

2017 年安徽省初中学业水平考试

数 学

(试题卷)

注意事项:

1. 你拿到的试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 本试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分.“试题卷”共 4 页, “答题卷”共 6 页.
3. 请务必在“答题卷”上答题, 在“试题卷”上答题是无效的.
4. 考试结束后, 请将“试题卷”和“答题卷”一并交回.

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

每小题都给出 A、B、C、D 四个选项, 其中只有一个是正确的.

1. $\frac{1}{2}$ 的相反数是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

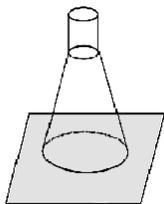
【答案】B

2. 计算 $(-a^3)^2$ 的结果是

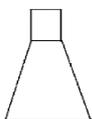
- A. a^6 B. $-a^6$ C. $-a^5$ D. a^5

【答案】A

3. 如图, 一个放置在水平实验台上的锥形瓶, 它的俯视图为



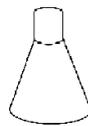
第 3 题图



A.



B.



C.



D.

【答案】B

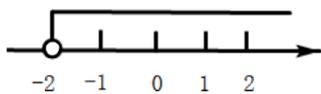
4. 截至 2016 年底, 国家开发银行对“一带一路”沿线国家累计发放贷款超过 1600 亿美元. 其中 1600 亿用科学记数法表示为

- A. 16×10^{10} B. 1.6×10^{10} C. 1.6×10^{11} D. 0.16×10^{12}

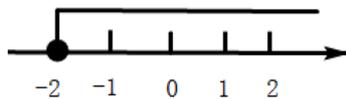
【答案】C

5. 不等式 $4 - 2x > 0$ 的解集在数轴上表示为

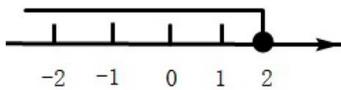
要进步, 更高效 | 新东方, 一对六!



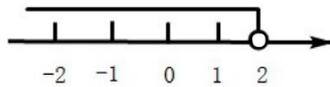
A .



B .



C .

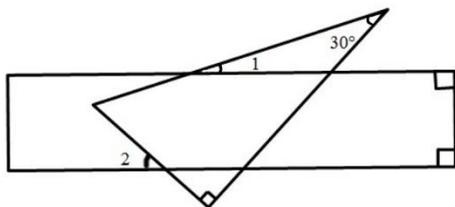


D .

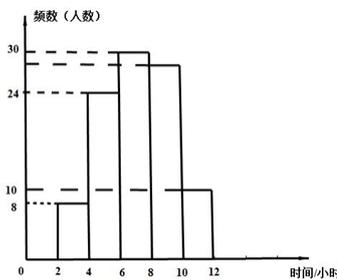
【答案】D

6. 直角三角板和直尺如图放置, 若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为

- A . 60° B . 50° C . 40° D . 30°



第 6 题图



第 7 题图

【答案】C

7. 为了解某校学生今年五一期间参加社团活动时间的情况, 随机抽查了其中 100 名学生进行统计, 并绘成如图所示的频数直方图. 已知该校共有 1000 名学生, 据此估计, 该校五一期间参加社团活动时间在 8~10 小时之间的学生数大约是 ()

- A . 280 B . 240 C . 300 D . 260

【答案】A

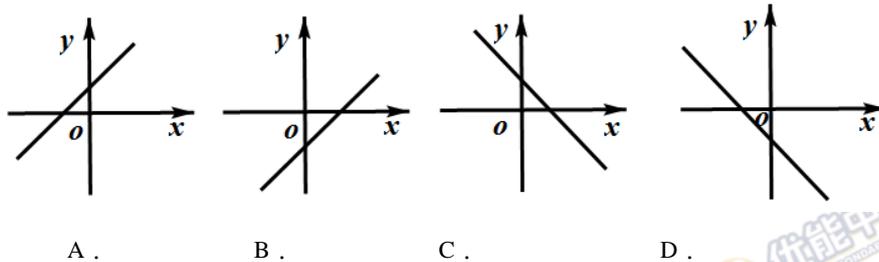
8. 一种药品原价每盒 25 元, 经过两次降价后每盒 16 元. 设两次降价的百分率都为 x , 则 x 满足

- A . $16(1+2x) = 25$ B . $25(1-2x) = 16$
C . $16(1+x)^2 = 25$ D . $25(1-x)^2 = 16$

【答案】D

9. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图像在第一象限有一个公共点, 其横坐标为 1,

则一次函数 $y = bx + ac$ 的图像可能是



【答案】B

【解析】

∵ 反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 经过第一象限

∴ $b > 0$

∵ 交点横坐标为 1, 则

$$a + b + c = b$$

∴ $a + c = 0$

∴ a, c 异号

∴ $ac < 0$

∴ 本题选择 B

10. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=5, AD=3$. 动点 P 满足 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形}ABCD}$. 则点 P 到 A, B 两点距离之和

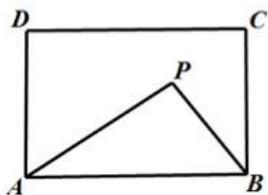
$PA+PB$ 的最小值为

A. $\sqrt{29}$

B. $\sqrt{34}$

C. $5\sqrt{2}$

D. $\sqrt{41}$



第 10 题图

【答案】D

【解析】

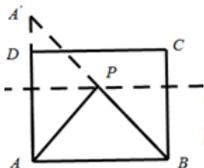
由题知, P 点到 AB 的距离为 2

∴ P 在一条与 AB 平行且距离为 2 的直线 l 上.

如图, 作 A 关于 l 的对称点 A' , 连接 $A'B$ 与 l 交于 P 点, 此时 $PA+PB$ 最小.

$$PA + PB = A'B = \sqrt{AB^2 + AA'^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

∴ 本题选择 D.



二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

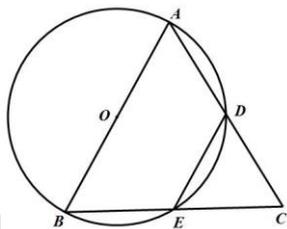
11. 27 的立方根是_____.

【答案】3

12. 因式分解： $a^2b - 4ab + 4b =$ _____.

【答案】 $b(a-2)^2$

13. 如图，已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与边 AC ， BC 分别交于 D ， E 两点，则劣弧 DE 的长为_____.



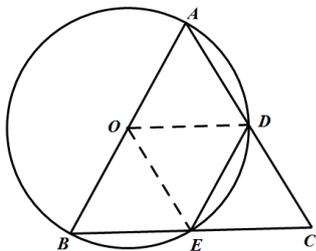
第 13 题图

【答案】 π

【解析】连接 OD, OE

易证 $\triangle OBE, \triangle OAD$ 为等边三角形， $\angle DOE = 60^\circ$

\therefore 劣弧 DE 的长为 $\frac{60\pi \times 3}{180} = \pi$.



14. 在三角形纸片 ABC 中， $\angle A=90^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ， $AC=30\text{cm}$ ，将该纸片沿过点 B 的直线折叠，使点 A 落在斜边 BC 上的一点 E 处，折痕记为 BD （如图 1），剪去 $\triangle CDE$ 后得到双层 $\triangle BDE$ （如图 2），再沿着过 $\triangle BDE$ 某顶点的直线将双层三角形剪开，使得展开后的平面图形中有一个是平行四边形，则所得平行四边形的周长为_____ cm .

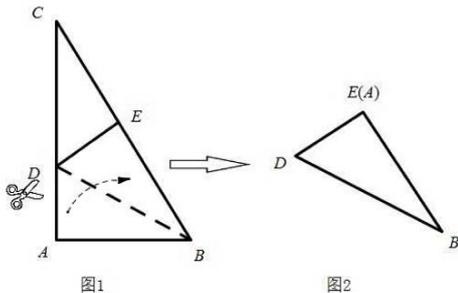


图1

图2

第 14 题图

【答案】40 或 $\frac{80\sqrt{3}}{3}$

【解析】

① 设 $DE = x = AD$, 则 $CD = 30 - x$

$$\therefore \frac{DE}{CD} = \frac{x}{30-x} = \frac{1}{2}, \therefore x = 10$$

\therefore 平行四边形 $ADEF$ 的周长为 40.

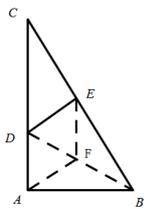


图1

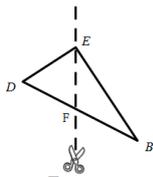


图2

$$\textcircled{2} \quad \because \frac{DF}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore DF = \frac{\sqrt{3}}{3} CD = \frac{20\sqrt{3}}{3},$$

BD 平分 $\angle ABC$, \therefore 平行四边形 $BFDF'$ 为菱形,

$$\therefore \text{平行四边形 } BFDF' = \frac{20}{3} \sqrt{3} \times 4 = \frac{80\sqrt{3}}{3}$$

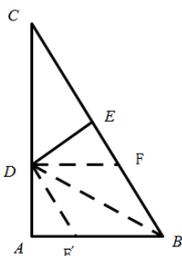


图1

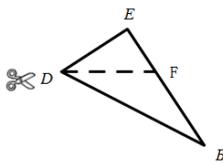


图2

综上所述：所得平行四边形的周长为 40 或 $\frac{80\sqrt{3}}{3}$.

三、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

15. 计算： $|-2| \times \cos 60^\circ - (\frac{1}{3})^{-1}$.

【解析】原式 = $2 \times \frac{1}{2} - 3$

= $1 - 3$

= -2

16. 《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，原文如下：

今有人共买物，人出八，盈三；人出七，不足四。问人数，物价各几何？

译文为：

现在有一些人共同买一个物品，每人出 8 元，还盈余 3 元；每人出 7 元，则还差 4 元。问其有

多少个人？这个物品的价格是多少？

请解答上述问题.

【解析】解：设共有 x 人，这个物品的价格为 y 元

$$\text{由题意知} \begin{cases} 8x - 3 = y \\ 7x + 4 = y \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 7 \\ y = 53 \end{cases}$$

答：共有 7 人，这个物品的价格为 53 元

四、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

17. 如图，游客在点 A 处坐缆车出发，沿 $A-B-D$ 的路线可至山顶 D 处，假设 AB 和 BD 都是直线段，且

$AB=BD=600\text{ m}$ ， $\alpha=75^\circ$ ， $\beta=45^\circ$ ，求 DE 的长.

(参考数据： $\sin 75^\circ \approx 0.97$ ， $\cos 75^\circ \approx 0.26$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$)

【解析】解：根据题意得：

在 $Rt\triangle DFB$ 中，

$$\because \angle \beta = 45^\circ, \angle DFB = 90^\circ$$

$\therefore \triangle DFB$ 为等腰直角三角形

$$\therefore DB = 600\text{ m}$$

$$\therefore DF = BF = 300\sqrt{2} \approx 423\text{ m}$$

在 $Rt\triangle BCA$ 中， $\angle \alpha = 75^\circ$ ， $AB = 600\text{ m}$

$$\therefore \cos 75^\circ = \frac{BC}{AB}, \text{即} \frac{BC}{600} \approx 0.26$$

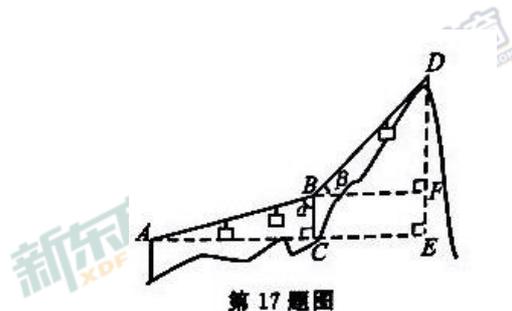
$$\therefore BC \approx 156\text{ m}$$

$$\therefore BC = EF$$

$$\therefore EF = 156\text{ m}$$

则 $DE = DF + EF = 423 + 156 = 579\text{ m}$

答： DE 的长为 579 米



第 17 题图

18. 如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给

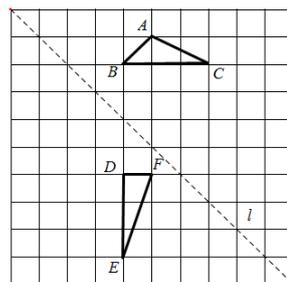
出了格点 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ (顶点为网格线的交点)，以及过格点的直线 l .

(1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移两个单位长度，再向下平移两个单位

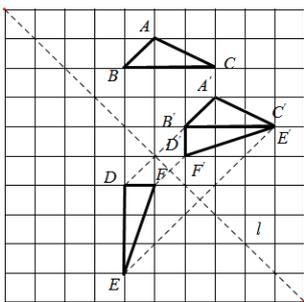
长度，画出平移后的三角形；

(2) 画出 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称的三角形；

(3) 填空： $\angle C + \angle E =$ _____ $^\circ$.



【解析】解：



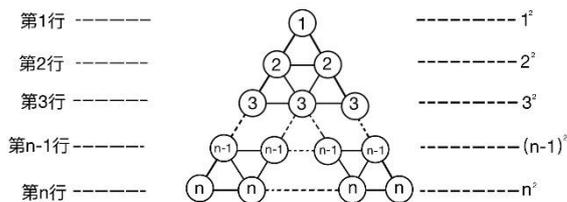
- (1) 如图所示， $\triangle A'B'C'$ 即为所求；
- (2) 如图所示， $\triangle D'E'F'$ 即为所求；
- (3) $\angle C + \angle E = 45^\circ$ ，故答案是 45.

五、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

19. 【阅读理解】

我们知道， $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，那么 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ 结果等于多少呢？

在图 1 所示的三角形数阵中，在第
一行圆圈中的数为 1，即 1^2 ；第 2 行
两个圆圈中数的和为 $2 + 2$ ，即 2^2 ；...
第 n 行 n 个圆圈中数的和为 $\underbrace{n + n + \dots + n}_n$ ，



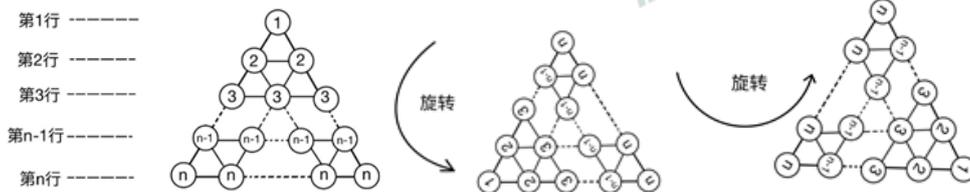
即 n^2 ，这样，该三角形数阵中共有 $\frac{n(n+1)}{2}$

个圆圈，所有圆圈中数的和为 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.

【规律探究】

将三角形数阵经两次旋转可得如图 2 所示的三角形数阵，观察这三个三角形数阵各同一位置圆圈中的数（如第 $n-1$ 行的第一个圆圈的数分别为： $n-1, 2, n$ ），发现每个位置上三个圆圈中数的和均为 _____。由此可得，这三个三角形数阵所有圆圈中的数为：

$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。因此， $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【解决问题】

根据以上发现，计算 $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2017^2}{1 + 2 + 3 + \dots + 2017}$ 的结果为_____。

【解析】

【规律探究】

① $n-1+2+n=2n+1$

② 将三个图中相同位置的圆圈中的数相加都为 $2n+1$

而每个图都有 $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ 个圆圈

$$\therefore 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = (2n+1) \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

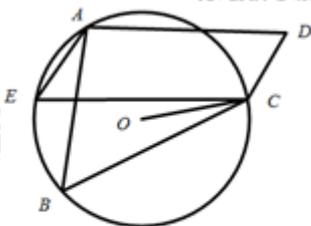
$$\textcircled{3} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

【解决问题】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{(2 \times 2017 + 1) \times (2017 + 1)}{\frac{6}{(1 + 2017) \times 2017}} \\ &= \frac{(2 \times 2017 + 1) \times 2017 \times 2018}{6} \times \frac{2}{2017 \times 2018} \\ &= 1345 \end{aligned}$$

20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD=BC$ ， $\angle B = \angle D$ ， AD 不平行于 BC ，过点 C 作 $CE \parallel AD$ 交 $\triangle ABC$ 的外接圆 O 于点 E ，连接 AE 。

- (1) 求证：四边形 $AECD$ 为平行四边形；
- (2) 连接 CO ，求证： CO 平分 $\angle BCE$ 。



第20题图

【解析】(1) $\because \odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆，由同弦所对的圆周角相等，得 $\angle E = \angle B$

$$\therefore \angle B = \angle D$$

$$\therefore \angle E = \angle D$$

$$\therefore AD \parallel CE$$

$$\therefore \angle E + \angle EAD = 180^\circ$$

$$\text{则 } \angle D + \angle EAD = 180^\circ$$

$\therefore AE \parallel DC$ (同旁内角互补, 两直线平行)

\therefore 四边形 $AECD$ 为平行四边形.

(2) 连接 OB 、 OE ,

由 (1) 可知四边形 $AECD$ 为平行四边形, $\therefore AD = EC$

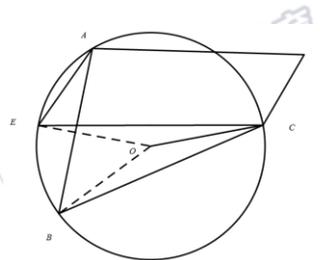
又 $\because AD = BC$, $\therefore EC = BC$

在 $\triangle COE$ 和 $\triangle COB$ 中

$$\begin{cases} OC = OC \\ OB = OE \\ EC = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle COE \cong \triangle COB$ (SSS)

$\therefore CO$ 平分 $\angle BCE$



六、(本题满分 12 分)

21. 甲、乙、丙三位运动员在相同条件下各射靶 10 次, 每次射靶的成绩如下:

甲: 9, 10, 8, 5, 7, 8, 10, 8, 8, 7;

乙: 5, 7, 8, 7, 8, 9, 7, 9, 10, 10;

丙: 7, 6, 8, 5, 4, 7, 6, 3, 9, 5.

(1) 根据以上数据完成下表:

	平均数	中位数	方差
甲	8	8	_____
乙	8	8	2.2
丙	6	_____	3

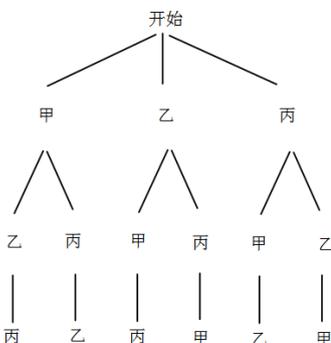
(2) 依据表中数据分析, 哪位运动员的成绩最稳定, 并简要说明理由;

(3) 比赛时三人依次出场, 顺序由抽签方式决定, 求甲、乙相邻出场的概率.

【解析】(1) 6; 2

(2) 甲的成绩最稳定 (\because 甲的方差最小 \therefore 甲的成绩最稳定)

(3)



由树形图可知:

共有 6 种等可能情况, 其中符合甲、乙相邻出场的共有 3 种情况.

$$\therefore \text{甲, 乙相邻出场的概率为 } \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

七、(本题满分 12 分)

22. 某超市销售一种商品, 成本每千克 40 元, 规定每千克售价不低于成本, 且不高于 80 元, 经市场调查, 每天的销售量 y (千克) 与每千克售价 x (元) 满足一次函数关系, 部分数据如下表:

售价 x (元 / 千克)	50	60	70
销售量 y (千克)	100	80	60

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
 (2) 设商品每天的总利润为 W (元), 求 W 与 x 之间的函数表达式 (利润 = 收入 - 成本);
 (3) 试说明 (2) 中总利润 W 随售价 x 的变化而变化的情况, 并指出售价为多少元时获得最大利润, 最大利润是多少?

【解析】(1) 设 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)

将 $(50, 100), (60, 80)$ 代入得:

$$\begin{cases} 100 = 50k + b \\ 80 = 60k + b \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 200 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2x + 200$$

$$(2) \text{ 由题意得: } W = (x - 40)y = -2x^2 + 280x - 8000$$

(3) \because 每千克售价不低于成本且不高于 80 元

$$\therefore 40 \leq x \leq 80$$

$$\text{又 } W = -2x^2 + 280x - 8000 = -2(x - 70)^2 + 1800$$

$$\therefore a = -2 < 0$$

\therefore 当 $40 \leq x < 70$ 时, W 随 x 增大而增大

当 $70 < x \leq 80$, W 随 x 增大而减小

所以当 $x = 70$ 时, W 有最大值, 且最大值为 1800 元

八、(本题满分 14 分)

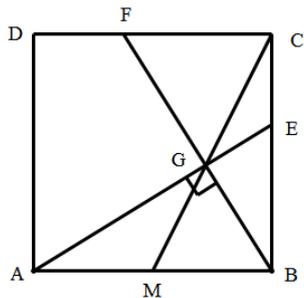
23. 已知正方形 $ABCD$, 点 M 为边 AB 的中点.

(1) 如图 1, 点 G 为线段 CM 上的一点, 且 $\angle AGB = 90^\circ$, 延长 AG, BG 分别与边 BC, CD 交于点 E, F .

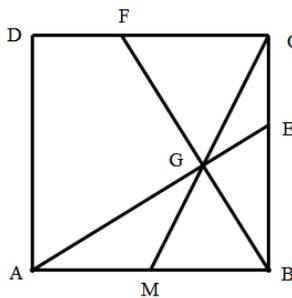
① 求证: $BE = CF$;

② 求证: $BE^2 = BC \cdot CE$;

(2) 如图 2, 在边 BC 上取一点 E , 满足 $BE^2 = BC \cdot CE$, 连接 AE 交 CM 于点 G , 连接 BG 并延长交 CD 于点 F , 求 $\tan \angle CBF$ 的值.



第 23 题图 1



第 23 题图 2

【解析】

(1) ① $\because \angle AGB = 90^\circ$

$\therefore \angle EAB + \angle FBA = 90^\circ$

又 $\because \angle FBA + \angle FBC = 90^\circ$

$\therefore \angle EAB = \angle FBC$

又 $\because AB = BC, \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF$

$\therefore BE = CF$

② $\because MA = MB, \angle AGB = 90^\circ$

$\therefore GM = \frac{1}{2} AB = AM = BM$

$\therefore \angle GAM = \angle MGA$

$\therefore \angle MGA = \angle EGC, \angle GAB = \angle FBC$

$\therefore \angle CGE = \angle CBG$

又 $\because \angle GCE = \angle BCG$

$\therefore \triangle GCE \sim \triangle BCG$

$\therefore \frac{CE}{CG} = \frac{CG}{CB}$

$\therefore CG^2 = CB \cdot CE$

又 $\because BM = GM$

$\therefore \angle MBG = \angle MGB = \angle FGC$

又 $CD \parallel AB$

$\therefore \angle CFG = \angle GBM$

$\therefore \angle CFG = \angle CGF$

$\therefore CF = CG$

又 $\because CF = BE$

$$\therefore BE = CG$$

$$\therefore BE^2 = BC \cdot CE$$

(2) 延长 DC、AE 交于点 N

$$\therefore BE^2 = BC \cdot CE$$

设 $BC = 2a, BE = x$ 则 $CE = 2a - x$

$$\text{则 } x^2 = 2a(2a - x)$$

$$\therefore x = (\sqrt{5} - 1)a$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{CE}{BE} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

又 $\because CN \parallel AM$ 所以 $\triangle CNG \sim \triangle MAG$

又 $\because M$ 为 AB 中点

$$\therefore AM = BM = a$$

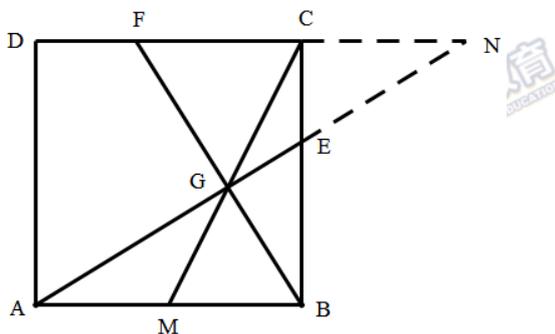
$$\therefore \frac{CG}{MG} = \frac{CN}{MA} = \sqrt{5} - 1$$

又 $\because CF \parallel BM \therefore \triangle CFG \sim \triangle MBG$

$$\therefore \frac{CG}{MG} = \frac{CF}{MB} = \sqrt{5} - 1$$

$$\therefore CF = (\sqrt{5} - 1)a$$

$$\therefore \tan \angle CBF = \frac{(\sqrt{5} - 1)a}{2a} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$



新东方 6 人小班特色

同水平入班 定制化教学 高频度互动 个性化关注

要进步，更高效 12 新东方，一对六！