

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

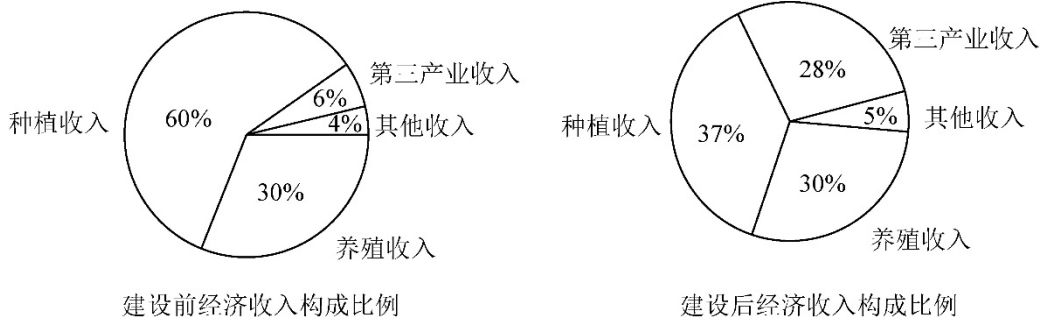
1. 已知集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{0, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番。为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例。得到如下饼图：



则下面结论中不正确的是

- A. 新农村建设后，种植收入减少
- B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2, 0)$, 则 C 的离心率为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 , 过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 则该圆柱的表面积为

- A. $12\sqrt{2}\pi$ B. 12π C. $8\sqrt{2}\pi$ D. 10π

6. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为

- A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$

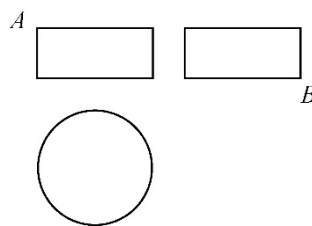
7. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$

- A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
 C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. 已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$, 则

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 3
 B. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 4
 C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 3
 D. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 4

9. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如右图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为



- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$
 C. 3 D. 2

10. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2$, AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 30° , 则该长方体的体积为

- A. 8 B. $6\sqrt{2}$ C. $8\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{3}$

11. 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1, a)$, $B(2, b)$, 且

$$\cos 2\alpha = \frac{2}{3}, \text{ 则 } |a-b| =$$

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. 1

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-\infty, 0)$

二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$, 若 $f(3) = 1$, 则 $a =$ _____.

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为 _____.

15. 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$, $b^2 + c^2 - a^2 = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $na_{n+1} = 2(n+1)a_n$, 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$.

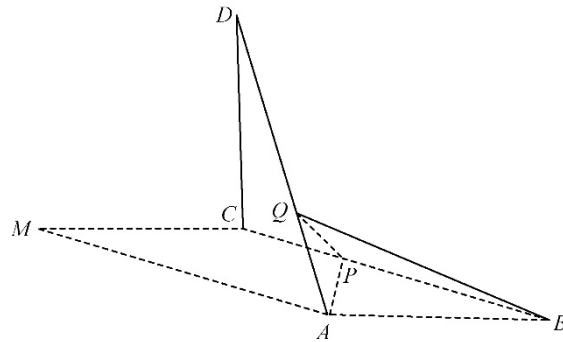
- (1) 求 b_1, b_2, b_3 ;
- (2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并说明理由;
- (3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式. 学,科网

18. (12 分)

如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, $AB = AC = 3$, $\angle ACM = 90^\circ$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且 $AB \perp DA$.

- (1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;

(2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BP = DQ = \frac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.



19. (12分)

某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

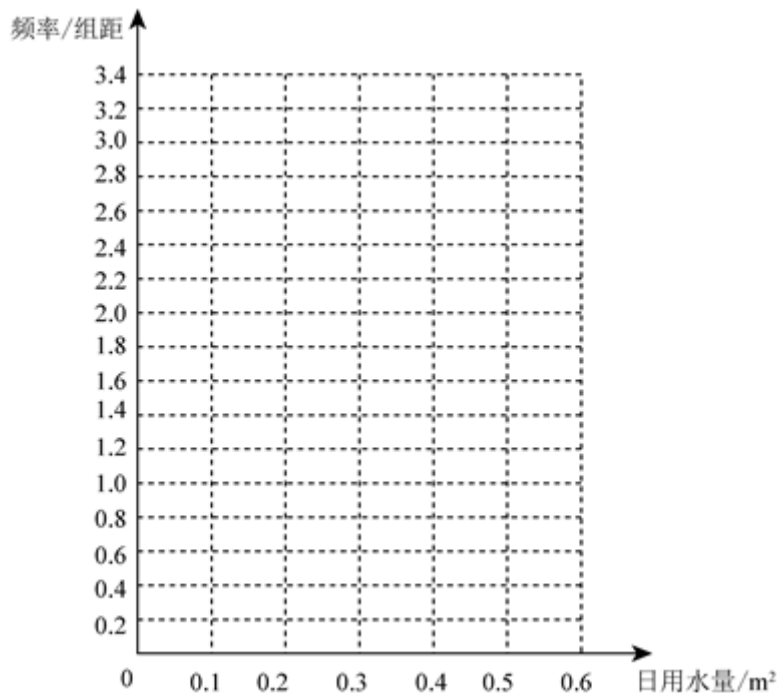
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)	[0.6, 0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)
频数	1	5	13	10	16	5

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图:



(2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于 0.35 m^3 的概率;

(3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按 365 天计算, 同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表.)

20. (12 分)

设抛物线 $C: y^2 = 2x$, 点 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$, 过点 A 的直线 l 与 C 交于 M , N 两点.

(1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 BM 的方程;

(2) 证明: $\angle ABM = \angle ABN$.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

(1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点. 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程；学科*网

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程.

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) > 1$ 的解集；

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立，求 a 的取值范围.