

绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

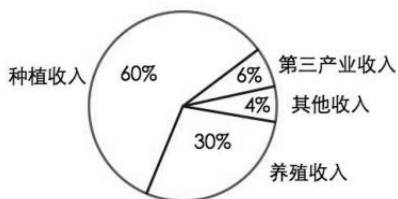
1. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则 $|z| =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

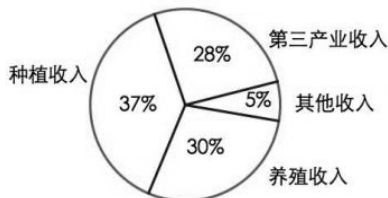
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$ ，则 $\complement_{\mathbb{R}} A =$

- A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
C. $\{x | x < -1\} \cup \{x | x > 2\}$ D. $\{x | x \leq -1\} \cup \{x | x \geq 2\}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番，为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



建设前经济收入构成比例



建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是

- A. 新农村建设后，种植收入减少
B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上

- C. 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍
 D. 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $3S_3 = S_2 + S_4$, $a_1 = 2$, 则 $a_5 =$

- A. -12 B. -10 C. 10 D. 12

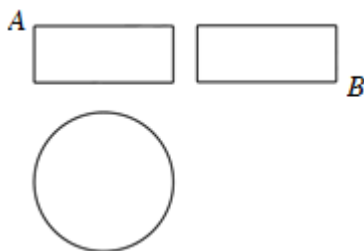
5. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$, 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为

- A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$

- A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

7. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为



- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

8. 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 $(-2, 0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M, N 两点, 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} =$

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

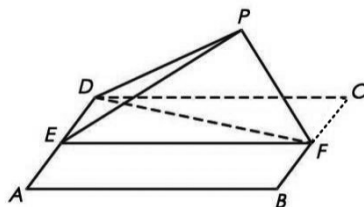
9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是

- A. $[-1, 0)$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

10. 下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形. 此图由三个半圆构成, 三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC , 直角边 AB, AC . $\triangle ABC$ 的三边所围成的区域记为 I, 黑色部分记为 II, 其余部分记为 III. 在整个图形中随机取一点, 此点取自 I, II, III 的概率分别记为 p_1, p_2, p_3 , 则

如图，四边形 $ABCD$ 为正方形， E, F 分别为 AD, BC 的中点，以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起，使点 C 到达点 P 的位置，且 $PF \perp BF$ 。

- (1) 证明：平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFD$ ；
- (2) 求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值。



19. (12分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F ，过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点，点 M 的坐标为 $(2, 0)$ 。

- (1) 当 l 与 x 轴垂直时，求直线 AM 的方程；
- (2) 设 O 为坐标原点，证明： $\angle OMA = \angle OMB$ 。

20. (12分)

某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品。检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验，设每件产品为不合格品的概率都为 p ($0 < p < 1$)，且各件产品是否为不合格品相互独立。学科网

- (1) 记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为 $f(p)$ ，求 $f(p)$ 的最大值点 p_0 。
- (2) 现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有 2 件不合格品，以 (1) 中确定的 p_0 作为 p 的值。已知每件产品的检验费用为 2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用。学科网
 - (i) 若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X ，求 EX ；
 - (ii) 以检验费用与赔偿费用之和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$ 。

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2$.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.

