

## 2017 年安徽省初中学业水平考试

## 数 学

(试题卷)

注意事项:

1. 你拿到的试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 本试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分.“试题卷”共 4 页, “答题卷”共 6 页.
3. 请务必在“答题卷”上答题, 在“试题卷”上答题是无效的.
4. 考试结束后, 请将“试题卷”和“答题卷”一并交回.

## 一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

每小题都给出 A、B、C、D 四个选项, 其中只有一个是正确的.

1.  $\frac{1}{2}$  的相反数是

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C. 2      D. -2

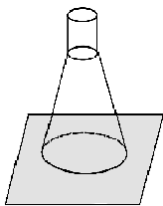
【答案】B

2. 计算  $(-a^3)^2$  的结果是

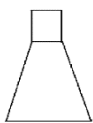
- A.  $a^6$       B.  $-a^6$       C.  $-a^5$       D.  $a^5$

【答案】A

3. 如图, 一个放置在水平实验台上的锥形瓶, 它的俯视图为



第 3 题图



A.



B.



C.



D.

【答案】B

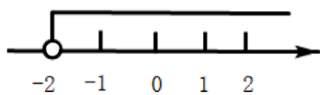
4. 截至 2016 年底, 国家开发银行对“一带一路”沿线国家累计发放贷款超过 1600 亿美元. 其中 1600 亿用科学记数法表示为

- A.  $16 \times 10^{10}$       B.  $1.6 \times 10^{10}$       C.  $1.6 \times 10^{11}$       D.  $0.16 \times 10^{12}$

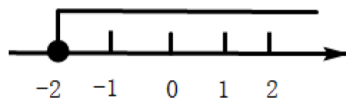
【答案】C

5. 不等式  $4 - 2x > 0$  的解集在数轴上表示为

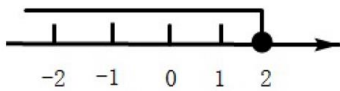
要进步, 更高效 | 新东方, 一对六!



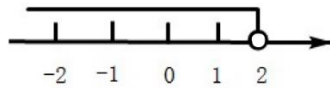
A .



B .



C .

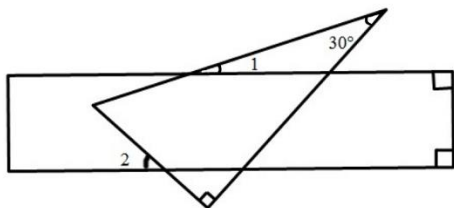


D .

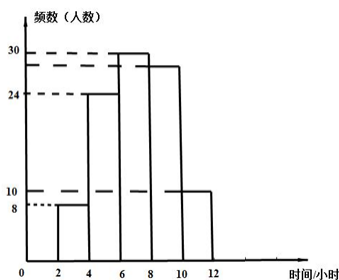
【答案】D

6. 直角三角板和直尺如图放置, 若  $\angle 1 = 20^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为

- A .  $60^\circ$       B .  $50^\circ$       C .  $40^\circ$       D .  $30^\circ$



第 6 题图



第 7 题图

【答案】C

7. 为了解某校学生今年五一期间参加社团活动时间的情况, 随机抽查了其中 100 名学生进行统计, 并绘成如图所示的频数直方图. 已知该校共有 1000 名学生, 据此估计, 该校五一期间参加社团活动时间在 8~10 小时之间的学生数大约是 ( )

- A . 280      B . 240      C . 300      D . 260

【答案】A

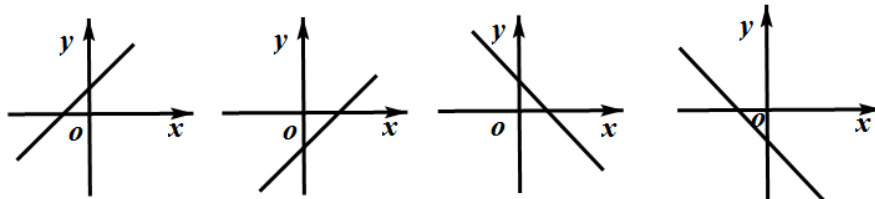
8. 一种药品原价每盒 25 元, 经过两次降价后每盒 16 元. 设两次降价的百分率都为  $x$ , 则  $x$  满足

- A .  $16(1+2x) = 25$       B .  $25(1-2x) = 16$   
C .  $16(1+x)^2 = 25$       D .  $25(1-x)^2 = 16$

【答案】D

9. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与反比例函数  $y = \frac{b}{x}$  的图像在第一象限有一个公共点, 其横坐标为 1,

则一次函数  $y = bx + ac$  的图像可能是



A.

B.

C.

D.

【答案】B

【解析】

∵ 反比例函数  $y = \frac{b}{x}$  经过第一象限

∴  $b > 0$

∵ 交点横坐标为 1, 则

$$a + b + c = b$$

∴  $a + c = 0$

∴  $a, c$  异号

∴  $ac < 0$

∴ 本题选择 B

10. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=5, AD=3$ . 动点  $P$  满足  $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形}ABCD}$ . 则点  $P$  到  $A, B$  两点距离之和

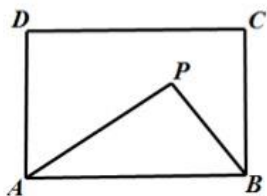
$PA+PB$  的最小值为

A.  $\sqrt{29}$

B.  $\sqrt{34}$

C.  $5\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{41}$



第 10 题图

【答案】D

【解析】

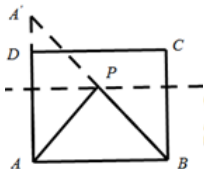
由题知,  $P$  点到  $AB$  的距离为 2

∴  $P$  在一条与  $AB$  平行且距离为 2 的直线  $l$  上.

如图, 作  $A$  关于  $l$  的对称点  $A'$ , 连接  $A'B$  与  $l$  交于  $P$  点, 此时  $PA+PB$  最小.

$$PA + PB = A'B = \sqrt{AB^2 + AA'^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

∴ 本题选择 D.



二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

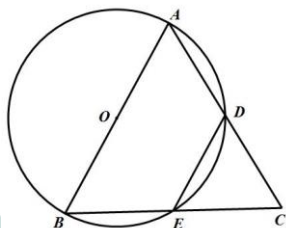
11. 27 的立方根是\_\_\_\_\_.

【答案】3

12. 因式分解:  $a^2b - 4ab + 4b =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $b(a-2)^2$

13. 如图, 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6, 以  $AB$  为直径的 $\odot O$ 与边  $AC, BC$  分别交于  $D, E$  两点, 则劣弧  $DE$  的长为\_\_\_\_\_.



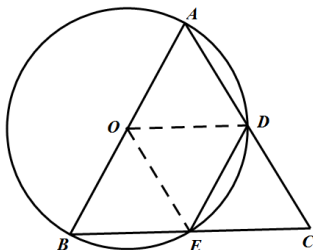
第 13 题图

【答案】 $\pi$

【解析】连接  $OD, OE$

易证  $\triangle OBE, \triangle OAD$  为等边三角形,  $\angle DOE = 60^\circ$

$\therefore$  劣弧  $DE$  的长为  $\frac{60\pi \times 3}{180} = \pi$ .



14. 在三角形纸片  $ABC$  中,  $\angle A=90^\circ, \angle C=30^\circ, AC=30\text{cm}$ , 将该纸片沿过点  $B$  的直线折叠, 使点  $A$  落在斜边  $BC$  上的一点  $E$  处, 折痕记为  $BD$  (如图 1), 剪去  $\triangle CDE$  后得到双层  $\triangle BDE$  (如图 2), 再沿着过  $\triangle BDE$  某顶点的直线将双层三角形剪开, 使得展开后的平面图形中有一个是平行四边形, 则所得平行四边形的周长为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

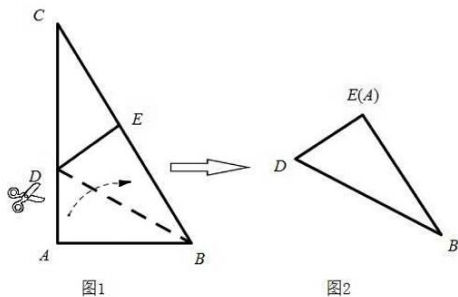


图1

图2

第 14 题图

【答案】40 或  $\frac{80\sqrt{3}}{3}$

【解析】

① 设  $DE = x = AD$ , 则  $CD = 30 - x$

$$\therefore \frac{DE}{CD} = \frac{x}{30-x} = \frac{1}{2}, \therefore x = 10$$

$\therefore$  平行四边形  $ADEF$  的周长为 40.

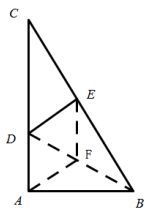


图1

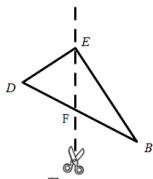


图2

$$\textcircled{2} \because \frac{DF}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore DF = \frac{\sqrt{3}}{3} CD = \frac{20\sqrt{3}}{3},$$

$BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $\therefore$  平行四边形  $BDFD'$  为菱形,

$$\therefore \text{平行四边形 } BDFD' = \frac{20}{3} \sqrt{3} \times 4 = \frac{80\sqrt{3}}{3}$$

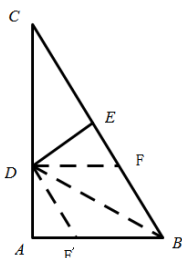


图1

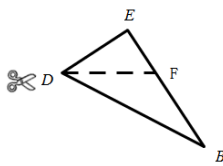


图2

综上所述：所得平行四边形的周长为 40 或  $\frac{80\sqrt{3}}{3}$ .

三、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

15. 计算： $|-2| \times \cos 60^\circ - (\frac{1}{3})^{-1}$ .

【解析】原式 =  $2 \times \frac{1}{2} - 3$

=  $1 - 3$

=  $-2$

16. 《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，原文如下：

今有人共买物，人出八，盈三；人出七，不足四。问人数，物价各几何？

译文为：

现在有一些人共同买一个物品，每人出 8 元，还盈余 3 元；每人出 7 元，则还差 4 元。问其有

多少个人？这个物品的价格是多少？

请解答上述问题.

**【解析】**解：设共有  $x$  人，这个物品的价格为  $y$  元

$$\text{由题意知} \begin{cases} 8x - 3 = y \\ 7x + 4 = y \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 7 \\ y = 53 \end{cases}$$

答：共有 7 人，这个物品的价格为 53 元

四、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

17. 如图，游客在点  $A$  处坐缆车出发，沿  $A-B-D$  的路线可至山顶  $D$  处，假设  $AB$  和  $BD$  都是直线段，且

$AB=BD=600\text{ m}$ ， $\alpha=75^\circ$ ， $\beta=45^\circ$ ，求  $DE$  的长.

(参考数据： $\sin 75^\circ \approx 0.97$ ， $\cos 75^\circ \approx 0.26$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ )

**【解析】**解：根据题意得：

在  $Rt\triangle DFB$  中，

$$\therefore \angle \beta = 45^\circ, \angle DFB = 90^\circ$$

$\therefore \triangle DFB$  为等腰直角三角形

$$\therefore DB = 600\text{ m}$$

$$\therefore DF = BF = 300\sqrt{2} \approx 423\text{ m}$$

在  $Rt\triangle BCA$  中， $\angle \alpha = 75^\circ$ ， $AB = 600\text{ m}$

$$\therefore \cos 75^\circ = \frac{BC}{AB}, \text{即} \frac{BC}{600} \approx 0.26$$

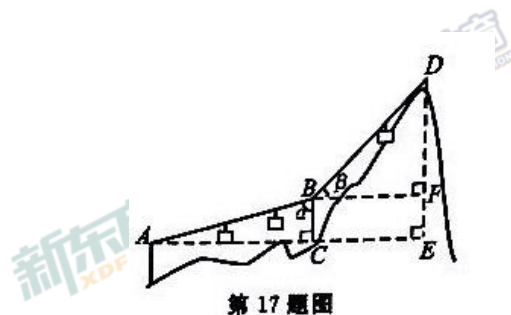
$$\therefore BC \approx 156\text{ m}$$

$$\therefore BC = EF$$

$$\therefore EF = 156\text{ m}$$

则  $DE = DF + EF = 423 + 156 = 579\text{ m}$

答： $DE$  的长为 579 米



第 17 题图

18. 如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给

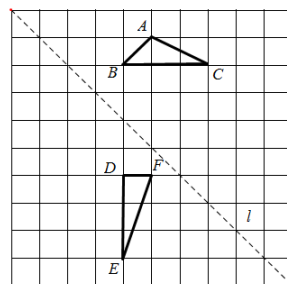
出了格点  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  (顶点为网格线的交点)，以及过格点的直线  $l$ .

(1) 将  $\triangle ABC$  向右平移两个单位长度，再向下平移两个单位

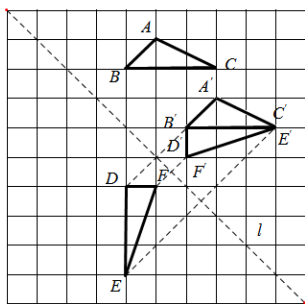
长度，画出平移后的三角形；

(2) 画出  $\triangle DEF$  关于直线  $l$  对称的三角形；

(3) 填空： $\angle C + \angle E =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



【解析】解：



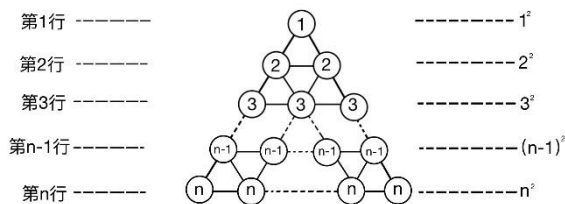
- (1) 如图所示， $\triangle A'B'C'$  即为所求；
- (2) 如图所示， $\triangle D'E'F'$  即为所求；
- (3)  $\angle C + \angle E = 45^\circ$ ，故答案是 45.

五、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

19. 【阅读理解】

我们知道， $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，那么  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$  结果等于多少呢？

在图 1 所示的三角形数阵中，在第  
一行圆圈中的数为 1，即  $1^2$ ；第 2 行  
两个圆圈中数的和为  $2 + 2$ ，即  $2^2$ ；...  
第  $n$  行  $n$  个圆圈中数的和为  $\underbrace{n + n + \dots + n}_n$ ，



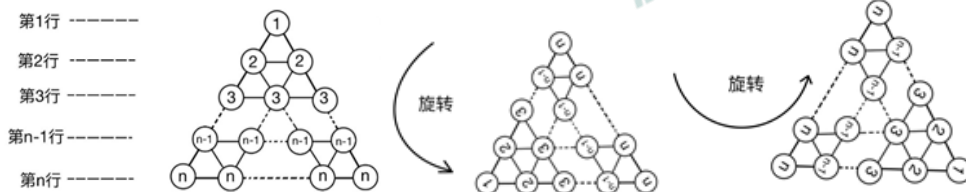
即  $n^2$ ，这样，该三角形数阵中共有  $\frac{n(n+1)}{2}$

个圆圈，所有圆圈中数的和为  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ .

【规律探究】

将三角形数阵经两次旋转可得如图 2 所示的三角形数阵，观察这三个三角形数阵各同一位置圆圈中的数（如第  $n-1$  行的第一个圆圈的数分别为： $n-1, 2, n$ ），发现每个位置上三个圆圈中数的和均为 \_\_\_\_\_。由此可得，这三个三角形数阵所有圆圈中的数为：

$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。因此， $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【解决问题】

根据以上发现，计算  $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2017^2}{1 + 2 + 3 + \dots + 2017}$  的结果为\_\_\_\_\_。

【解析】

【规律探究】

①  $n-1+2+n=2n+1$

② 将三个图中相同位置的圆圈中的数相加都为  $2n+1$

而每个图都有  $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$  个圆圈

$$\therefore 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = (2n+1) \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

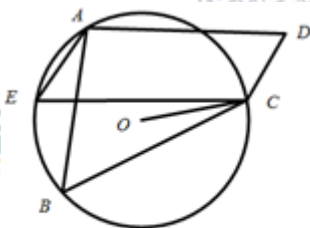
$$\textcircled{3} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

【解决问题】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{(2 \times 2017 + 1) \times (2017 + 1)}{\frac{6}{(1 + 2017) \times 2017}} \\ &= \frac{(2 \times 2017 + 1) \times 2017 \times 2018}{6} \times \frac{2}{2017 \times 2018} \\ &= 1345 \end{aligned}$$

20. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $AD=BC$ ， $\angle B = \angle D$ ， $AD$  不平行于  $BC$ ，过点  $C$  作  $CE \parallel AD$  交  $\triangle ABC$  的外接圆  $O$  于点  $E$ ，连接  $AE$ 。

- (1) 求证：四边形  $AECD$  为平行四边形；
- (2) 连接  $CO$ ，求证： $CO$  平分  $\angle BCE$ 。



第20题图

【解析】(1)  $\because \odot O$  为  $\triangle ABC$  的外接圆，由同弦所对的圆周角相等，得  $\angle E = \angle B$

$$\therefore \angle B = \angle D$$

$$\therefore \angle E = \angle D$$

$$\therefore AD \parallel CE$$

$$\therefore \angle E + \angle EAD = 180^\circ$$

$$\text{则 } \angle D + \angle EAD = 180^\circ$$



$\therefore AE \parallel DC$  (同旁内角互补, 两直线平行)

$\therefore$  四边形  $AECD$  为平行四边形.

(2) 连接  $OB$ 、 $OE$ ,

由 (1) 可知四边形  $AECD$  为平行四边形,  $\therefore AD = EC$

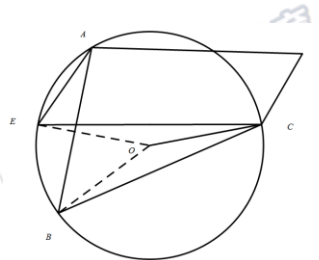
又  $\because AD = BC$ ,  $\therefore EC = BC$

在  $\triangle COE$  和  $\triangle COB$  中

$$\begin{cases} OC = OC \\ OB = OE \\ EC = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle COE \cong \triangle COB$  (SSS)

$\therefore CO$  平分  $\angle BCE$



六、(本题满分 12 分)

21. 甲、乙、丙三位运动员在相同条件下各射靶 10 次, 每次射靶的成绩如下:

甲: 9, 10, 8, 5, 7, 8, 10, 8, 8, 7;

乙: 5, 7, 8, 7, 8, 9, 7, 9, 10, 10;

丙: 7, 6, 8, 5, 4, 7, 6, 3, 9, 5.

(1) 根据以上数据完成下表:

	平均数	中位数	方差
甲	8	8	_____
乙	8	8	2.2
丙	6	_____	3

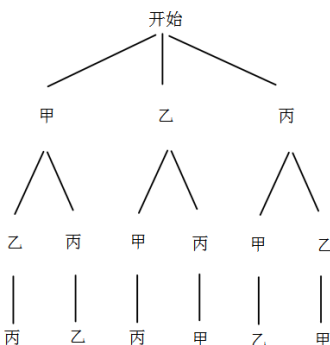
(2) 依据表中数据分析, 哪位运动员的成绩最稳定, 并简要说明理由;

(3) 比赛时三人依次出场, 顺序由抽签方式决定, 求甲、乙相邻出场的概率.

【解析】(1) 6; 2

(2) 甲的成绩最稳定 ( $\because$  甲的方差最小  $\therefore$  甲的成绩最稳定)

(3)



由树形图可知:

共有 6 种等可能情况, 其中符合甲、乙相邻出场的共有 3 种情况.

$$\therefore \text{甲, 乙相邻出场的概率为 } \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

七、(本题满分 12 分)

22. 某超市销售一种商品, 成本每千克 40 元, 规定每千克售价不低于成本, 且不高于 80 元, 经市场调查, 每天的销售量  $y$  (千克) 与每千克售价  $x$  (元) 满足一次函数关系, 部分数据如下表:

售价 $x$ (元 / 千克)	50	60	70
销售量 $y$ (千克)	100	80	60

- (1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式;  
 (2) 设商品每天的总利润为  $W$  (元), 求  $W$  与  $x$  之间的函数表达式 (利润 = 收入 - 成本);  
 (3) 试说明 (2) 中总利润  $W$  随售价  $x$  的变化而变化的情况, 并指出售价为多少元时获得最大利润, 最大利润是多少?

**【解析】** (1) 设  $y$  与  $x$  之间的函数表达式为  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ )

将  $(50, 100), (60, 80)$  代入得:

$$\begin{cases} 100 = 50k + b \\ 80 = 60k + b \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 200 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2x + 200$$

$$(2) \text{ 由题意得: } W = (x - 40)y = -2x^2 + 280x - 8000$$

(3)  $\because$  每千克售价不低于成本且不高于 80 元

$$\therefore 40 \leq x \leq 80$$

$$\text{又 } W = -2x^2 + 280x - 8000 = -2(x - 70)^2 + 1800$$

$$\therefore a = -2 < 0$$

$\therefore$  当  $40 \leq x < 70$  时,  $W$  随  $x$  增大而增大

当  $70 < x \leq 80$ ,  $W$  随  $x$  增大而减小

所以当  $x = 70$  时,  $W$  有最大值, 且最大值为 1800 元

八、(本题满分 14 分)

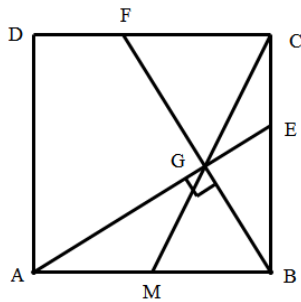
23. 已知正方形  $ABCD$ , 点  $M$  为边  $AB$  的中点.

(1) 如图 1, 点  $G$  为线段  $CM$  上的一点, 且  $\angle AGB = 90^\circ$ , 延长  $AG, BG$  分别与边  $BC, CD$  交于点  $E, F$ .

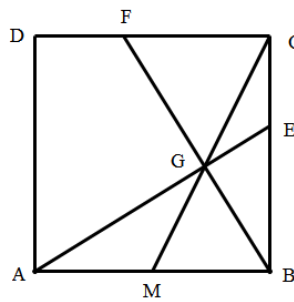
① 求证:  $BE = CF$ ;

② 求证:  $BE^2 = BC \cdot CE$ ;

(2) 如图 2, 在边  $BC$  上取一点  $E$ , 满足  $BE^2 = BC \cdot CE$ , 连接  $AE$  交  $CM$  于点  $G$ , 连接  $BG$  并延长交  $CD$  于点  $F$ , 求  $\tan \angle CBF$  的值.



第 23 题图 1



第 23 题图 2

【解析】

(1) ①  $\because \angle AGB = 90^\circ$

$\therefore \angle EAB + \angle FBA = 90^\circ$

又  $\because \angle FBA + \angle FBC = 90^\circ$

$\therefore \angle EAB = \angle FBC$

又  $\because AB = BC, \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF$

$\therefore BE = CF$

②  $\because MA = MB, \angle AGB = 90^\circ$

$\therefore GM = \frac{1}{2} AB = AM = BM$

$\therefore \angle GAM = \angle MGA$

$\therefore \angle MGA = \angle EGC, \angle GAB = \angle FBC$

$\therefore \angle CGE = \angle CBG$

又  $\because \angle GCE = \angle BCG$

$\therefore \triangle GCE \sim \triangle BCG$

$\therefore \frac{CE}{CG} = \frac{CG}{CB}$

$\therefore CG^2 = CB \cdot CE$

又  $\because BM = GM$

$\therefore \angle MBG = \angle MGB = \angle FGC$

又  $CD \parallel AB$

$\therefore \angle CFG = \angle GBM$

$\therefore \angle CFG = \angle CGF$

$\therefore CF = CG$

又  $\because CF = BE$

$$\therefore BE = CG$$

$$\therefore BE^2 = BC \cdot CE$$

(2) 延长 DC、AE 交于点 N

$$\therefore BE^2 = BC \cdot CE$$

设  $BC = 2a, BE = x$  则  $CE = 2a - x$

$$\text{则 } x^2 = 2a(2a - x)$$

$$\therefore x = (\sqrt{5} - 1)a$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{CE}{BE} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

又  $\because CN \parallel AM$  所以  $\triangle CNG \sim \triangle MAG$

又  $\because M$  为  $AB$  中点

$$\therefore AM = BM = a$$

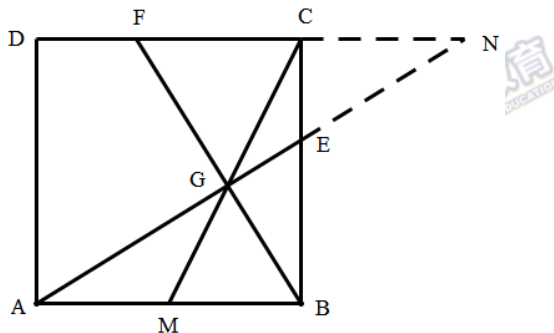
$$\therefore \frac{CG}{MG} = \frac{CN}{MA} = \sqrt{5} - 1$$

又  $\because CF \parallel BM \therefore \triangle CFG \sim \triangle MBG$

$$\therefore \frac{CG}{MG} = \frac{CF}{MB} = \sqrt{5} - 1$$

$$\therefore CF = (\sqrt{5} - 1)a$$

$$\therefore \tan \angle CBF = \frac{(\sqrt{5} - 1)a}{2a} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$



新东方 6 人小班特色

同水平入班 定制化教学 高频度互动 个性化关注

要进步，更高效 12 新东方，一对六！