2018 年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

一、 答卷前，考生务必将自己的姓名，准考证号填写在答题卡上。

二、 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

三、 考试结束后，将本试卷和答案卡一并交回。

一．选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，则 $|z|=$

A.0 B.$\frac{1}{2}$ C.1 D.$\sqrt{2}$

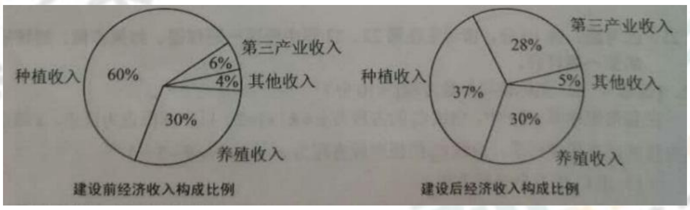
考点：复数
答案：C
解析：$z=\frac{1-i}{1+i}+2i=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}+2i=-i+2i=i$，则 $\lvert z\rvert=1$

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-2>0\}$，则 $\complement_R A=$

A. $\{x|-1<x<2\}$ B. $\{x|-1\le x\le 2\}$ C. $\{x|x<-1\}\cup\{x|x>2\}$ D. $\{x|x\le -1\}\cup\{x|x\ge 2\}$

考点：集合运算
答案：B
解析：$x^2-x-2=(x-2)(x+1)\le 0\Rightarrow -1\le x\le 2$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番，为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：则下面结论中不正确的是



A. 新农村建设后，种植收入减少

B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上

C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍

D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

考点：命题以及不等式
答案： A.
解析：设建设前经济收入为 a，建设后经济收入为 $2a$， A.项，建设前种植收入为 $60\%a$，建设后种植收入为 $37\%\cdot 2a=74\%a$，故建设后种植收入增加，A.项错误

4. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $3S_3=S_2+S_4, a_1=2$，则 $a_5=$（ ）

$A.-12$　　$B.-10$　　$C.10$　　$D.12$

考点：等差数列的通项
解析：由题知 $\begin{cases}3S_3=S_2+S_4\\ a_1=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}9a_1+9d=6a_1+7d\\ a_1=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=2\\ d=-3\end{cases}\therefore a_5=2+4\times(-3)=-10$
答案：B

5. 函数 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$，若 $f(x)$ 奇函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为

A. $y=-2x$　　B. $y=-x$　C $y=2x$　D. $y=x$

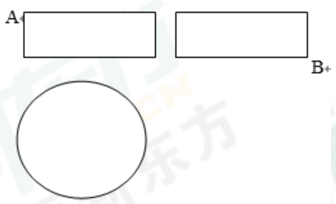
考点：函数奇偶性与切线方程
解析：由 $f(x)$ 为奇函数，$a-1=0$，故 $a=1, f(x)=x^3+x, f'(x)=3x^2+1$，斜率 $k=f'(0)=1$，所以切方程为 $y=x$
答案：D

6. 在 ΔABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{EB}=$

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

考点：向量的线性运算
解析：$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})+\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
答案：A

7. 某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如右图，圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为（ ）



A. $2\sqrt{17}$　B. $2\sqrt{5}$　C. 3　D. 2

考点：三视图还原
答案：B

解析：由三试图还原可得 $\lvert AB\rvert=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

8. 设抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 $(-2,0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M,N 两点，则 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=$

A.5 B.6 C.7 D.8

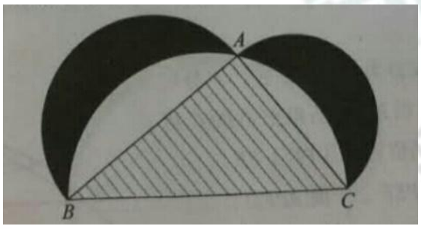
考点：抛物线简单性质；平面向量数量积运算
答案：D
解析：由题可知：抛物线焦点 $F(1,0)$，直线的方程为 $y=\frac{2}{3}(x+2)$，与抛物线 $C:y^2=4x$ 联立得 $M(1,2),N(2,4)$，所以 $\overrightarrow{FM}=(0,2),\overrightarrow{FN}=(3,4)$，所以 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=8$

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x,x\le 0\\ \ln x,x>0\end{cases}$，$g(x)=f(x)+x+a$，若 $g(x)$ 存在 2 个零点，则 a 的取值范围是

A. $[-1,0)$ B. $[0,+\infty)$ C. $[-1,+\infty)$ D. $[1,+\infty)$

考点：分段函数图象；函数的零点
答案：C
解析：令 $g(x)=0$，则 $f(x)=-x-a$，即 $y=f(x)$ 与 $y=-x-a$ 有两个交点，由两函数图像可知 $-a\le 1$ 即 $a\ge -1$

10. 下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别是直角三角形 ABC 的斜边 BC，直角边 AB,AC，ΔABC 的三边所围成的区域记为一，黑色部分记为二，其余部分记为三，在整个图形中随机取一个点，此点取自一，二，三的概率分别记为 p_1,p_2,p_3，则



$A.p_1=p_2$ $B.p_1=p_3$ $C.p_2=p_3$ $D.p_1=p_2+p_3$

考点：几何概型
答案：A
解析：一：$S=\frac{1}{2}ab$；二：$S=\frac{\pi}{2}(a^2+b^2)-(\frac{\pi}{2}c^2-\frac{1}{2}ab)=\frac{1}{2}ab$；三：$S=\frac{\pi}{2}c^2-\frac{1}{2}ab$。所以一和二的面积相等，所以 $p_1=p_2$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{3}-y^2=1$，O 为坐标原点，F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M,N，若 ΔOMN 为直角三角形，则 $\lvert MN\rvert=$

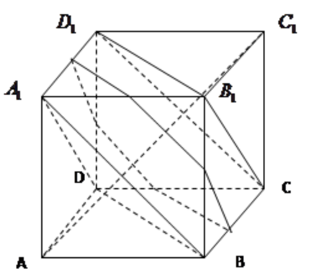
$A.\frac{3}{2}$ $B.3$ $C.2\sqrt{3}$ $D.4$

考点：直线方程，双曲线的几何性质

答案：B

12. 已知正方体的棱长为 1，每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等，则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为（ ）

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



考点：正方体性质、截面

答案：A

解析：如图：易证 $AC_1\perp$ 平面 $A_1BD, AC_1\perp$ 平面 CB_1D_1，且截面 A_1BD 和截面 CB_1D_1 的面积相等，根据对称性知：与正方体对角线 AC_1 垂直的截面面积最大的截面是分别过棱 $BC,CD,DD_1,A_1D_1,A_1B_1,BB_1$ 的中点的截面；该截面是边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的正六边形；其面积为 $6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，故选 A

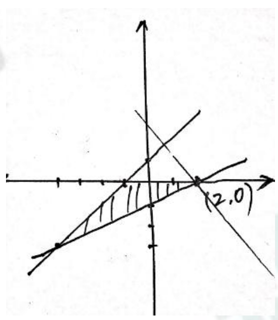
二．填空题：本小题功 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2\le 0 \\ x-y+1\ge 0 \\ y\le 0 \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值为

考点：线性规划、截距式

答案：6

解析：如图：如图，当目标直线过点 $(2,0)$ 时，目标函数达到最大，代入得到 6



14. 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_n=2a_n+1$，则 $S_6=$

考点：数列通项以及前 n 项和求解

解析：当 $n=1$ 时，$a_1=-1$；当 $n\ge 2$ 时，$S_{n-1}=2a_{n-1}+1$，与原式作差，整理得 $\frac{a_n}{a_{n-1}}=2$；所以，$\{a_n\}$ 形成以 -1 为首项，2 为公比的等比

数列，则 $S_6=\dfrac{-1\cdot(1-2^6)}{3}=-63$

15. 从 2 位女生，4 位男生中选择 3 人参加科技比赛，且至少有 1 位女生入选，则不同选法共有（ ）种。(用数字作答)

考点：计数原理

解析：(淘汰法) $C_6^3-C_4^3=16$

答案：16

16. 已知函数 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$，则函数 $f(x)$ 的最小值为________

考点：不等式求最值

答案：$-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

解析：$f(x)=2\sin x+\sin 2x=2\sin x(1+\cos x),\ f^2(x)=4\sin^2 x(1+\cos x)^2=4(1-\cos^2 x)(1+\cos x)^2=4(1-\cos x)(1+\cos x)^3$

$=\dfrac{4}{3}\cdot 3(1-\cos x)(1+\cos x)^3\le\dfrac{4}{3}[\dfrac{3(1-\cos x)+3(1+\cos x)}{4}]^4=\dfrac{27}{4}$，当且仅当 $3(1-\cos x)=3(1+\cos x)$ 即 $\cos x=\dfrac{1}{2}$ 时取等号，所以

$-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\le f(x)\le\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ 即 $f(x)$ 的最小值为 $-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

三．解答题：共 70 分，解答题应写出文字说明，证明过程或演算过程

17.（本小题满分 12 分）在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=90°,\angle A=45°,AB=2,BD=5$

（1）求 $\cos\angle ADB$；

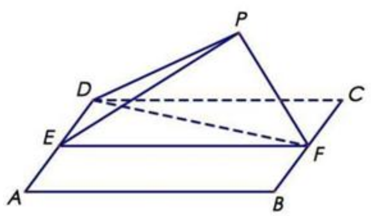
（2）若 $DC=2\sqrt{2}$，求 BC.

考点：正余弦定理的综合应用

解析：（1）ΔABD 中，$\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}=\dfrac{BD}{\sin A}$，即 $\dfrac{2}{\sin\angle ADB}=\dfrac{5}{\sin 45°},\sin\angle ADB=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$，因为 $\angle ADB<\angle ADC=90°$，所以 $\cos\angle ADB=\dfrac{\sqrt{23}}{5}$.

（2）$\sin\angle ADB=\cos\angle BDC=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$，在 ΔBDC 中，$\cos\angle BDC=\dfrac{5^2+(2\sqrt{2})^2-BC^2}{2\times5\times2\sqrt{2}},BC=5$

18.（本小题满分 12 分）如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，E、F 分别为 AD、BC 的中点，以 DF 为折痕把 ΔDFC 折起，使点 C 到达点 P 的位置，且 $PF\perp BF$.



（1）证明：平面 $PEF\perp$ 平面 $ABFD$；

（2）求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.

考点：立体几何中面面垂直的证明，线面所成角

解析：（1）$\because ABCD$ 是正方形，$\therefore \angle B=90°, AD=BC, AD//BC$，又 $\because E,F$ 分别是 AD,BC 的中点，$\therefore AE=BF, \therefore ABFE$ 是矩形，$\therefore \angle EFB=\angle B=90°$，即 $BF\perp EF$，又 $\because BF\perp PF, EF\cap PF=F, EF\subset$ 平面 $PEF, PF\subset$ 平面 PEF，$\therefore BF\perp$ 平面 PEF，又 $BF\subset$ 平面 $ABFD$，$\therefore$ 平面 $PEF\perp$ 平面 $ABFD$.

（2）过点 P 作 EF 的垂线，垂足为点 M，连接 DM，$\because$ 平面 $PEF\perp$ 平面 $ABFD$，平面 $PEF\cap$ 平面 $ABFD=EF$，

$\therefore PM\perp$ 平面 $ABFD, \therefore \angle PDM$ 即为 DP 与平面 $ABFD$ 的所成角，设正方形 $ABCD$ 的边长为 a，则 $DE=PE=\frac{a}{2}, DP=EF=a$，

结合（1）可知：$DE\perp$ 平面 PEF，$\therefore DE\perp PE$，在 ΔPDE 中，$PE=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，又 $\because (PE)^2+(PF)^2=(EF)^2$，即 $PE\perp PF$，

$\because \Delta PEF \sim \Delta MEP, \therefore PM=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，在 ΔDPM 中，$\sin\angle PDM=\frac{PM}{DP}=\frac{\frac{\sqrt{3}a}{4}}{a}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，即 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

19.（本小题满分 12 分）设椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点为 F，过 F 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，点 M 的坐标为 $(2,0)$。

（1）当 l 与 x 轴垂直时，求直线 AM 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，证明：$\angle OMA=\angle OMB$.

考点：直线方程的求法；直线与圆锥曲线的位置中直线斜率的考察。

解析：（1）当 l 与 x 垂直时，$x=1$ 代入椭圆得 $\frac{1}{2}+y^2=1, y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $A(1,\frac{\sqrt{2}}{2})$ 或 $A(1,-\frac{\sqrt{2}}{2})$，

所以 $AM: y=-\frac{\sqrt{2}}{2}(x-2)$ 或 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-2)$；

（2）①当直线 l 的斜率为零时，A,B 与椭圆的左右顶点重合，$\angle OMA=\angle OMB=0$；

②当直线 l 的斜率不为零时，设直线 l 方程为 $x=ty+1$，点 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$，

直线 l 与椭圆方程联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1\\ x=ty+1\end{cases}$ 消去 x 得，由韦达定理得：$\begin{cases}y_1+y_2=\frac{-2t}{2+t^2}\\ y_1y_2=\frac{-1}{2+t^2}\end{cases}$，

$$k_{AM}+k_{BM}=\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{x_2y_1+x_1y_2-2(y_1+y_2)}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}=\frac{2ty_1y_2-(y_1+y_2)}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}=0;$$

所以直线 AM 与 BM 的倾斜角互补，所以 $\angle OMA=\angle OMB$。

20.（本小题满分 12 分）某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品做检验，如检验出不合格品，则更换为合格品。检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验。设每件产品为不合格品的概率都为 $p(0<p<1)$，且各件产品是否为不合格品相互独立。

（1）记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为 $f(p)$，求 $f(p)$ 的最大值点 p_0；

（2）现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有 2 件不合格品，以（1）中确定的 p_0 作为 p 的值。已知每件产品的检验费用为 2 元，若有

不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用。

（ⅰ）若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X ，求 EX ；

（ⅱ）以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验?

解:（1）依题意可得: $f(p)=C_{20}^{2}p^{2}(1-p)^{18}$ ，令 $\delta(p)=p^{2}(1-p)^{18},\delta'(p)=2p(1-p)^{18}-18p^{2}(1-p)^{17}=2p(1-p)^{17}(1-10p),(0<p<1)$ ，

令 $\delta'(p)=0$ ，得 $p=\dfrac{1}{10}$ ，则 $p_0=\dfrac{1}{10}$

（2）（ⅰ）设不合格产品为 η ，则 $\eta \sim B(180,\dfrac{1}{10})$ ，则 $E\eta=180\times\dfrac{1}{10}=18$ ，则 $EX=40+25\times18=490$

（ⅱ）如果全检测了，则需要的费用是 400 ，因为 $490>400$ ，所以需要检测余下的所有产品.

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x+a\ln x$

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性;

（2）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1,x_2 ，证明 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$ 。

考点：利用导数讨论含参函数单调性，利用导数证明不等式

解:（1） $f'(x)=\dfrac{-x^2+ax-1}{x^2},x>0$ ，且 $\Delta=a^2-4$

①当 $a\le2$ 时， $f'(x)\le0$ ，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减。

②当 $a>2$ 时，则当 $x\in(0,\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})\cup(\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2},+\infty)$ 时， $f'(x)\le0$ ，所以 $f(x)$ 减区间为 $(0,\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}),(\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2},+\infty)$

当 $x\in(\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$ 时， $f'(x)\ge0$ ，所以 $f(x)$ 减区间为 $(\dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},\dfrac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$

（2）由题（1）知， $a>2,f(x)$ 存在两个极值点，令 $f'(x)=\dfrac{-x^2+ax-1}{x^2}=0$ ，且 x_1,x_2 为 $-x^2+ax-1=0$ 的两个根，所以 $x_1+x_2=a>0$ ，

$$x_1\cdot x_2=1,\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\frac{1}{x_1}-x_1+a\ln x_1-\frac{1}{x_2}+x_2-a\ln x_2}{x_1-x_2}=\frac{\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}+x_2-x_1+a\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}=-2+a\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2},\because\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<\frac{1}{\sqrt{x_1x_2}}=1,$$

所以 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$

22. [选修 4-4：坐标系于参数方程]（本小题满分 10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$ ，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

（1）求 C_2 的直角坐标方程;

（2）若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程.

考点：参数方程和极坐标问题

解析:（1）由题可得 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ 转化为一般方程为: $(x+1)^2+y^2=4$

（2）由题意可得直线 $y=kx+2$ 与圆相切，即 $d=\frac{|-k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，解得 $k_1=0,k_2=-\frac{4}{3}$，又 $k\neq 0$，故只取 $k=-\frac{4}{3}$，则 C_1 的方程为 $y=-\frac{4}{3}|x|+2.$

23. [选修 4-5：不等式选讲]（本小题满分 10 分）已知 $f(x)=|x+1|-|ax-1|$

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（2）若 $x\in(0,1)$ 时不等式 $f(x)>x$ 成立，求 a 的取值范围。

考点：绝对值不等式的性质，不等式的恒成立问题

解：（1）当 $a=1$ 时， $f(x)=|x+1|-|ax-1|>1$

当 $x>1$ 时， $f(x)=x+1-x+1=2>1$ 成立

当 $-1\le x\le 1$ 时， $f(x)=x+1+x-1=2x>1, \therefore\ x>\frac{1}{2}\Rightarrow x\in(\frac{1}{2},1]$

当 $x<-1$ 时， $f(x)=-x-1+x-1=-2>1$，不成立

所以，综上所述 $\{x|x>\frac{1}{2}\}$

（2）因为 $x\in(0,1),\therefore x+1>0$，因为 $f(x)>x\Leftrightarrow|ax-1|<1\Leftrightarrow -1<ax-1<1$，即：

$\therefore 0<ax<2\Rightarrow 0<a<\frac{2}{x}, a<(\frac{2}{x})_{\min}\in(2,+\infty)$，综上所述： $0<a\le 2$

2018 年高考考试理科数学

1. 整体难度：本次理科数学难度为中等难度，考点考查较为全面，除个别题目外，总体题型很常规，主要考查学生的双基能力，以及对知识方法的迁移运用能力，对知识板块之间的联系考查程度深。
2. 易错题：（1）第三题，容易混淆概率和容量；（2）填空题第 14 题，分类容易漏掉一些情况；（3）解答题 18 题第一问，面面垂直的判定书写格式容易错，第二问容易计算错误；（4）21 题第一问，讨论单调性注意函数定义域。
3. 难题：（1）选择题 12 题，题目比较新颖，不容易入手；（2）填空题第 16 题，三角函数题目，不会处理三角函数最值；（3）20 题概率，第二问不好理解题意；（4）导数双变量不会处理，不会构造。
4. 学生分数：对于基础很好的学生应该在 130 分以上，对于中等偏上的学生应该在 90 分到 120 分之间，对于基础知识不扎实的学生而言，不容易拿到基础题和中等题目的得分，得分会低于 90 分，甚至低于 80 分。