2015年江西省南昌市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分，每小题只有一个正确选项）

1.（3分）（2015•南昌）计算（﹣1）^{0}的结果为（　　）

A．1　　B．﹣1　　C．0　　D．无意义

考点：　零指数幂．

分析：　根据零指数幂的运算方法：$a^0=1$（$a\neq0$），求出（﹣1）^{0}的结果为多少即可．

解答：　解：∵（﹣1）^{0}=1，

∴（﹣1）^{0}的结果为1．

故选：A．

点评：　此题主要考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：（1）$a^0=1$（$a\neq0$）；（2）$0^0\neq1$．

2.（3分）（2015•南昌）2015年初，一列CRH5型高速车组进行了“300000公里正线运营考核”标志着中国高速快车从“中国制造”到“中国创造”的飞跃，将300000用科学记数法表示为（　　）

A．3×10^6　　B．3×10^5　　C．0.3×10^6　　D．30×10^4

考点：　科学记数法—表示较大的数．

分析：　科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数．

解答：　解：将300000用科学记数法表示为：3×10^5．

故选：B．

点评：　此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

3.（3分）（2015•南昌）下列运算正确的是（　　）

A．$(2a^2)^3=6a^6$　　B．$-a^2b^2\bullet3ab^3=-3a^2b^5$

C．$\frac{a^2-1}{a}\bullet\frac{1}{a+1}=-1$　　D．$\frac{b}{a-b}+\frac{a}{b-a}=-1$

考点：　分式的乘除法；幂的乘方与积的乘方；单项式乘单项式；分式的加减法．

专题：　计算题．

分析：　A、原式利用幂的乘方与积的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

B、原式利用单项式乘以单项式法则计算得到结果，即可做出判断；

C、原式约分得到结果，即可做出判断；

D、原式变形后，利用同分母分式的减法法则计算，约分即可得到结果．

解答：　解：A、原式$=8a^4$，错误；

B、原式$=-3a^3b^5$，错误；

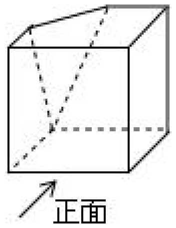
C、原式$=a^{-1}$，错误；

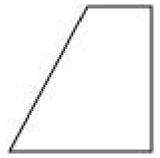
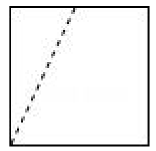
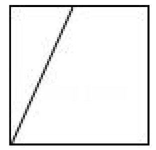
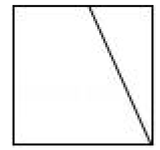
D、原式$=\frac{b-a}{a-b}=\frac{-(a-b)}{a-b}=-1$，正确；

故选D．

点评：　此题考查了分式的乘除法，幂的乘方与积的乘方，单项式乘单项式，以及分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

4.（3分）（2015•南昌）如图是将正方体切去一个角后形成的几何体，则该几何体的左视图为（　　）



A．

B．

C．

D．


考点：　简单组合体的三视图．

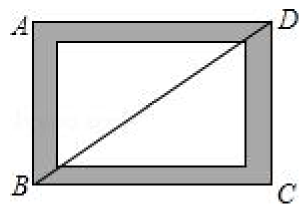
分析：　找到从左面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在视图中．

解答：　解：从左面看所得到的图形是正方形，切去部分的棱能看到，用实线表示，

故选：C．

点评：　本题考查了三视图的知识，掌握主视图是从物体的正面看得到的视图，左视图是从物体的左面看得到的视图，俯视图是从物体的上面看得到的视图是解题的关键．

5.（3分）（2015•南昌）如图，小贤为了体验四边形的不稳定性，将四根木条用钉子钉成一个矩形框架ABCD，B与D两点之间用一根橡皮筋拉直固定，然后向右扭动框架，观察所得四边形的变化，下列判断错误的是（　　）



A．四边形ABCD由矩形变为平行四边形

B．BD的长度增大

C．四边形ABCD的面积不变

D．四边形ABCD的周长不变

考点：　矩形的性质；平行四边形的性质．

分析：　由将四根木条用钉子钉成一个矩形框架ABCD，B与D两点之间用一根橡皮筋拉直固定，然后向右扭动框架，由平行四边形的判定定理知四边形变成平行四边形，由于四边形的每条边的长度没变，所以周长

没变；拉成平行四边形后，高变小了，但底边没变，所以面积变小了，BD 的长度增加了．

解答：解：∵矩形框架 ABCD，B 与 D 两点之间用一根橡皮筋拉直固定，然后向右扭动框架，

∴AD=BC，AB=DC，

∴四边形变成平行四边形，

故 A 正确；

BD 的长度增加，

故 B 正确；

∵拉成平行四边形后，高变小了，但底边没变，

∴面积变小了，故 C 错误；

∵四边形的每条边的长度没变，

∴周长没变，

故 D 正确，

故选 C．

点评：本题主要考查了矩形的性质和平行四边形的性质，弄清图形变化后的变量和不变量是解答此题的关键．

6．（3 分）（2015•南昌）已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a＞0）过（﹣2，0），（2，3）两点，那么抛物线的对称轴（　　）

A．只能是 x=﹣1

B．可能是 y 轴

C．在 y 轴右侧且在直线 x=2 的左侧

D．在 y 轴左侧且在直线 x=﹣2 的右侧

考点：二次函数的性质．

分析：根据题意判定点（﹣2，0）关于对称轴的对称点横坐标 x_2 满足：$-2<x_2<2$，从而得出 $-2<\frac{x_1+x_2}{2}<0$，即可判定抛物线对称轴的位置．

解答：解：∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a＞0）过（﹣2，0），（2，3）两点，

∴点（﹣2，0）关于对称轴的对称点横坐标 x_2 满足：$-2<x_2<2$，

∴ $-2<\frac{x_1+x_2}{2}<0$，

∴抛物线的对称轴在 y 轴左侧且在直线 x=﹣2 的右侧．

故选 D．

点评：本题考查了二次函数的性质，根据点坐标判断出另一个点的位置是解题的关键．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

7．（3 分）（2015•南昌）一个角的度数为 20°，则它的补角的度数为__160°__．

考点：余角和补角．

分析：根据互为补角的两个角的和等于 180°列式进行计算即可得解．

解答：解：180°﹣20°=160°．

故答案为：160°．

点评：本题考查了余角和补角，解决本题的关键是熟记互为补角的和等于 180°．

8．（3 分）（2015•南昌）不等式组 $\begin{cases}\frac{1}{2}x-1\leqslant 0\\-3x<9\end{cases}$ 的解集是__$-3<x\leq 2$__．

考点：解一元一次不等式组．

专题：计算题．

分析：分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分即可．

解答：

解：$\begin{cases}\frac{1}{2}x-1\leqslant 0①\\-3x<9②\end{cases}$，

由①得：$x\leq 2$，

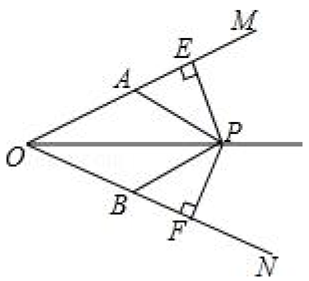
由②得：$x>-3$，

则不等式组的解集为 $-3<x\leq 2$．

故答案为：$-3<x\leq 2$

点评：此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

9．（3 分）（2015•南昌）如图，OP 平分∠MON，PE⊥OM 于 E，PF⊥ON 于 F，OA=OB，则图中有__3__对全等三角形．



考点：全等三角形的判定；角平分线的性质．

分析：由 OP 平分∠MON，PE⊥OM 于 E，PF⊥ON 于 F，得到 PE=PF，∠1=∠2，证得△AOP≌△BOP，再根据△AOP≌△BOP，得出 AP=BP，于是证得△AOP≌△BOP，和 R_t△AOP≌R_t△BOP．

解答：解：OP 平分∠MON，PE⊥OM 于 E，PF⊥ON 于 F，

∴PE=PF，∠1=∠2，

在△AOP 与△BOP 中，

$\begin{cases}OA=OB\\\angle 1=\angle 2\\OP=OP\end{cases}$，

∴△AOP≌△BOP，

∴AP=BP，

在△EOP 与△FOP 中，

$\begin{cases}\angle 1=\angle 2\\\angle OEP=\angle OFP=90°\\OP=OP\end{cases}$，

∴△AOP≌△BOP，

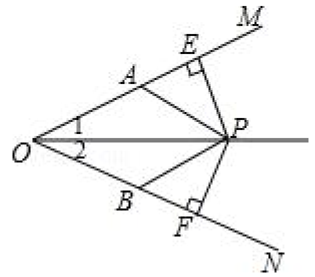
在 R_t△AOP 与 R_t△BOP 中，

$\begin{cases}PA=PB\\PE=PF\end{cases}$，

∴R_t△AOP≌R_t△BOP，

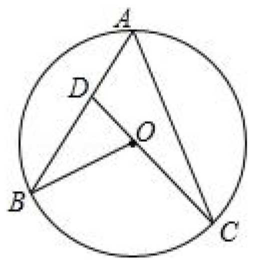
∴图中有 3 对全等三角形，

故答案为：3．



点评：本题考查了角平分线的性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题的关键．

10．（3 分）（2015•南昌）如图，点 A，B，C 在⊙O 上，CO 的延长线交 AB 于点 D，∠A=50°，∠B=30°，则∠ADC 的度数为 __110°__ ．



考点：圆周角定理．

分析：根据圆周角定理求得∠BOC=100°，进而根据三角形的外角的性质求得∠BDC=70°，然后根据邻补角求得∠ADC 的度数．

解答：解：∵∠A=50°，

∴∠BOC=2∠A=100°，

∵∠B=30°，∠BOC=∠B+⊂BDC，

∴∠BDC=∠BOC﹣∠B=100°﹣30°=70°，

∴∠ADC=180°﹣∠BDC=110°，

故答案为 110°．

点评：本题考查了圆心角和圆周角的关系及三角形外角的性质，圆心角和圆周角的关系是解题的关键．

11．（3 分）（2015•南昌）已知一元二次方程 x^2﹣4x﹣3=0 的两根为 m，n，则 m^2﹣mn+n^2= __25__ ．

考点：根与系数的关系．

分析：由 m 与 n 为已知方程的解，利用根与系数的关系求出 m+n 与 mn 的值，将所求式子利用完全平方公式变形后，代入计算即可求出值．

解答：解：∵m，n 是一元二次方程 x^2﹣4x﹣3=0 的两个根，

∴m+n=4，mn=﹣3，

则 m^2﹣mn+n^2=（m+n）^{2}﹣3mn=16+9=25．

故答案为：25．

点评：此题考查了一元二次方程根与系数的关系，将根与系数的关系与代数式变形相结合解题是一种经常使用的解题方法．

12．（3 分）（2015•南昌）如图 1 是小志同学书桌上的一个电子相框，将其侧面抽象为如图 2 所示的几何图形，已知 BC=BD=15cm，∠CBD=40°，则点 B 到 CD 的距离为 __14.1__ cm（参考数据 sin20°≈0.342，cos20°≈0.940，sin40°≈0.643，cos40°≈0.766，结果精确到 0.1cm，可用科学计算器）．

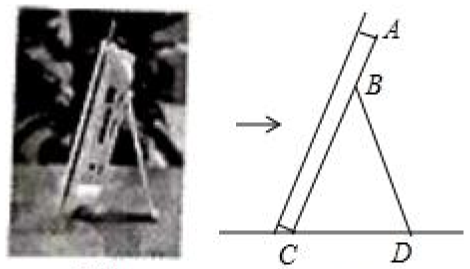


图1 图2

考点：解直角三角形的应用．

分析：作 BE⊥CD 于 E，根据等腰三角形的性质和∠CBD=40°，求出∠CBE 的度数，根据余弦的定义求出 BE 的长．

解答：解：如图 2，作 BE⊥CD 于 E，

∵BC=BD，∠CBD=40°，

∴∠CBE=20°，

在 Rt△CBE 中，cos∠CBE=$\frac{BE}{BC}$，

∴BE=BC•cos∠CBE

=15×0.940

=14.1cm．

故答案为：14.1．

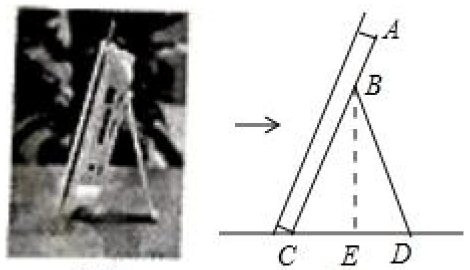


图1 图2

点评：本题考查的是解直角三角形的应用，掌握锐角三角函数的概念是解题的关键，作出合适的辅助线构造直角三角形是解题的重要环节．

13．（3 分）（2015•南昌）两组数据：3，a，2b，5 与 a，6，b 的平均数都是 6，若将这两组数据合并为一组数据，则这组新数据的中位数为__6__．

考点： 中位数；算术平均数．

分析： 首先根据平均数的定义列出关于 a、b 的二元一次方程组，再解方程组求得 a、b 的值，然后求中位数即可．

解答： 解：∵两组数据：3，a，2b，5 与 a，6，b 的平均数都是 6，

$\therefore\begin{cases}a+2b=24-3-5\\a+b=18-6\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=8\\b=4\end{cases}$，

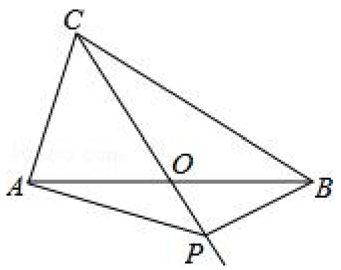
若将这两组数据合并为一组数据，按从小到大的顺序排列为 3，4，5，6，8，8，8，

一共 7 个数，第四个数是 6，所以这组数据的中位数是 6．

故答案为 6．

点评： 本题考查平均数和中位数．平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．一组数据的中位数与这组数据的排序及数据个数有关，因此求一组数据的中位数时，先将该组数据按从小到大（或按从大到小）的顺序排列，然后根据数据的个数确定中位数：当数据个数为奇数时，则中间的一个数即为这组数据的中位数；当数据个数为偶数时，则最中间的两个数的算术平均数即为这组数据的中位数．

14．（3 分）（2015•南昌）如图，在△ABC 中，AB=BC=4，AO=BO，P 是射线 CO 上的一个动点，∠AOC=60°，则当△PAB 为直角三角形时，AP 的长为__$2\sqrt{3}$或$2\sqrt{7}$或 2__．



考点： 勾股定理；含 30 度角的直角三角形；直角三角形斜边上的中线．

专题： 分类讨论．

分析： 利用分类讨论，当∠APB=90°时，易得∠PAB=30°，利用锐角三角函数得 AP 的长；当∠ABP=90°时，分两种情况讨论，情况一：如图 2 易得 BP，利用勾股定理可得 AP 的长；情况二：如图 3，利用直角三角形斜边的中线等于斜边的一半得出结论．

解答： 解：当∠APB=90°时（如图 1），

∵AO=BO，

∴PO=BO，

∵∠AOC=60°，

∴∠BOP=60°，

∴△BOP 为等边三角形，

∵AB=BC=4，

$\therefore AP=AB\bullet\sin60°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$；

当∠ABP=90°时，情况一：（如图 2），

∵∠AOC=∠BOP=60°，

∴∠BPO=30°，

$\therefore BP=\frac{OB}{\tan30°}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}$，

在直角三角形 ABP 中，

$AP=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$，

情况二：如图 3，∵AO=BO，∠APB=90°，

∴PO=AO，

∵∠AOC=60°，

∴△AOP 为等边三角形，

∴AP=AO=2，

故答案为：$2\sqrt{3}$或$2\sqrt{7}$或 2．

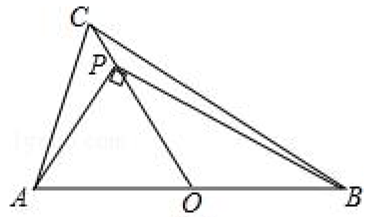


图3

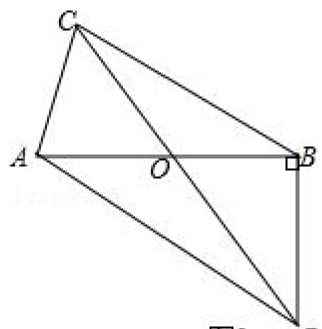


图2

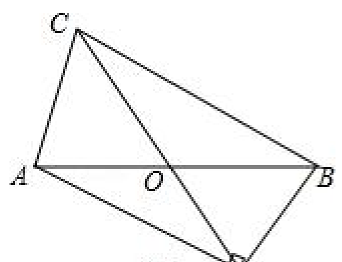


图1

点评： 本题主要考查了勾股定理，含 30°直角三角形的性质和直角三角形斜边的中线，分类讨论，数形结合是解答此题的关键．

三、解答题（本大题共4小题，每小题6分，共24分）

15.（6分）（2015•南昌）先化简，再求值：2a（a+2b）－（a+2b）^{2}，其中a=－1，b=$\sqrt{3}$.

考点：整式的混合运算—化简求值.

专题：计算题.

分析：原式第一项利用单项式乘以多项式法则计算，第二项利用完全平方公式化简，去括号合并得到最简结果，把a与b的值代入计算即可求出值.

解答：解：原式=$2a^2+4ab-a^2-4ab-4b^2=a^2-4b^2$，

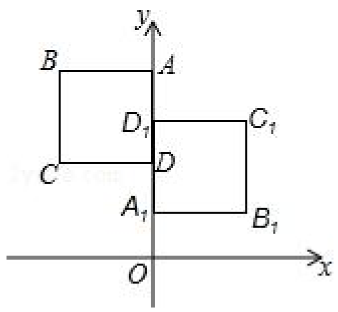
当a=－1，b=$\sqrt{3}$时，原式=1－12=－11.

点评：此题考查了整式的混合运算－化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

16.（6分）（2015•南昌）如图，正方形ABCD于正方形$A_1B_1C_1D_1$关于某点中心对称，已知A，D_1，D三点的坐标分别是（0，4），（0，3），（0，2）.

（1）求对称中心的坐标.

（2）写出顶点B，C，B_1，C_1的坐标.



考点：中心对称；坐标与图形性质.

分析：（1）根据对称中心的性质，可得对称中心的坐标是D_1D的中点，据此解答即可.

（2）首先根据A，D的坐标分别是（0，4），（0，2），求出正方形ABCD与正方形$A_1B_1C_1D_1$的边长是多少，然后根据A，D_1，D三点的坐标分别是（0，4），（0，3），（0，2），判断出顶点B，C，B_1，C_1的坐标各是多少即可.

解答：解：（1）根据对称中心的性质，可得

对称中心的坐标是D_1D的中点，

∵D_1，D的坐标分别是（0，3），（0，2），

∴对称中心的坐标是（0，2.5）.

（2）∵A，D的坐标分别是（0，4），（0，2），

∴正方形ABCD与正方形$A_1B_1C_1D_1$的边长都是：4－2=2，

∴B，C的坐标分别是（－2，4），（－2，2），

∵A_1D_1=2，D_1的坐标是（0，3），

∴A_1的坐标是（0，1），

∴B_1，C_1的坐标分别是（2，1），（2，3），

综上，可得

顶点B，C，B_1，C_1的坐标分别是（－2，4），（－2，2），（2，1），（2，3）.

点评：（1）此题主要考查了中心对称的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确中心对称的性质：①关于中心对称的两个图形能够完全重合；②关于中心对称的两个图形，对应点的连线都经过对称中心，并且被对称中心平分.

（2）此题还考查了坐标与图形的性质的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确点到坐标轴的距离与这个点的坐标是有区别的，表现在两个方面：①到x轴的距离与纵坐标有关，到y轴的距离与横坐标有关；②距离都是非负数，而坐标可以是负数，在由距离求坐标时，需要加上恰当的符号.

17.（6分）（2015•南昌）⊙O为△ABC的外接圆，请仅用无刻度的直尺，根据下列条件分别在图1，图2中画出一条弦，使这条弦将△ABC分成面积相等的两部分（保留作图痕迹，不写作法）.

（1）如图1，AC=BC；

（2）如图2，直线l与⊙O相切于点P，且l∥BC.

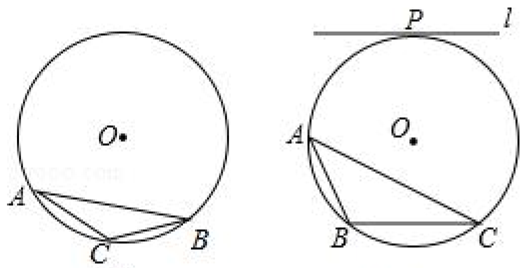


图1　　图2

考点：作图—复杂作图；三角形的外接圆与外心；切线的性质.

专题：作图题.

分析：

（1）过点C作直径CD，由于AC=BC，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，根据垂径定理的推理得CD垂直平分AB，所以AD将△ABC分成面积相等的两部分；

（2）连结PO并延长交BC于E，过点A、E作弦AD，由于直线l与⊙O相切于点P，根据切线的性质得OP⊥l，而l∥BC，则PE⊥BC，根据垂径定理得BE=CE，所以弦AE将△ABC分成面积相等的两部分.

解答：解：（1）如图1，

直径CD为所求；

（2）如图2，

弦AD为所求.

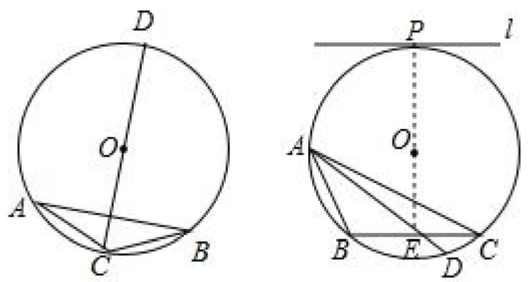


图1　　图2

点评：本题考查了复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图

拆解成基本作图，逐步操作．也考查了切线的性质．

18．（6分）（2015•南昌）在一个不透明的袋子中装有仅颜色不同的10个小球，其中红球4个，黑球6个．
（1）先从袋子中取出m（m＞1）个红球，再从袋子中随机摸出1个球，将"摸出黑球"记为事件A，请完成下列表格：

事件A	必然事件	随机事件
m的值	4	2，3

（2）先从袋子中取出m个红球，再放入m个一样的黑球并摇匀，随机摸出1个黑球的概率等于$\frac{4}{5}$，求m的值．

考点：概率公式；随机事件．

分析：（1）当袋子中全部为黑球时，摸出黑球才是必然事件，否则就是随机事件；
（2）利用概率公式列出方程，求得m的值即可．

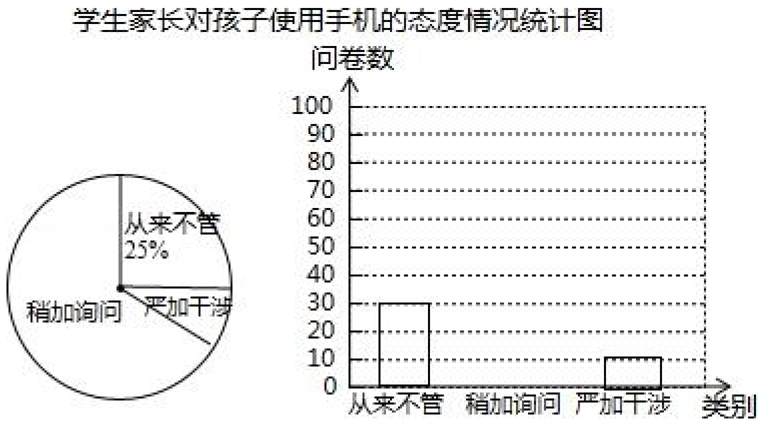
解答：解：（1）当袋子中全为黑球，即摸出4个红球时，摸到黑球是必然事件；
当摸出2个或3个时，摸到黑球为随机事件，
故答案为：4；2，3．

（2）根据题意得：$\frac{6+m}{10}=\frac{4}{5}$，
解得：m=2，
所以m的值为2．

点评：本题考查的是概率的求法．如果一个事件有n种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件A出现m种结果，那么事件A的概率P（A）$=\frac{m}{n}$．

四、解答题（本大题共3小题，每小题8分，共24分）

19．（8分）（2015•南昌）某校为了了解学生家长对孩子使用手机的态度情况，随机抽取部分学生家长进行问卷调查，发出问卷140份，每位学生家长1份，每份问卷仅表明一种态度，将回收的问卷进行整理（假设回收的问卷都有效），并绘制了如图两幅不完整的统计图．



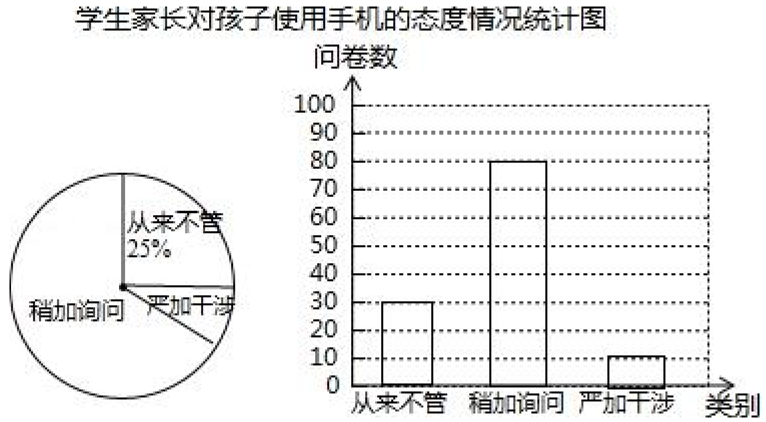
根据以上信息解答下列问题：
（1）回收的问卷数为 120 份，"严加干涉"部分对应扇形的圆心角度数为 30° ．
（2）把条形统计图补充完整
（3）若将"稍加询问"和"从来不管"视为"管理不严"，已知全校共1500名学生，请估计该校对孩子使用手机"管理不严"的家长大约有多少人？

考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图．

分析：（1）用"从来不管"的问卷数除以其所占百分比求出回收的问卷总数；用"严加干涉"部分的问卷数除以问卷总数得出百分比，再乘以360°即可；
（2）用问卷总数减去其他两个部分的问卷数，得到"稍加询问"的问卷数，进而补全条形统计图；
（3）用"稍加询问"和"从来不管"两部分所占的百分比的和乘以1500即可得到结果．

解答：解：（1）回收的问卷数为：30÷25%=120（份），
"严加干涉"部分对应扇形的圆心角度数为：$\frac{10}{120}\times360°=30°$．
故答案为：120，30°；

（2）"稍加询问"的问卷数为：120－（30+10）=80（份），
补全条形统计图，如图所示：



（3）根据题意得：$1500\times\frac{30+80}{120}=1375$（人），
则估计该校对孩子使用手机"管理不严"的家长大约有1375人．

点评：本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．也考查了利用样本估计总体．

20．（8分）（2015•南昌）（1）如图1，纸片▱ABCD中，AD=5，$S_{▱ABCD}=15$，过点A作AE⊥BC，垂足为E，沿AE剪下△ABE，将它平移至△DCE′的位置，拼成四边形AEE′D，则四边形AEE′D的形状为 C
A．平行四边形　B．菱形　C．矩形　D．正方形
（2）如图2，在（1）中的四边形纸片AEE′D中，在EE′上取一点F，使EF=4，剪下△AEF，将它平移至△DE′F′的位置，拼成四边形AFF′D．
①求证：四边形AFF′D是菱形．
②求四边形AFF′D的两条对角线的长．

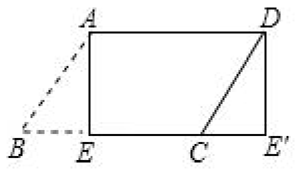


图1

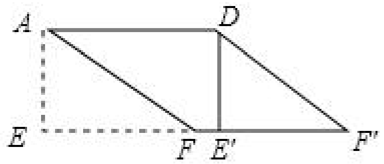


图2

考点：图形的剪拼；平行四边形的性质；菱形的判定与性质；矩形的判定；平移的性质．

分析：（1）根据矩形的判定，可得答案；

（2）①根据菱形的判定，可得答案；

②根据勾股定理，可得答案．

解答：解：（1）如图 1，纸片▱ ABCD 中，AD=5，$S_{▱ABCD}=15$，过点 A 作 AE⊥BC，垂足为 E，沿 AE 剪下△ABE，将它平移至△DCE′的位置，拼成四边形 AEE′D，则四边形 AEE′D 的形状为矩形，

故选：C；

（2）①证明：∵纸片▱ ABCD 中，AD=5，$S_{▱ABCD}=15$，过点 A 作 AE⊥BC，垂足为 E，

∴AE=3．

如图 2：

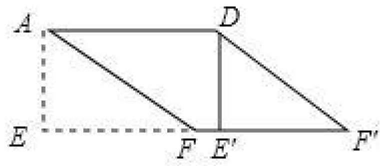


图 2

，

∵△AEF，将它平移至△DE′F′，

∴AF∥DF′，AF=DF′，

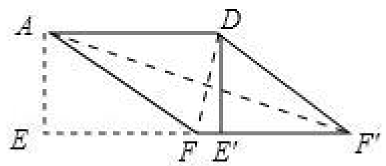
∴四边形 AFF′D 是平行四边形．

在 Rt△AEF 中，由勾股定理，得

$AF=\sqrt{AE^2+EF^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴AF=AD=5，

∴四边形 AFF′D 是菱形；



②连接 AF′，DF，如图 3：

图 3

在 Rt△DE′F 中 E′F=FF′﹣E′F′=5﹣4=1，DE′=3，

$∴DF=\sqrt{E'D^2+E'F^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

在 Rt△AEF′中 EF′=EF+FF′=4+5=9，AE=3，

$∴AF'=\sqrt{AE^2+F'E^2}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}$．

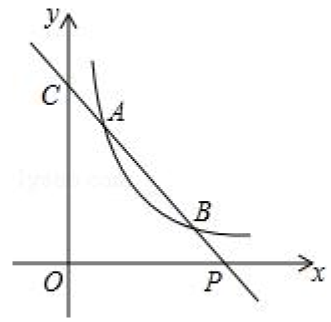
点评：本题考查了图形的剪拼，利用了矩形的判定，菱形的判定，勾股定理．

21．（8 分）（2015•南昌）如图，已知直线 y=ax+b 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$（x＞0）交于 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）两点（A 与 B 不重合），直线 AB 与 x 轴交于 P（x_0，0），与 y 轴交于点 C．

（1）若 A，B 两点坐标分别为（1，3），（3，y_2），求点 P 的坐标．

（2）若 $b=y_1+1$，点 P 的坐标为（6，0），且 AB=BP，求 A，B 两点的坐标．

（3）结合（1），（2）中的结果，猜想并用等式表示 x_1，x_2，x_0之间的关系（不要求证明）．



考点：反比例函数与一次函数的交点问题．

分析：（1）先把 A（1，3)），B（3，y_2）代入 $y=\frac{k}{x}$求得反比例函数的解析式，进而求得 B 的坐标，然后把 A、B 代入 y=ax+b 利用待定系数法即可求得直线的解析式，继而即可求得 P 的坐标；

（2）作 AD⊥y 轴于 D，AE⊥x 轴于 E，BF⊥x 轴于 F，BG⊥y 轴于 G，AE、BG 交于 H，则 AD∥BG∥x 轴，AE∥BF∥y 轴，得出$\frac{CD}{OC}=\frac{AD}{OP}$，$\frac{PF}{PE}=\frac{BF}{AE}=\frac{PB}{PA}$，根据题意得出$\frac{1}{y_1+1}=\frac{x_1}{6}$，$\frac{PF}{PE}=\frac{BF}{AE}=\frac{1}{2}$，从而求得 B（$\frac{6+x_1}{2}$，$\frac{1}{2}y_1$），然后根据 k=xy 得出 $x_1•y_1=\frac{6+x_1}{2}•\frac{1}{2}y_1$，求得 $y_1=2$，代入$\frac{1}{y_1+1}=\frac{x_1}{6}$，解得 $x_1=2$，即可求得 A、B 的坐标；

（3）合（1），（2）中的结果，猜想 $x_1+x_2=x_0$．

解答：解：（1）∵直线 y=ax+b 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$（x＞0）交于 A（1，3），

∴k=1×3=3，

$∴y=\frac{3}{x}$，

∵B（3，y_2）在反比例函数的图象上，

$∴y_2=\frac{3}{3}=1$，

∴B（3，1），

∵直线 y=ax+b 经过 A、B 两点，

$∴\begin{cases}a+b=3\\3a+b=1\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=-1\\b=4\end{cases}$，

∴直线为 y=﹣x+4，

令 y=0，则 x=4，

∴P（4，O）；

（2）如图，作 AD⊥y 轴于 D，AE⊥x 轴于 E，BF⊥x 轴于 F，BG⊥y 轴于 G，AE、BG 交于 H，

则 AD∥BG∥x 轴，AE∥BF∥y 轴，

∴$\frac{CD}{OC}=\frac{AD}{OP}$，$\frac{PF}{PE}=\frac{BF}{AE}=\frac{PB}{PA}$，

∵$b=y_1+1$，AB=BP，

∴$\frac{1}{y_1+1}=\frac{x_1}{6}$，

$\frac{PF}{PE}=\frac{BF}{AE}=\frac{1}{2}$，

∴B（$\frac{6+x_1}{2}$，$\frac{1}{2}y_1$）

∵A，B 两点都是反比例函数图象上的点，

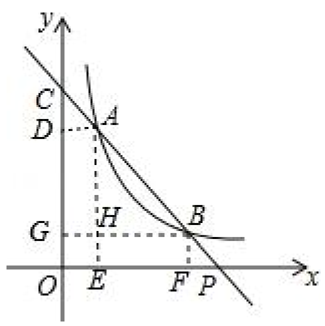
∴$x_1\bullet y_1=\frac{6+x_1}{2}\bullet\frac{1}{2}y_1$，

解得 $y_1=2$，

代入$\frac{1}{y_1+1}=\frac{x_1}{6}$，解得 $x_1=2$，

∴A（2，2），B（4，1）.

（3）根据（1），（2）中的结果，猜想：x_1，x_2，x_0 之间的关系为 $x_1+x_2=x_0$.

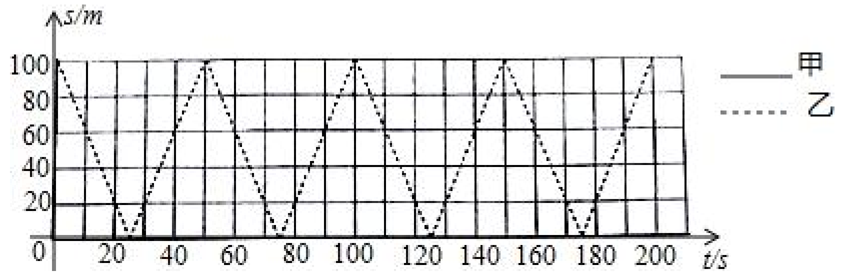


点评：本题考查了待定系数法求解析式以及反比例函数和一次函数的交点问题，数形结合思想的运用是解题的关键.

五、解答题（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

22.（9 分）（2015•南昌）甲、乙两人在 100 米直道 AB 上练习匀速往返跑，若甲、乙分别中 A，B 两端同时出发，分别到另一端点处掉头，掉头时间不计，速度分别为 5m/s 和 4m/s.

（1）在坐标系中，虚线表示乙离 A 端的距离 s（单位：m）与运动时间 t（单位：s）之间的函数图象（0≤t≤200），请在同一坐标系中用实线画出甲离 A 端的距离 s 与运动时间 t 之间的函数图象（0≤t≤200）；



（2）根据（1）中所画图象，完成下列表格：

两人相遇次数（单位：次）	1	2	3	4	...	n
两人所跑路程之和（单位：m）	100	300	500	700	...	200n﹣100

（3）①直接写出甲、乙两人分别在第一个 100m 内，s 与 t 的函数解析式，并指出自变量 t 的取值范围；

②当 t=390s 时，他们此时相遇吗？若相遇，应是第几次？若不相遇，请通过计算说明理由，并求出此时甲离 A 端的距离.

考点：一次函数的应用.

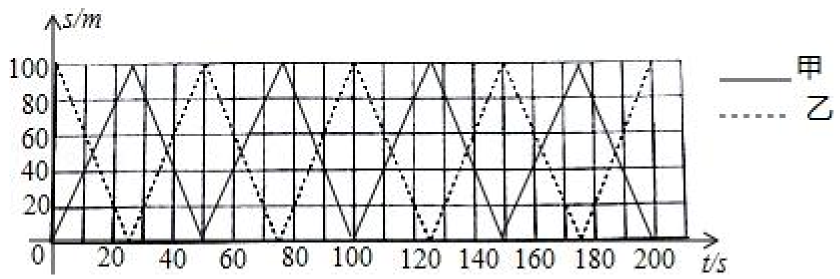
分析：（1）根据甲跑 100 米所用的时间为 100÷5=20（秒），画出图象即可；

（2）根据甲和乙第一次相遇时，两人所跑路程之和为 100 米，甲和乙第二次相遇时，两人所跑路程之和为 100×2+100=300（米），甲和乙第三次相遇时，两人所跑路程之和为 200×2+100=500（米），甲和乙第四次相遇时，两人所跑路程之和为 300×2+100=700（米），找到规律即可解答；

（3）①根据路程、速度、时间之间的关系即可解答；

②由 200n﹣100=9×390，解得：n=18.05，根据 n 不是整数，所以此时不相遇，当 t=400s 时，甲回到 A，所以当 t=390s 时，甲离 A 端距离为（400﹣390）×5=50m.

解答：解：（1）如图：



（2）甲和乙第一次相遇时，两人所跑路程之和为 100 米，

甲和乙第二次相遇时，两人所跑路程之和为 100×2+100=300（米），

甲和乙第三次相遇时，两人所跑路程之和为 200×2+100=500（米），

甲和乙第四次相遇时，两人所跑路程之和为 300×2+100=700（米），

...

甲和乙第 n 次相遇时，两人所跑路程之和为（n﹣1）×100×2+100=200n﹣100（米），

故答案为：500，700，200n﹣100；

（3）①$s_{甲}=5t$（$0\le t<20$），$s_{乙}=4t$（$0\le t\le 25$）.

②由 $200n-100=9\times 390$，

解得：$n=18.05$，

∵n 不是整数，

∴此时不相遇，

当 t=400s 时，甲回到 A，

当 t=390s 时，甲离 A 端距离为（400﹣390）×5=50m.

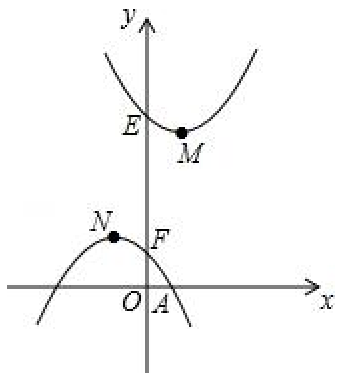
点评：本题考查了一次函数的应用，解决本题的关键是相遇问题，第一次相遇 100 米，以后每次走 200 米相遇一次，根据所走的路程可求解.

23.（9 分）（2015•南昌）如图，已知二次函数 L_1：$y=ax^2-2ax+a+3$（a＞0）和二次函数 L_2：$y=-a(x+1)^2+1$（a＞0）图象的顶点分别为 M，N，与 y 轴分别交于点 E，F.

（1）函数 $y=ax^2-2ax+a+3$（a＞0）的最小值为__3__，当二次函数 L_1，L_2 的 y 值同时随着 x 的增大而减小时，x 的取值范围是__﹣1＜x＜1__.

（2）当 EF=MN 时，求 a 的值，并判断四边形 ENFM 的形状（直接写出，不必证明）.

（3）若二次函数 L_2 的图象与 x 轴的右交点为 A（m，0），当△AMN 为等腰三角形时，求方程 $-a(x+1)^2+1=0$ 的解.



考点：二次函数综合题.

分析：（1）把二次函数 L_1：$y=ax^2-2ax+a+3$ 化成顶点式，即可求得最小值，分别求得二次函数 L_1，L_2 的 y 值随着 x 的增大而减小的 x 的取值，从而求得二次函数 L_1，L_2 的 y 值同时随着 x 的增大而减小时，x 的取值范围；

（2）先求得 E、F 点的坐标，作 MG⊥y 轴于 G，则 MG=1，作 NH⊥y 轴于 H，则 NH=1，从而求得 MG=NH=1，然后证得△EMG≌△FNH，∠MEF=∠NFE，EM=NF，进而证得 EM∥NF，从而得出四边形 ENFM 是平行四边形；

（3）作 MN 的垂直平分线，交 MN 于 D，交 x 轴于 A，先求得 D 的坐标，继而求得 MN 的解析式，进而就可求得直线 AD 的解析式，令 y=0，求得 A 的坐标，根据对称轴从而求得另一个交点的坐标，就可求得方程 $-a(x+1)^2+1=0$ 的解.

解答：解：（1）∵二次函数 L_1：$y=ax^2-2ax+a+3=a(x-1)^2+3$，

∴顶点 M 坐标为（1，3），

∵a＞0，

∴函数 $y=ax^2-2ax+a+3$（a＞0）的最小值为 3，

∵二次函数 L_1 的对称轴为 x=1，当 x＜1 时，y 随 x 的增大而减小；

二次函数 L_2：$y=-a(x+1)^2+1$ 的对称轴为 x=﹣1，当 x＞﹣1 时，y 随 x 的增大而减小；

∴当二次函数 L_1，L_2 的 y 值同时随着 x 的增大而减小时，x 的取值范围是﹣1＜x＜1；

故答案为：3，﹣1＜x＜1.

（2）由二次函数 L_1：$y=ax^2-2ax+a+3$ 可知 E（0，a+3），

由二次函数 L_2：$y=-a(x+1)^2+1=-a^2x-2ax-a+1$ 可知 F（0，﹣a+1），

∵M（1，3），N（﹣1，1），

∴$EF=MN=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

∴$a+3-(-a+1)=2\sqrt{2}$，

∴$a=\sqrt{2}-1$，

作 MG⊥y 轴于 G，则 MG=1，作 NH⊥y 轴于 H，则 NH=1，

∴MG=NH=1，

∵EG=a+3﹣3=a，FH=1﹣（﹣a+1）=a，

∴EG=FH，

在△EMG 和△FNH 中，

$$\begin{cases}EG=FH\\ \angle EGM=\angle FHN\\ MG=NH\end{cases}，$$

∴△EMG≌△FNH（SAS），

∴∠MEF=∠NFE，EM=NF，

∴EM∥NF，

∴四边形 ENFM 是平行四边形；

∵EF=MN，

∴四边形 ENFM 是矩形；

（3）作 MN 的垂直平分线，交 MN 于 D，交 x 轴于 A，

∵M（1，3），N（﹣1，1），

∴D（0，2），

设直线 MN 的解析式为 y=kx+b，

则$\begin{cases}k+b=3\\ -k+b=1\end{cases}$，

解得 k=1，

∴MN 的垂直平分线 AD 为 y=﹣x+2，

令 y=0，则 x=2，

∴A（2，0），

∵抛物线 L_2 的对称轴 x=﹣1，

∴另一个交点为（﹣4，0），

∴方程 $-a(x+1)^2+1=0$ 的解为﹣4 和 2.

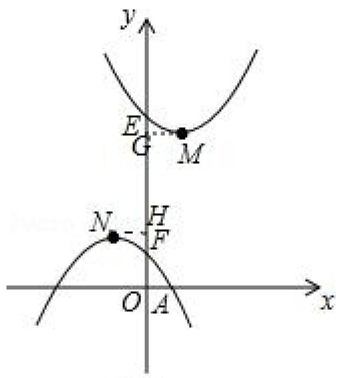


图1

点评：本题是二次函数的综合题，考查了二次函数的性质，三角形全等的判定和性质，平行四边形的判定，待定系数法求一次函数的解析式等，求得A的坐标是解题的关键．

六、解答题（本大题共12分）

24．（12分）（2015•南昌）我们把两条中线互相垂直的三角形称为"称为中垂三角形"，例如图1，图2，图3中，AF，BE是△ABC的中线，AF⊥BE，垂足为P，像△ABC这样的三角形均称为"中垂三角形"，设BC=a，AC=b，AB=c．

特例探索

（1）如图1，当∠ABE=45°，$c=2\sqrt{2}$时，a=__$2\sqrt{5}$__，b=__$2\sqrt{5}$__．

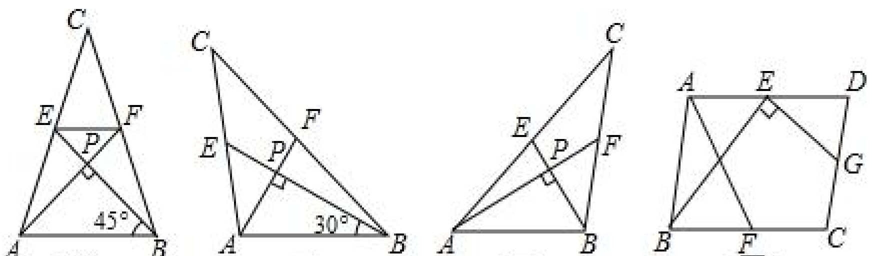
如图2，当∠ABE=30°，c=4时，a=__$2\sqrt{13}$__，b=__$2\sqrt{7}$__．

归纳证明

（2）请你观察（1）中的计算结果，猜想a^2，b^2，c^2三者之间的关系，用等式表示出来，并利用图3证明你发现的关系式．

拓展应用

（3）如图4，在▱ABCD中，点E、F、G分别是AD，BC，CD的中点，BE⊥EG，$AD=2\sqrt{5}$，AB=3，求AF的长．



考点：相似形综合题．

分析：（1）由等腰直角三角形的性质得到$AP=BP=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=2$，根据三角形中位线的性质，得到EF∥AB，$EF=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}$，再由勾股定理得到结果；

（2）连接EF，设∠ABP=α，类比着（1）即可证得结论．

（3）连接AC交EF于H，设BE与AF的交点为P，由点E、G分别是AD，CD的中点，得到EG是△ACD的中位线于是证出BE⊥AC，由四边形ABCD是平行四边形，得到AD∥BC，$AD=BC=2\sqrt{5}$，∠EAH=∠FCH根据E，F分别是AD，BC的中点，得到$AE=BF=CF=\frac{1}{2}AD=\sqrt{3}$，证出四边形ABFE是平行四边形，证得EH=FH，推出EH，AH分别是△AFE的中线，由（2）的结论得即可得到结果．

解答：解：（1）∵AH⊥BE，∠ABE=45°，

∴$AP=BP=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=2$，

∵AF，BE是△ABC的中线，

∴EF∥AB，$EF=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}$，

∴∠PFE=∠PEF=45°，

∴PE=PF=1，

在Rt△FPB和Rt△PEA中，

$AE=BF=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴$AC=BC=2\sqrt{5}$，

∴$a=b=2\sqrt{5}$，

如图2，连接EF，

同理可得：$EF=\frac{1}{2}\times4=2$，

∵EF∥AB，

∴△PEF∽△ABP，

∴$\frac{PF}{AP}=\frac{PE}{PB}=\frac{EF}{AB}=\frac{1}{2}$，

在Rt△ABP中，

AB=4，∠ABP=30°，

∴AP=2，$PB=2\sqrt{3}$，

∴PF=1，$PE=\sqrt{3}$，

在Rt△APE和Rt△BPF中，

$AE=\sqrt{7}$，$BF=\sqrt{13}$，

∴$a=2\sqrt{13}$，$b=2\sqrt{7}$，

故答案为：$2\sqrt{5}$，$2\sqrt{5}$，$2\sqrt{13}$，$2\sqrt{7}$；

（2）猜想：$a^2+b^2=5c^2$，

如图3，连接EF，

设∠ABP=α，

∴AP=csinα，PB=ccosα，

由（1）同理可得，$PF=\frac{1}{2}PA=\frac{c\sin\alpha}{2}$，$PE=\frac{1}{2}PB=\frac{c\cos\alpha}{2}$，

$AE^2=AP^2+PE^2=c^2\sin^2\alpha+\frac{c^2\cos^2\alpha}{4}$，$BF^2=PB^2+PF^2=\frac{c^2\sin^2\alpha}{4}+c^2\cos^2\alpha$，

$\therefore\ (\frac{b}{2})^2=c^2\sin^2\alpha+\frac{c^2\cos^2\alpha}{4}$，$(\frac{a}{2})^2=\frac{c^2\sin^2\alpha}{4}+c^2\cos^2\alpha$，

$\therefore\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}=\frac{c^2\sin^2\alpha}{4}+c^2\cos^2\alpha+c^2\sin^2\alpha+\frac{c^2\cos^2\alpha}{4}$，

$\therefore a^2+b^2=5c^2$；

（3）如图4，连接AC，EF交于H，AC与BE交于点Q，设BE与AF的交点为P，
∵点E、G分别是AD，CD的中点，
∴EF∥AC，
∵BE⊥EG，
∴BE⊥AC，
∵四边形ABCD是平行四边形，
∴AD∥BC，$AD=BC=2\sqrt{5}$，
∴∠EAH=∠FCH，
∵E，F分别是AD，BC的中点，
$\therefore AE=\frac{1}{2}AD$，$BF=\frac{1}{2}BC$，
$\therefore AE=BF=CF=\frac{1}{2}AD=\sqrt{3}$，
∵AE∥BF，
∴四边形ABFE是平行四边形，
∴EF=AB=3，AP=PF，
在△AEH和△CFH中，

$$\begin{cases}\angle EAH=\angle FCH\\ \angle AHE=\angle FHC,\\ AE=CF\end{cases}$$

∴△AEH≌△CFH，
∴EH=FH，
∴EH，AH分别是△AFE的中线，
由（2）的结论得：$AF^2+EF^2=5AE^2$，
$\therefore AF^2=5(\sqrt{5})^2-EF^2=16$，
∴AF=4．

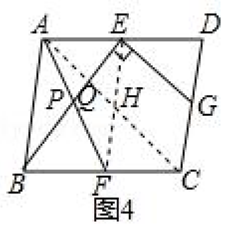


图4

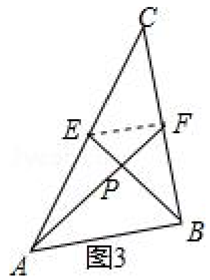


图3

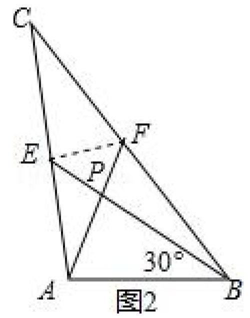


图2

点评： 本题考查了相似三角形的判定和性质，勾股定理，锐角三角函数，注意类比思想在本题中的应用．