太原五中 2018~2019 学年度第一学期阶段性检测

高一数学

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. 设全集$U=M\cup N=\{1,2,3,4,5\}$，$M\cap(C_UN)=\{2,4\}$，则N=（　）

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,3,6\}$　　C. $\{1,4,5\}$　　D. $\{2,3,4\}$

考点：集合运算

答案：B

解析：由$M\cap(C_UN)=\{2,4\}$，可知集合N没有 2、4，排除A,C,D

2. 已知函数$f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x}}{2x^2-3x-2}$的定义域是（　）

A. $(-\infty,1]$　　B. $(-\infty,-\frac{1}{2})$　　C. $(-\infty,2]$　　D. $(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2},1]$

考点：定义域

答案：D

解析：$\begin{cases}1-x\geq 0\\2x^2-3x-2\neq 0\end{cases}$，可知$\begin{cases}x\leq 1\\x\neq-\frac{1}{2}\text{且}x\neq 2\end{cases}$，故答案选 D.

3. 设集合$M=\{x\mid x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in Z\}$，$N=\{x\mid x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in Z\}$，则正确的是（　）

A. $M=N$　　B. $M\subseteq N$　　C. $N\subseteq M$　　D. $M\cap N=\varnothing$

考点：集合间的关系

答案：B

解析：通分可知$M=\{x\mid x=\frac{2k+1}{4},k\in Z\}$，$N=\{x\mid x=\frac{k+2}{4},k\in Z\}$，前者分子为奇数，后者分子为整数，所以$M\subseteq N$，故选 B.

4. 若 $f(x)$ 是偶函数，且当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=x-1$，则 $f(x-1)<0$（ ）

A. $(0,2)$　　B. $(-2,0)$　　C. $(-1,1)$　　D. $(-\infty,0)\cup(1,2)$

考点：奇偶性，数形结合

答案：A

解析：由函数 $f(x)$ 是偶函数可知函数图像关于 y 轴对称，且当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=x-1$，所以 $f(x)<0$，$-1<x<1$，$f(x-1)<0$，所以 $-1<x-1<1\Rightarrow 0<x<2$，又选 A.

5. 已知集合 $A=\{1,2\},B=\{x\mid mx-1=0\}$，若 $A\cap B=B$，则符合条件的实数 m 的值组成的集合为( )

A. $\{1,\frac{1}{2}\}$　　B. $\{-1,\frac{1}{2}\}$　　C. $\{1,0,\frac{1}{2}\}$　　D. $\{1,-\frac{1}{2}\}$

考点：方程子集问题

答案：C

解析：当 $m=0,B=\{x\mid 0x-1=0\}=\varnothing$，符合条件，有 0 的只有 C，所以选 C.

6. 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{4^x+1}{2^x}$ 的图象（ ）

A. 关于原点对称　　B. 关于直线 $y=x$ 对称　　C. 关于 x 轴对称　　D. 关于 y 轴对称

考点：函数奇偶性的判断

答案：D

解析：$f\left(x\right)$ 的定义域为 R，关于原点对称，$f\left(-x\right)=\dfrac{4^{-x}+1}{2^{-x}}=\dfrac{\frac{1}{4^x}+1}{\frac{1}{2^x}}=\dfrac{\frac{1+4^x}{4^x}}{\frac{1}{2^x}}=\dfrac{1+4^x}{2^x}=f\left(x\right)$，所以

函数 $f\left(x\right)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，选 D

7. 已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{ax^2+3ax+1}}$ 的定义域为 R，则实数 a 的取值范围是（　）

A. $\left(0,\dfrac{4}{9}\right)$　　B. $[0,\dfrac{4}{9}]$　　C. $\left(0,\dfrac{4}{9}\right]$　　D. $\left[0,\dfrac{4}{9}\right)$

考点： 函数的定义域与值域

答案： D

解析： 当 $a=0$ 时，$f\left(x\right)=1$，$f(x)$ 的定义域为 R,满足题设。

当 $a\neq 0$ 时，$f(x)$ 的定义域为 R，则 $ax^2+3ax+1>0$ 恒成立，所以 $a>0$ 且

$\Delta=b^2-4ac=9a^2-4a<0$，所以 $0<a<\dfrac{4}{9}$，

综上选 D

8. 已知三个实数 $a,b=a^a,c=a^{a^a}$，其中 $0.9<a<1$，则 a,b,c 的大小关系是（　）

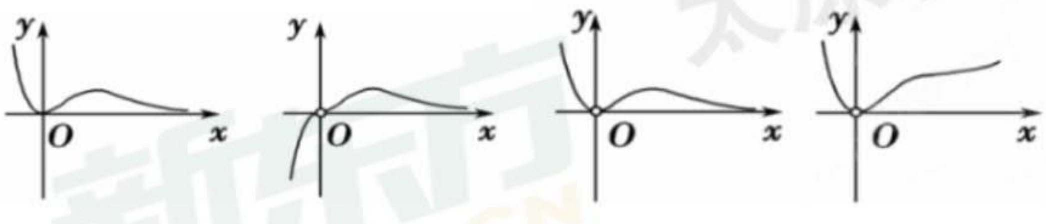
A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$　　C. $b<a<c$　　D. $c<a<b$

考点： 指数函数比大小

答案： A

解析： 因为 $0.9<a<1$，所以指数函数 $y=a^x$ 为减函数，三个实数 a,a^a,a^{a^a} 的指数分别为 $1,a,a^a$，且 $1>a^a>a$，所以 $a<a^{a^a}<a^a$，所以 $a<c<b$，选 A

9. 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x^3}{e^x-1}$ 的图象大致是（　）



A　　B　　C　　D

考点： 函数图象问题

答案： C

解析： 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，排除 A；当 $x<0$ 时，$f(x)>0$，排除 B；当 x 趋于正无穷时，e^x-1 远大于 x^3，所以 $f(x)$ 趋于 0，所以选 C

10. 若函数 $y=x^2-4x-4$ 的定义域为 $[0,m]$，值域为 $[-8,-4]$，则 m 的取值范围是（　）

A. $(0,2]$　　B. $(2,4]$　　C. $[2,4]$　　D. $(0,4)$

考点： 二次函数求参数

答案： C

解析： 二次函数 $y=x^2-4x-4$ 的对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-4}{2}=2$，当 $x=2$ 时，$y=-8$，当 $x=0$ 或 $x=4$ 时，$y=-4$，所以 $2\le m\le 4$

11. 设 $f(x)=\begin{cases}(x-a)^2, & x\le 0\\ x+\dfrac{1}{x}+a, & x>0\end{cases}$，若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，则实数 a 的取值范围为（　）

A. $[-1,2]$　　B. $[-1,0]$　　C. $[1,2]$　　D. $[0,2]$

考点： 函数最值的求解

答案： D

解析： 由于 $f(x)=\begin{cases}(x-a)^2, & x\le 0\\ x+\dfrac{1}{x}+a, & x>0\end{cases}$，则当 $x=0$ 时，$f(0)=a^2$，由于 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，

则 $(-\infty,0]$ 为减区间，即有 $a\ge 0$，则有 $a^2\le x+\dfrac{1}{x}+a, x>0$ 恒成立，

由 $x+\dfrac{1}{x}\ge 2\sqrt{x\cdot\dfrac{1}{x}}=2,$ 当且仅当 $x=1$ 取最小值 2，

则$a^2 \le 2+a$,解得$-1 \le a \le 2$.综上，a的取值范围为$[0,2]$，故选 D

12. 定义在$[-2018,2018]$上的函数$f(x)$满足：对于任意的$x_1,x_2 \in [-2018,2018]$，有$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)-2017$，且$x>0$时，有$f(x)>2017$.若$f(x)$的最大、最小值分别为$M,N$，则$M+N=$（ ）

A. 2016　　B. 2017　　C. 4032　　D. 4034

考点：利用函数单调性求函数值

答案：D

解析：对于任意的$x_1,x_2 \in [-2018,2018]$，都有$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)-2017$，

所以令$x_1=x_2=0$,得$f(0)=2017$，

再令$x_1+x_2=0$,将$f(0)=2017$代入可得：$f(x)+f(-x)=4034$.

设$x_1<x_2, x_1,x_2 \in [-2018,2018]$

则$x_2-x_1>0, f(x_2-x_1)=f(x_2)+f(-x_1)-2017$

所以$f(x_2)+f(-x_1)-2017>2017$

又因为$f(-x_1)=4034-f(x_1)$,可得$f(x_2)>f(x_1)$

即函数$f(x)$是递增的

所以$f(x)_{max}=f(2018), f(x)_{min}=f(-2018)$.

又因为$f(2018)+f(-2018)=4034$

所以$M+N=4034$，故选 D.

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分.把答案填在题中横线上）

13. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\left(\frac{3}{5}\right)^{0}+\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}+\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}-\sqrt{2}\right)^{4}}=$______.

考点： 混合运算

答案： $2\sqrt{2}$

解析：

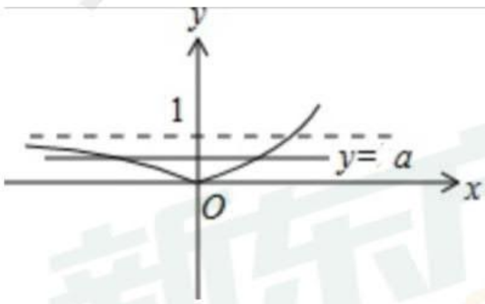
$$\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\left(\frac{3}{5}\right)^{0}+\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}+\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}-\sqrt{2}\right)^{4}}$$
$$=\sqrt{2}+1-1+\left(\frac{2}{3}\right)^{2\times\frac{1}{2}}+\sqrt{2}-\frac{2}{3}$$
$$=2\sqrt{2}$$

14. 函数 $y=\left|2^{x}-1\right|$ 与 $y=a$ 的图象有两个交点，则实数 a 的取值范围是______.

考点： 利用指数函数的图象解题

答案： $(0,1)$

解析： 由图可知，$a\in(0,1)$



15. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且 $f(x+2)=-\frac{1}{f(x)}$，当 $2\le x\le 3$ 时，$f(x)=x$，则 $f(105.5)=$______.

考点： 利用奇偶性求值

答案： -2.5

解析： Q $f(x+2)=-\dfrac{1}{f(x)}\ \therefore T=4\ \therefore f(105.5)=f(-2.5)=-f(2.5)=-2.5$

16. 若函数 $f(x)=\begin{cases}a^x, x>1\\(3-a)x+1, x\le 1\end{cases}$ 是 R 上的增函数，则实数 a 的取值范围是______.

考点： 分段函数单调性

答案： $[2,3)$

解析： 根据题意，$\begin{cases}a>1\\3-a>0\\a\ge 3-a+1\end{cases}$ 解得 $2\le x<3$.

三、解答题（本大题共 4 小题，共 48 分）

17. （10 分）已知 $f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的单调递增函数，且 $f(xy)=f(x)+f(y)$，$f(3)=1$.

（1）求 $f(1)$；

（2）若 $f(x)+f(x-8)\le 2$，求 x 的取值范围.

考点： 抽象函数的单调性应用

解析：（1）由题意，令 $x=y=1$ 可得 $f(1)=f(1)+f(1)$，即 $f(1)=0$

（2）令 $x=y=3$，又Q $f(3)=1$，$\therefore f(9)=f(3)+f(3)=2$，

那么 $f(x)+f(x-8)\le 2 \Rightarrow f(x^2-8x)\le f(9)$，

Q $f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的单调递增函数，

$$\therefore\begin{cases}x^2-8x\le 9\\x>0\\x-8>0\end{cases}\Rightarrow 8<x\le 9$$

$\therefore$ 不等式 $f(x)+f(x-8)\le 2$ 的解集为 $\{x\,|\,8<x\le 9\}$

18. （12 分）已知集合 $A=\left\{x\mid 2<2^{x}<8\right\}$，$B=\left\{x\mid 2m<x<1-m\right\}$.

（1）若 $A\cap B=\left(1,2\right)$，求 $\left(C_{R}A\right)\cup B$；

（2）若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 m 的取值范围.

考点：集合含参问题

解析：（1）$A=\left\{x\mid 1<x<3\right\}$，又$\because A\cap B=\left(1,2\right)$

$$\therefore\begin{cases}2m\le 1\\1-m=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\le\dfrac{1}{2}\\m=-1\end{cases}\Rightarrow m=-1$$

$\therefore B=\{x\mid -2<x<2\}$

$\therefore\left(C_{R}A\right)\cup B=\{x\mid x<2$ 或 $3\le x\}$

（2）若 $A\cap B=\varnothing$，得：

①若 $2m\ge 1-m$，即 $m\ge\dfrac{1}{3}$ 时，$B=\varnothing$，符合题意；

②若 $2m<1-m$，即 $m<\dfrac{1}{3}$ 时，得 $\begin{cases}m<\dfrac{1}{3}\\1-m\le 1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m<\dfrac{1}{3}\\2m\ge 3\end{cases}$

即 $0\le m<\dfrac{1}{3}$

综上所述，实数 m 的取值范围为 $\left[0,+\infty\right)$

19. （本小题满分 12 分）已知 $f(x)=-4x^{2}+4ax-4a-a^{2}$

（1）当 $a=1,x\in\left[1,3\right]$ 时，求函数 $f(x)$ 的值域；

（2）若函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,1\right]$ 内有最大值 -5，求 a 的值..

考点：二次函数求值域问题

解析：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=-4x^{2}+4x-5$

函数图像的对称轴为 $x=\dfrac{1}{2}$ ，且图像开口向下

所以在区间 $x\in[1,3]$ 上，函数为单调递减

$f(x)_{\min}=f(3)=-4\times9+4\times3-5=-29$ 的值域

$f(x)_{\max}=f(1)=-4\times1+4\times1-5=-5$

$f(x)$ 的值域为 $[-29,-5]$

（2）$f(x)=-4x^2+4ax-4a-a^2$ 的图像对称轴为 $x=\dfrac{a}{2}$ ，

①当 $a<0$ 时，$\dfrac{a}{2}<0$ ，所以 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上单调递减，

$f(x)_{\max}=f(0)=-a^2-4a=-5$ ，

解得 $a=-5$ 或 $a=1$（舍去）

所以 $a=-5$

②当 a=0时， $f(x)=-4x^2$ 在区间 $[0,1]$ 上单调递减，

$f(x)_{\max}=f(0)=0\neq-5$ ，不符合题意，舍去

③当 $0<a<2$ 时，$0<\dfrac{a}{2}<1$ ，所以 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值

$f(x)_{\max}=f(\dfrac{a}{2})=-4a=-5$ ，

解得 $a=\dfrac{5}{4}$

④当 $a\geq2$ 时，$\dfrac{a}{2}\geq1$ ，所以 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上单调递增，

$f(x)_{\max}=f(1)=-4+4a-4a-a^2=-5$ ，

解得 $a=\pm1$（不合题意，舍去）

综上，$a=-5$ 或 $a=\dfrac{5}{4}$

20. （本小题满分 14 分）已知定义在R上的函数 $f(x)=\dfrac{b-2^x}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

（1）求实数a,b的值；

（2）判断$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上的单调性并用定义法证明；

（3）若$f(k\cdot 3^x)+f(3^x-9^x+2)>0$对任意$x\geq 1$恒成立，求$k$ 的取值范围.

考点：函数的奇偶性和单调性综合问题

解析：（1）$f(x)$是定义在R上为奇函数

所以$\begin{cases} f(0)=0 \\ f(-1)=-f(1) \end{cases}$；解得$\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$

（2）函数$f(x)=\dfrac{1-2^x}{2^{x+1}+2}$在$(-\infty,+\infty)$上的单调递减

证明：设任意$x_1<x_2$，

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1-2^{x_1}}{2^{x_1+1}+2}-\frac{1-2^{x_2}}{2^{x_2+1}+2}=\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})},$$

因为$x_1<x_2$，所以$2^{x_2}-2^{x_1}>0$，$(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})>0$

所以$f(x_1)-f(x_2)>0$，即$f(x_1)>f(x_2)$

函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为单调减函数

（3）因为$f(x)$是定义在R上为奇函数

由$f(k\cdot 3^x)+f(3^x-9^x+2)>0$，得$f(k\cdot 3^x)>f(9^x-3^x-2)$

又因为函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为单调减函数

所以$k\cdot 3^x<9^x-3^x-2$，对任意$x\geq 1$恒成立，

所以$(3^x)^2-(k+1)3^x-2>0$对任意$x\geq1$恒成立，

设$3^x=t,t>3$

所以$t^2-(k+1)t-2>0$，对任意$t>3$恒成立，

设$g(t)=t^2-(k+1)t-2,\Delta=(k+1)^2+8>0$

所以$\begin{cases}\dfrac{k+1}{2}<3\\ g(3)=4-3k>0\end{cases}$；

解得$k<\dfrac{4}{3}$，所以k的取值范围为$\left(-\infty,\dfrac{4}{3}\right)$.