中$a_i\in N^*$（$1\le i\le n$）且对任意的$2\le k\le n-1$，$a_{k+1}+a_{k-1}>2a_k$恒成立，则称数列A为“U-数列”．

（1）若数列1，x，y，7为“U-数列”，写出所有可能的x、y；

（2）若“U-数列”A：$a_1$，$a_2$，…，$a_n$中，$a_1=1$，$a_n=2017$，求n的最大值；

（3）设$n_0$为给定的偶数，对所有可能的“U-数列”A：$a_1$，$a_2$，…，$a_{n_0}$，记$M=max\{a_1，a_2，…，a_{n_0}\}$，其中max$\{x_1，x_2，…，x_s\}$表示$x_1$，$x_2$，…，$x_s$这s个数中最大的数，求M的最小值．

【考题解读】
由等差数列定义衍生出差值满足不等关系的新数列相邻关系.

【17 年松江一模第 12 题】

12．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=3$，若$|a_{n+1}-a_n|=2^n$（$n\in N^*$），且$\{a_{2n-1}\}$是递增数列、$\{a_{2n}\}$是递减数列，则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}=$_____．

【考题解读】
条件形式是每段都有两种可能性的相邻关系，但单调性筛选出可能性每段只有一种.

【17 年奉贤一模第 21 题】

21．设数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n$，若$\frac{1}{2}\le\frac{a_{n+1}}{a_n}\le 2$（$n\in N^*$），则称$\{a_n\}$是“紧密数列”；

（1）若$a_1=1$，$a_2=\frac{3}{2}$，$a_3=x$，$a_4=4$，求x的取值范围；

（2）若$\{a_n\}$为等差数列，首项$a_1$，公差d，且$0<d\le a_1$，判断$\{a_n\}$是否为“紧密数列”；

（3）设数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列，若数列$\{a_n\}$与$\{S_n\}$都是“紧密数列”，求q的取值范围．

【考题解读】
与【14 年上海高考理科卷第 23 题】相近.

【17 年虹口一模第 21 题】

21．已知函数f（x）=2|x+2|-|x+1|，无穷数列$\{a_n\}$的首项$a_1=a$．

（1）如果$a_n=f(n)$（$n\in N^*$），写出数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）如果$a_n=f(a_{n-1})$（$n\in N^*$且$n\ge 2$），要使得数列$\{a_n\}$是等差数列，求首项a的取值范围；

（3）如果$a_n=f(a_{n-1})$（$n\in N^*$且$n\ge 2$），求出数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n$．

【考题解读】
与【13 年上海高考理科卷第 23 题】相近.

二、几何中的数列型

【出题理由】

1、上海高考：

考频统计：10 年高考 3 次考察！10 年第 11 题、11 年第 14 题、15 年第 18 题；

年份暗示：最后一次考察为 15 年上海高考，时隔 3 年，考察机会较大；

题型演变：题号后移，18 年上海高考可能考察大题；考察结合情况由面积到长度到坐标，后面可能与向量、复数、函数、解析几何等有直角坐标系的章节相结合考察综合内容.

2、邻省高考：16 年浙江高考第 6 题考察长度、面积与数列结合；

3、考点本身：跨章节综合考点、数形结合数学思想都让本类问题成为高考考察的热门问题.

【考点示例】

【10 年上海高考理科卷第 11 题】——面积+极限

11．将直线$l_1$：$nx+y-n=0$和直线$l_2$：$x+ny-n=0$（$n\in N^*$，$n\geq 2$）x轴、y轴围成的封闭图形的面积记为$S_n$，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$ = ____ .



【11 年上海高考理科卷第 14 题】——长度+极限

14．已知点O（0，0）、$Q_0$（0，1）和点$R_0$（3，1），记$Q_0R_0$的中点为$P_1$，取$Q_0P_1$和$P_1R_0$中的一条，记其端点为$Q_1$、$R_1$，使之满足（$|OQ_1|-2$）（$|OR_1|-2$）＜0，记$Q_1R_1$的中点为$P_2$，取$Q_1P_2$和$P_2R_1$中的一条，记其端点为$Q_2$、$R_2$，使之满足（$|OQ_2|-2$）（$|OR_2|-2$）＜0．依次下去，得到$P_1$，$P_2$，…，$P_n$，…，则$\lim\limits_{n\to\infty}|Q_0P_n|$= ____ .



【15 年上海高考理科卷第 18 题】——坐标+极限

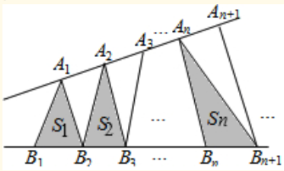
18．设 $P_n$（$x_n$，$y_n$）是直线$2x-y=\frac{n}{n+1}$（$n\in N^*$）与圆$x^2+y^2=2$在第一象限的交点，则极限$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{y_n-1}{x_n-1}$=（　　）

A．-1　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2



【16 年浙江高考第 6 题】——面积、长度+等差数列

6．如图，点列$\{A_n\}$、$\{B_n\}$分别在某锐角的两边上，且$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|$，$A_n\neq A_{n+1}$，$n\in N^*$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|$，$B_n\neq B_{n+1}$，$n\in N^*$，（$P\neq Q$表示点P与Q不重合）若$d_n=|A_nB_n|$，$S_n$为$\triangle A_nB_nB_{n+1}$的面积，则（　　）




A．$\{S_n\}$是等差数列　　B．$\{S_n^2\}$是等差数列

C．$\{d_n\}$是等差数列　　D．$\{d_n^2\}$是等差数列

组卷：1531　真题：5　难度：0.60　　解析　收藏　相似题　下载　试题篮

【18 年虹口一模第 11 题】

11．在$\triangle ABC$中，D是BC的中点，点列$P_n$（$n\in N^*$）在线段AC上，且满足$\overrightarrow{P_nA}=a_{n+1}\cdot\overrightarrow{P_nB}+a_n\overrightarrow{P_nD}$，若$a_1=1$，则数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=$_____．

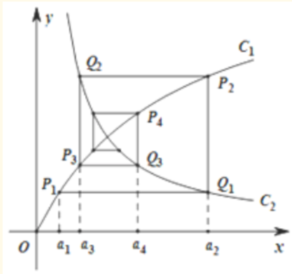
【17 年青浦一模第 20 题】

20．如图，已知曲线$C_1$：$y=\frac{2x}{x+1}$（$x>0$）及曲线$C_2$：$y=\frac{1}{3x}$（$x>0$），$C_1$上的点$P_1$的横坐标为$a_1$（$0<a_1<\frac{1}{2}$）．从$C_1$上的点$P_n$（$n\in N^*$）作直线平行于x轴，交曲线$C_2$于$Q_n$点，再从$C_2$上的点$Q_n$（$n\in N^*$）作直线平行于y轴，交曲线$C_1$于$P_{n+1}$点，点$P_n$（n=1，2，3…）的横坐标构成数列$\{a_n\}$．

（1）求曲线$C_1$和曲线$C_2$的交点坐标；

（2）试求$a_{n+1}$与$a_n$之间的关系；

（3）证明：$a_{2n-1}<\frac{1}{2}<a_{2n}$．




三、抽项、插项生成新数列

【出题理由】

1、上海高考：11 年上海高考第 22 题；

2、邻省高考：16 年江苏高考第 20 题；

3、模考情况：今年模考热点问题.

【考点示例】

【11 年上海高考理科卷第 22 题】

22．已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式分别为$a_n=3n+6$，$b_n=2n+7$（$n\in N^*$）．将集合$\{x|x=a_n，n\in N^*\}\cup\{x|x=b_n，n\in N^*\}$中的元素从小到大依次排列，构成数列$c_1$，$c_2$，$c_3$，…，$c_n$，…

（1）写出$c_1$，$c_2$，$c_3$，$c_4$；

（2）求证：在数列$\{c_n\}$中，但不在数列$\{b_n\}$中的项恰为$a_2$，$a_4$，…，$a_{2n}$，…；

（3）求数列$\{c_n\}$的通项公式．

【16 年江苏高考第 20 题】

20．记$U=\{1, 2, \ldots, 100\}$，对数列$\{a_n\}$（$n\in N^*$）和U的子集T，若$T=\varnothing$，定义$S_T=0$；若$T=\{t_1, t_2, \ldots, t_k\}$，定义$S_T=a_{t_1}+a_{t_2}+\ldots+a_{t_k}$．例如：$T=\{1, 3, 66\}$时，$S_T=a_1+a_3+a_{66}$．现设$\{a_n\}$（$n\in N^*$）是公比为3的等比数列，且当$T=\{2, 4\}$时，$S_T=30$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）对任意正整数k（$1\le k\le 100$），若$T\subseteq\{1, 2, \ldots, k\}$，求证：$S_T<a_{k+1}$；

（3）设$C\subseteq U$，$D\subseteq U$，$S_C\ge S_D$，求证：$S_C+S_{C\cap D}\ge 2S_D$．

【18 年长宁、嘉定一模第 21 题】

21．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$\frac{1}{a_{n+1}}=\sqrt{\frac{1}{a_n^2}+4}$，$n\in N^*$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设数列$\{b_n\}$的前n项和为$S_n$，且满足$\frac{S_{n+1}}{a_n^2}=\frac{S_n}{a_{n+1}^2}+16n^2-8n-3$，试确定$b_1$的值，使得数列$\{b_n\}$为等差数列；

（3）将数列$\{\frac{1}{a_n^2}\}$中的部分项按原来顺序构成新数列$\{c_n\}$，且$c_1=5$，求证：存在无数个满足条件的无穷等比数列$\{c_n\}$．

【18 年徐汇一模第 21 题】

21．设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d_1$，等差数列$\{b_n\}$的公差为$d_2$，记$c_n=\max\{b_1-a_1n, b_2-a_2n, \ldots b_n-a_nn\}$（$n=1, 2, 3, \ldots$），其中$\max\{x_1, x_2, \ldots x_s\}$表示$a_1$，$x_2$，$\ldots x_s$这s个数中最大的数

（1）若$a_n=2n$，$b_n=4n-2$，求$c_1$，$c_2$，$c_3$的值，并猜想数列$c_n$的通项公式（不必证明）

（2）设$a_n=-n$，$b_n=-n+2$，若不等式$\frac{1}{c_2-2}+\frac{1}{c_3-2}+\ldots+\frac{1}{c_n-2}<\frac{\lambda\bullet 2^n}{n}$对不小于2的一切自然数n都成立，求λ的取值范围

（3）试探究当无穷数列$\{c_n\}$为等差数列时，$d_1$、$d_2$应满足的条件并证明你的结论．

【18 年长宁、嘉定二模第 21 题】

21．已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，其前n项和为$S_n$，且满足$4S_n=(a_n+1)^2$，若数列$\{b_n\}$满足$b_1=2$，$b_2=4$，且等式$b_n^2=b_{n-1}b_{n+1}$对任意$n\ge 2$成立．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）将数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的项相间排列构成新数列$a_1$，$b_1$，$a_2$，$b_2$，…，$a_n$，$b_n$，…，设该新数列为$\{c_n\}$，求数列$\{c_n\}$的通项公式和前2n项的和$T_{2n}$；

（3）对于（2）中的数列$\{c_n\}$前n项和$T_n$，若$T_n\ge\lambda\bullet c_n$对任意$n\in N^*$都成立，求实数λ的取值范围．

【17 年普陀一模第 20 题】

20．已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_1=1$，对任意的$n\in N^*$，均有$a_{n+1}^2-1=4a_n(a_n+1)$，$b_n=2\log_2(1+a_n)-1$．

（1）求证：$\{1+a_n\}$是等比数列，并求出$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{b_n\}$中去掉$\{a_n\}$的项后，余下的项组成数列$\{c_n\}$，求$c_1+c_2+\ldots+c_{100}$；

（3）设$d_n=\frac{1}{b_n\bullet b_{n+1}}$，数列$\{d_n\}$的前n项和为$T_n$，是否存在正整数m（$1<m<n$），使得$T_1$、$T_m$、$T_n$成等比数列，若存在，求出m的值；若不存在，请说明理由．

【17 年金山一模第 21 题】

21．数列{$b_n$}的前n项和为$S_n$，且对任意正整数n，都有$S_n=\frac{n(n+1)}{2}$；

（1）试证明数列{$b_n$}是等差数列，并求其通项公式；

（2）如果等比数列{$a_n$}共有2017项，其首项与公比均为2，在数列{$a_n$}的每相邻两项$a_i$与$a_{i+1}$之间插入i个（-1）$^i b_i$（i∈$N^*$）后，得到一个新数列{$c_n$}，求数列{$c_n$}中所有项的和；

（3）如果存在n∈$N^*$，使不等式$(n+1)(b_n+\frac{8}{b_n})\le(n+1)\lambda\le b_{n+1}+\frac{20}{b_{n+1}}$成立，若存在，求实数λ的范围，若不存在，请说明理由．

## 四、不等式恒成立

【出题理由】

虽然在高考中考频不高，但却是模考中大热的考点.

【考点示例】

【16 年上海高考理科卷第 17 题】

17．已知无穷等比数列{$a_n$}的公比为q，前n项和为$S_n$，且$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=S$，下列条件中，使得$2S_n<S$（n∈$N^*$）恒成立的是（　　）

A．$a_1>0$，$0.6<q<0.7$　　B．$a_1<0$，$-0.7<q<-0.6$

C．$a_1>0$，$0.7<q<0.8$　　D．$a_1<0$，$-0.8<q<-0.7$

【18 年青浦一模第 20 题】

20．设集合A，B均为实数集R的子集，记A+B={a+b|a∈A，b∈B}．

（1）已知A={0，1，2}，B={-1，3}，试用列举法表示A+B；

（2）设$a_1=\frac{2}{3}$，当n∈$N^*$且n≥2时，曲线$\frac{x^2}{n^2-n+1}+\frac{y^2}{1-n}=\frac{1}{9}$的焦距为$a_n$，如果A={$a_1$，$a_2$，…，$a_n$}，B={$-\frac{1}{9}$，$-\frac{2}{9}$，$-\frac{2}{3}$}，设A+B中的所有元素之和为$S_n$，求$S_n$的值；

（3）在（2）的条件下，对于满足m+n=3k，且m≠n的任意正整数m，n，k，不等式$S_m+S_n-\lambda S_k>0$恒成立，求实数λ的最大值．

【18 年长宁、嘉定二模第 21 题】

21．已知数列{$a_n$}的各项均为正数，其前n项和为$S_n$，且满足$4S_n=(a_n+1)^2$，若数列{$b_n$}满足$b_1=2$，$b_2=4$，且等式$b_n^2=b_{n-1}b_{n+1}$对任意n≥2成立．

（1）求数列{$a_n$}的通项公式；

（2）将数列{$a_n$}与{$b_n$}的项相间排列构成新数列$a_1$，$b_1$，$a_2$，$b_2$，…，$a_n$，$b_n$，…，设该新数列为{$c_n$}，求数列{$c_n$}的通项公式和前2n项的和$T_{2n}$；

（3）对于（2）中的数列{$c_n$}前n项和$T_n$，若$T_n\ge\lambda\cdot c_n$对任意n∈$N^*$都成立，求实数λ的取值范围．

【17 年宝山一模第 21 题】

21．设集合A、B均为实数集R的子集，记：$A+B=\{a+b|a\in A，b\in B\}$；
（1）已知$A=\{0，1，2\}$，$B=\{-1，3\}$，试用列举法表示A+B；
（2）设$a_1=\frac{2}{3}$，当$n\in N^*$，且$n\geq2$时，曲线$\frac{x^2}{n^2-n+1}+\frac{y^2}{1-n}=\frac{1}{9}$的焦距为$a_n$，如果$A=\{a_1，a_2，…，a_n\}$，$B=\{-\frac{1}{9}，-\frac{2}{9}，-\frac{2}{3}\}$，设A+B中的所有元素之和为$S_n$，对于满足$m+n=3k$，且$m\neq n$的任意正整数m、n、k，不等式$S_m+S_n-\lambda S_k>0$恒成立，求实数λ的最大值；
（3）若整数集合$A_1\subseteq A_1+A_1$，则称$A_1$为“自生集”，若任意一个正整数均为整数集合$A_2$的某个非空有限子集中所有元素的和，则称$A_2$为“$N^*$的基底集”，问：是否存在一个整数集合既是自生集又是$N^*$的基底集？请说明理由．

【17 年奉贤一模第 10 题】

10．已知等比数列$\{a_n\}$的公比q，前n项的和$S_n$，对任意的$n\in N^*$，$S_n>0$恒成立，则公比q的取值范围是____．

五、等式存在性

【出题理由】

1、上海高考：10 年高考考察 2 次；09 年第 23 题、17 年第 15 题；

2、邻省高考：15 年江苏高考第 20 题可能对高考有相关影响.

3、考点本身：等式存在性方程的背后本质是不定方程，其中会涉及到部分数论的相关内容来构造相应的矛盾，是数列章节的巅峰难点.

【考点示例】

【09 年上海高考理科卷第 23 题】

23．已知$\{a_n\}$是公差为d的等差数列，$\{b_n\}$是公比为q的等比数列．
（1）若$a_n=3n+1$，是否存在m、$k\in N^*$，有$a_m+a_{m+1}=a_k$？说明理由；
（2）找出所有数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$，使对一切$n\in N^*$，$\frac{a_{n+1}}{a_n}=b_n$，并说明理由；
（3）若$a_1=5$，$d=4$，$b_1=q=3$，试确定所有的p，使数列$\{a_n\}$中存在某个连续p项的和是数列$\{b_n\}$中的一项，请证明．

【17 年上海高考第 15 题】

15．已知a、b、c为实常数，数列$\{x_n\}$的通项$x_n=an^2+bn+c$，$n\in N^*$，则“存在$k\in N^*$，使得$x_{100+k}$、$x_{200+k}$、$x_{300+k}$成等差数列”的一个必要条件是（　　）

A．$a\geq0$　　B．$b\leq0$　　C．$c=0$　　D．$a-2b+c=0$

【15 年江苏高考第 20 题】

20．设$a_1$，$a_2$，$a_3$．$a_4$是各项为正数且公差为d（$d\neq0$）的等差数列．
（1）证明：$2^{a_1}$，$2^{a_2}$，$2^{a_3}$，$2^{a_4}$依次构成等比数列；
（2）是否存在$a_1$，d，使得$a_1$，$a_2^2$，$a_3^3$，$a_4^4$依次构成等比数列？并说明理由；
（3）是否存在$a_1$，d及正整数n，k，使得$a_1^n$，$a_2^{n+k}$，$a_3^{n+2k}$，$a_4^{n+3k}$依次构成等比数列？并说明理由．

六：数列表

【出题理由】

将一维层面（项数）的数列通项公式衍生到二维层面（行数、列数），甚至可以衍生到三维层面（长、宽、高），这样的考点能较综合地考察学生的知识延展性.

【考点示例】

【10 年上海高考理科卷第 10 题】

10．在n行m列矩阵$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3\ldots & n-2 & n-1 & 2 \\ 2 & 3 & 4\ \ldots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5\ \ldots & n & 1 & 2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ n & 1 & 2\ldots & n-3 & n-2 & n-1 \end{vmatrix}$中，记位于第i行第j列的数为$a_{ij}$（i，j=1，2…，n）．当n=9时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\ldots+a_{99}=$_____．

【17 年金山一模第 11 题】

11．设数列$\{a_n\}$是集合$\{x|x=3^s+3^t$，s＜t且s，t∈N}中所有的数从小到大排列成的数列，即$a_1=4$，$a_2=10$，$a_3=12$，$a_4=28$，$a_5=30$，$a_6=36$，…，将数列$\{a_n\}$中各项按照上小下大，左小右大的原则排成如图的等腰直角三角形数表，则$a_{15}$的值为_____．

4

10　12

28　30　36

…

毛毛在本文中就 18 年上海高考数学的数列章节考察内容进行大胆猜想、小心考证，本文中出现的数列考点的解题套路、18 年上海高考其余章节考点解读都可以加毛毛的联系方式~毛毛拉你进群，然后在群内进行讲解，助力高考~

微信号：yufanmaommao