

# 2018 年—2019 学年第一学期九年级阶段性测评

## 数学试卷

(考试时间：上午 7:30-9:00)

一、选择题 (本大题含 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. 若  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 2 (b+d \neq 0)$ ，则  $\frac{a+c}{b+d}$  的值为

- A.1                                      B.2                                      C.  $\frac{1}{2}$                                       D.4

**【答案】** B

**【考点】** 等比性质；

**【解析】**  $\because \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 2 (b+d \neq 0)$   $\therefore$  根据等比性质可得  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = 2$ ，故选 B.

2. 将方程  $(x+1)(2x-3)=1$  化成 " $ax^2+bx+c=0$ " 的形式，当  $a=2$  时，则  $b, c$  的值分别为

- A.  $b=-1, c=-3$                       B.  $b=-5, c=-3$                       C.  $b=-1, c=-4$                       D.  $b=5, c=-4$

**【答案】** C

**【考点】** 一元二次方程的一般式；

**【解析】** 将  $(x+1)(2x-3)=1$  化成一般式得： $2x^2-x-4=0$ ，由式可得  $b=-1, c=-4$ ，故选 C.

3. 矩形、菱形、正方形的对角线都具有的性质是 ( )

- A. 对角线相等                                      B. 对角线互相平分  
C. 对角线互相垂直                                      D. 对角线互相垂直平分

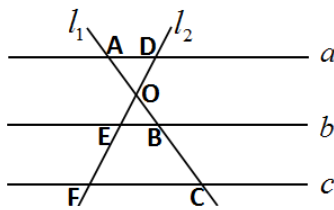
**【答案】** B

**【考点】** 特殊四边形的性质；

**【解析】**矩形的对角线相等且互相平分；菱形的对角线平分互相垂直，但不相等；正方形的对角线相等，互相垂直且平分。 故选 B.

4.如图，一组互相平行的直线  $a, b, c$  分别与直线  $l_1, l_2$  交于点  $A, B, C, D, E, F$ ，直线  $l_1, l_2$  交于点  $O$ ，则下列各式不正确的是

- A.  $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$       B.  $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$       C.  $\frac{EF}{BC} = \frac{DE}{AB}$       D.  $\frac{OE}{EF} = \frac{EB}{FC}$



**【答案】** D

**【考点】**平行线分线段成比例；

**【解析】**由平行线分线段成比例定理可知：A，B，C 都正确，D 选项错误.

5.一元二次方程  $x^2+6x+9=0$  的根的情况是

- A.有两个相等的实数根      B.有两个不相等的实数根  
C.只有一个实数根      D.没有实数根

**【答案】** A

**【考点】**一元二次方程根的判别式

**【解析】**首先根据题意可知  $a=1, b=6, c=9$ ，再求出  $b^2-4ac$ ；

$$b^2-4ac=6^2-4 \times 1 \times 9=0. \quad \therefore \text{原方程有两个相等的实数根.}$$

故选 A.

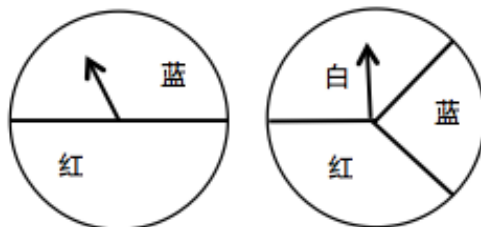
6.小明要用如图的两个转盘做“配紫色”游戏,每个转盘均被分成若干个扇形,他同时转动两个转盘,停止时指针所指的颜色恰好配成紫色的概率为

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{2}$



**【答案】** C

**【考点】** 列表法与树状图法求概率

**【解析】** 列表得

		B 盘		
		白	红	蓝
A 盘	蓝	(蓝, 白)	(蓝, 红)	(蓝, 蓝)
	红	(红, 白)	(红, 红)	(红, 蓝)

由图表可得,一共有 6 种可能,可以配成紫色的 2 种情况,所以  $P(\text{配成紫色}) = \frac{1}{3}$ .

故选 C.

7.用配方法解方程  $x^2-8x+5=0$ , 将其化为  $(x+a)^2=b$  的形式, 正确的是

A.  $(x+4)^2=11$

B.  $(x+4)^2=21$

C.  $(x-8)^2=11$

D.  $(x-4)^2=11$

**【答案】** D

**【考点】** 配方法

**【解析】**  $\because x^2-8x+5=0 \quad \therefore x^2-8x=-5$

$\therefore x^2-8x+16=-5+16 \quad \therefore (x-4)^2=11$ , 故选 D

8.如图,  $\triangle ABC$  中, 点 P 是 AB 边上的一点, 过点 P 作  $PD \parallel BC$ ,  $PE \parallel AC$ , 分别交 AC, BC 于点 D, E,



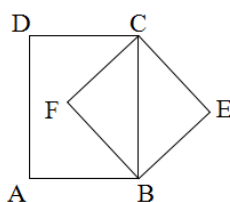


**【考点】**一元二次方程的实际应用--面积周长问题

**【解析】**由图易得：整幅版面的长为  $(2+2x)$ ，宽为  $(1+2x)$

则可列方程为： $90\% \times (2+2x)(1+2x) = 2 \times 1$ . 故选 B.

10.如图，在矩形 ABCD 内有一点 F，FB 与 FC 分别平分  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$ ，点 E 为矩形 ABCD 外一点，连接 BE，CE.现添加下列条件：①  $BE \parallel CF$ ， $CE \parallel BF$ ；②  $BE=CE$ ， $BE=BF$ ；③  $BE \parallel CF$ ， $CE \perp BE$ ；④  $BE=CE$ ， $CE \parallel BF$ .其中能判定四边形 BECF 是正方形的共有



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

**【答案】** D

**【考点】**正方形的判定

**【解析】**①  $\because BE \parallel CF$ ， $CE \parallel BF$ ， $\therefore$  四边形 BECF 是平行四边形， $\because FB$  平分  $\angle ABC$ ， $FC$  平分  $\angle BCD$ ，

$\therefore \angle CBF = \angle BCF = 45^\circ$ ， $\therefore BF = CF$ ， $\angle F = 90^\circ$ ， $\therefore$  平行四边形 BECF 是正方形，所以①对；

②  $\because BE = CE$ ， $BE = BF$ ， $\therefore BE = CE = BF$ ， $\because FB$  平分  $\angle ABC$ ， $FC$  平分  $\angle BCD$ ， $\therefore \angle CBF = \angle BCF = 45^\circ$ ，

$\therefore BF = CF$ ， $\therefore BE = EC = CF = FB$ ， $\therefore$  四边形 BECF 是菱形，又  $\because \angle CBF = \angle BCF = 45^\circ$ ， $\therefore \angle F = 90^\circ$ ， $\therefore$  菱形 BECF 是正方形。所以②对；

③  $\because BE \parallel CF$ ， $CE \perp BE$ ， $\therefore \angle BEC = \angle ECF = 90^\circ$ ， $\because FB$  平分  $\angle ABC$ ， $FC$  平分  $\angle BCD$ ， $\therefore \angle CBF = \angle BCF = 45^\circ$ ，

$\angle F = 90^\circ$ ， $\therefore \angle BEC = \angle ECF = \angle F = 90^\circ$ ， $\therefore$  四边形 BECF 是矩形，又  $\because \angle CBF = \angle BCF = 45^\circ$ ， $\therefore BF = CF$ ， $\therefore$  矩形 BECF 是正方形。所以③对；

④  $\because BE = CE$ ， $\therefore \angle EBC = \angle ECB$ ， $\because FB$  平分  $\angle ABC$ ， $FC$  平分  $\angle BCD$ ， $\therefore \angle CBF = \angle BCF = 45^\circ$ ， $\therefore BF = CF$ ， $\angle F = 90^\circ$ ，



又 $\because CE \parallel BF$ ,  $\therefore \angle F = \angle ECF = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle EBC = \angle ECB = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle E = 90^\circ$ ,  $\therefore$  四边形 BECF 是矩形, 又 $\because BF = CF$ , 所以四边形 BECF 是正方形, 所以④对; 故选 D.

## 二、填空题 (本大题含 5 个小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

11. 一元二次方程  $x^2 + 3x = 0$  的根为\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $x_1 = 0, x_2 = -3$

**【考点】** 解一元二次方程

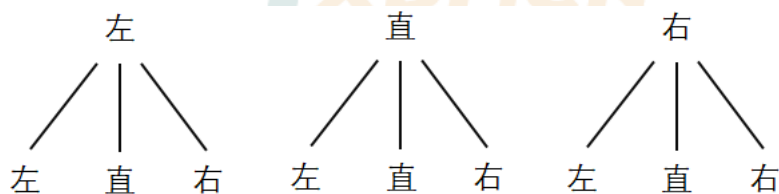
**【解析】** 由  $x^2 + 3x = 0$  得:  $x(x+3) = 0$   $x_1 = 0, x_2 = -3$

12. 经过某路口的行人, 可能直行, 也可能左拐或右拐, 假设这三种可能性相同, 现有两人经过该路口, 其中恰好一人直行, 另一人左拐的概率为\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\frac{2}{9}$

**【考点】** 列表法与树状图法求概率

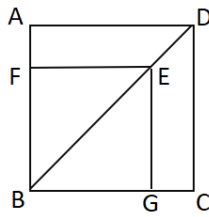
**【解析】** 画树状图为:



共有九种等可能的结果数, 恰好有一人直行, 另一人左拐的可能数为 2 种, 所以, 恰好有一人直行, 另一人左拐的概率为  $\frac{2}{9}$ .

13. 如图, 正方形 ABCD 中, 点 E 是对角线 BD 上的一点,  $BE = BC$ . 过点 E 作  $EF \perp AB$ ,  $EG \perp BC$ , 垂足分别为点 F, G, 则正方形 FBGE 与正方形 ABCD 的相似比为\_\_\_\_\_.





**【答案】**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

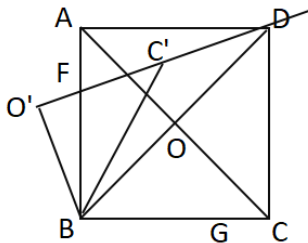
**【考点】** 多边形相似

**【解析】** 设  $BC=a$ ,  $\because$  ABCD 是矩形,  $\angle BCD=90^\circ$ ,

在  $Rt_{\triangle BCD}$  中:  $BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

$\because BE=BC=a$ , 正方形 FBGE 与正方形 ABCD 的相似比  $=\frac{BE}{BD}=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

14.如图,正方形 ABCD 中,  $AB=2$ , 对角线 AC, BD 相交于点 O.将  $\triangle OBC$  绕点 B 逆时针旋转得到  $\triangle O'BC'$ , 当射线  $O'C'$  经过点 D 时, 线段  $DC'$  的长为\_\_\_\_\_.



**【答案】**  $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

**【考点】** 旋转+几何综合

**【解析】**  $\because$  在正方形 ABCD 中,  $\therefore \angle ABC=90^\circ$ ,  $\because AB=2$ ,  $\therefore BC=2$

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ,  $\therefore AO=BO=CO=DO=\sqrt{2}$

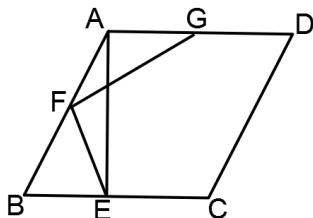
$\because \triangle O'BC'$  是由  $\triangle OBC$  绕点 B 逆时针旋转得到的,  $\therefore \angle BOC=\angle BO'C'=90^\circ$

$\therefore O'B=OB=O'C'=\sqrt{2}$  在  $Rt_{\triangle BO'D}$  中,  $BD=AC=2\sqrt{2}$



$$\therefore O'D = \sqrt{BD^2 - O'B^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} \quad \therefore DC' = O'D - O'C' = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

15. 如图，在菱形 ABCD 中，AB = 4，AE ⊥ BC 于点 E，点 F，G 分别是 AB，AD 的中点，连接 EF，FG。若 ∠EFG = 90°，则 FG 的长为\_\_\_\_\_。



**【答案】**  $2\sqrt{3}$

**【考点】** 菱形的性质、勾股定理

**【解析】** 连结 EG，

∵ 菱形 ABCD，AB = 4； ∴ AD = AB = 4

∵ 点 F，G 分别是 AB，AD 的中点； ∴ AF = AG = BF =  $\frac{1}{2}$  AB = 2 ∴ ∠AFG = ∠AGF

又 ∵ AE ⊥ BC ∴ EF =  $\frac{1}{2}$  AB = AF = BF = 2 ∴ ∠FAE = ∠FEA ∠B = ∠FEB

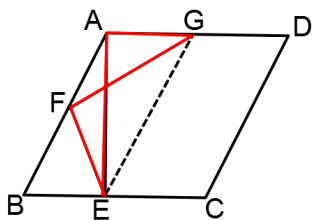
∵ ∠EFG = 90° AE ⊥ BC ∴ “8” 字模（图中红色三角形）∠FEA = ∠AGF

∴ ∠FEA = ∠AGF = ∠AFG = ∠FAE

又 ∵ ∠B + ∠FAE = 90° ∠BFE + ∠AFG = 90° ∠AFG = ∠FAE

∴ ∠B = ∠BFE ∴ BE = EF =  $\frac{1}{2}$  AB = AG ∴ 四边形 BEGA 为平行四边形 ∴ EG = AB = 4

在 Rt△EFG 中  $FG = \sqrt{EG^2 - EF^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$



三、解答题（本大题含 8 个小题，共 60 分）解答时应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过



程。

16. (每小题 4 分, 共 8 分) 解下列方程:

(1)  $x^2 - 6x + 3 = 0$ ;

(2)  $3x(x - 2) = 2(x - 2)$ .

**【答案】** (1)  $x_1 = \sqrt{6} + 3, x_2 = -\sqrt{6} + 3$ ; (2)  $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$ ;

**【考点】** 一元二次方程

**【解析】** (1) 解:  $x^2 - 6x + 3 = 0$

$$x^2 - 6x = -3$$

$$x^2 - 6x + 9 = -3 + 9$$

$$(x - 3)^2 = 6$$

$$x_1 = \sqrt{6} + 3 \quad x_2 = -\sqrt{6} + 3$$

(2) 解:  $3x(x - 2) = 2(x - 2)$

$$3x(x - 2) - 2(x - 2) = 0$$

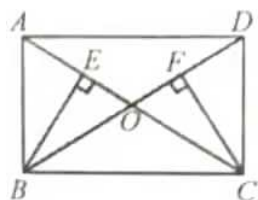
$$(3x - 2)(x - 2) = 0$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \quad x_2 = 2$$

17. (本题 6 分)

已知: 如图, 矩形 ABCD 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O,  $BE \perp AC$  于点 E,  $CF \perp BD$  于点 F.

求证:  $BE = CF$ .



**【答案】** 见解析



**【考点】**矩形的性质

**【解析】**

(方法一：等面积法)证明： $\because$ 四边形 ABCD 为矩形，

$\therefore AB=CD, AC=DB, BC=CB, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB,$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DCB}, \quad \therefore \frac{AC \cdot BE}{2} = \frac{DB \cdot CE}{2}$$

$\therefore AC=BD \quad \therefore BE=CF.$

(方法二：全等法)证明： $\because$ 四边形 ABCD 为矩形，

$\therefore AB=CD, AC=DB, BC=CB, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB, \therefore \angle BAC = \angle CDB,$

又 $\because BE \perp AC$ 于点 E,  $CF \perp BD$ 于点 F,  $\therefore \angle BEA = \angle CFD = 90^\circ,$

又 $\because AB=CD, \therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF, \therefore BE=CF.$

18. (本题 6 分)

太原是一座具有 4700 多年历史、2500 年建城史的历史古都，素有“锦绣太原城”的美誉。在“我可爱的家乡”主题班会中，主持人准备了“晋祠园林”、“蒙山大佛”、“龙山石窟”、“凌霄双塔”这四处景点的照片各一张，并将它们背面朝上放置（照片背面完全相同）。甲同学从中随机抽取一张，不放回，乙再从剩下的照片中随机抽取一张。若要根据抽取的照片作相关景点介绍，求甲、乙两人中恰好有一人介绍“晋祠园林”的概率。



(提示：可用照片序号列表或画树状图)



**【答案】** 0.5

**【考点】** 概率

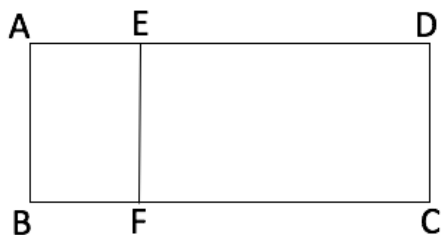
**【解析】** 依题，后面我们表示“晋祠园林”为 A，“蒙山大佛”为 B，“龙山石窟”为 C，“凌霄双塔”为 D，列表可得：

	甲 \ 乙	A	B	C	D
A			(A,B)	(A,C)	(A,D)
B		(B,A)		(B,C)	(B,D)
C		(C,A)	(C,B)		(C,D)
D		(D,A)	(D,B)	(D,C)	

所有 12 种情况中，每种情况的可能性均相同，其中甲、乙两人中恰好有一人介绍“晋祠园林”的情况有 6 种，故而甲、乙两人中恰好有一人介绍“晋祠园林”的概率  $P=6 \div 12=0.5$  .

19. ( 本题 6 分 )

如图，矩形 ABCD 中， $AB=4$ ，点 E、F 分别在 AD，BC 边上，且  $EF \perp BC$ ，若矩形 ABFE~矩形 DEFC，且相似比为 1 : 2，求 AD 的长.



**【答案】** 10

**【考点】** 多边形的相似

**【解析】** 解：  $\because$  矩形 ABFE~矩形 DEFC 相似比为 1 : 2，即边的比为 1 : 2



$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AE}{DC} = \frac{1}{2}, \quad \text{即 } DE=8, AE=2,$$

$$\therefore AD=AE+DE=10$$

20.(本题 9 分)

“早黑宝”是我省农科院研制的葡萄优质新品种，在我省被广泛种植，清徐县某葡萄种植基地 2016 年种植“早黑宝”100 亩，到 2018 年“早黑宝”的种植面积达到 225 亩.

(1) 求该基地这两年“早黑宝”种植面积的平均增长率；

(2) 市场调查发现，当“早黑宝”售价 20 元/千克时，每天能售出 200 千克，售价每降低 1 元，每天可多售出 50 千克.为了推广宣传，基地决定降低促销.已知该基地“早黑宝”的平均成本价为 12 元/千克，若使销售“早黑宝”每天获利 1800 元，则售价应降低多少元？

**【答案】** (1)50%            (2)2

**【考点】** 一元二次方程的实际应用

**【解析】**

(1) 设种植面积的平均增长率为  $x$ ，则 2017 年种植“早黑宝” $[100(1+x)]$ 亩，2018 年种植“早黑宝” $[100(1+x)^2]$ 亩.

$$100(1+x)^2=225 \quad \text{解得：} x_1=0.5=50\%, x_2=-2.5 \text{ (舍)}$$

答：该基地这两年“早黑宝”种植面积的平均增长率为 50%.

(2) 设售价降低  $a$  元，

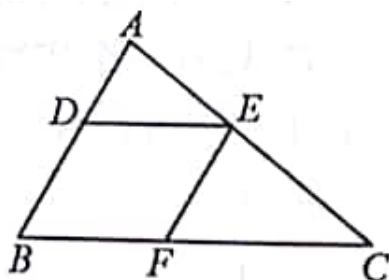
$$(20-a-12)(200+50a)=1800 \quad \text{解得：} a_1=a_2=2$$

答：售价应降低 2 元.

21. (本题 6 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  分别在  $AB$ 、 $AC$ 、 $BC$  边上，若四边形  $DEFB$  为菱形，且  $AB=8$ ， $BC=12$ ,

求菱形 DEFB 的边长.



**【答案】** 4.8

**【考点】** 菱形的性质；平行线分线段成比例

**【解析】** ∵ 四边形 DEFB 是菱形，∴  $DE \parallel BF$ ， $DB \parallel EF$ ， $BD = BF = EF = DE$

$$\because DE \parallel BF \quad \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\because EF \parallel AB \quad \therefore \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{BF}{BC}$$

设  $DB = x$ ，则  $DE = EF = BF = x$ ， $AD = 8 - x$ ， $\therefore \frac{8 - x}{8} = \frac{x}{12}$ ，

整理得  $20x = 96$ ，解得  $x = 4.8$ ，即菱形 DEFB 边长为 4.8

22. ( 本题 7 分 )

已知：如图，菱形 ABCD 中，点 E, F, G, H 分别在边 AB, BC, CD, DA 上，且  $BE = BF = DH = DG$ .

( 1 ) 求证：四边形 EFGH 是矩形；

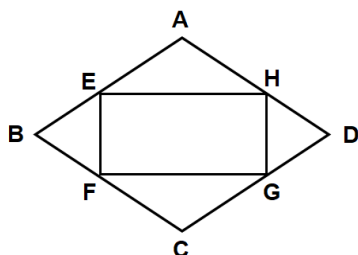
( 2 ) 已知  $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 6$ .

请从 A, B 两题中任选一题作答，我选择\_\_\_\_\_题.

A 题：当点 E 是 AB 的中点时，矩形 EFGH 的面积是\_\_\_\_\_.

B 题：当  $BE =$ \_\_\_\_\_时，矩形 EFGH 的面积是  $8\sqrt{3}$ .

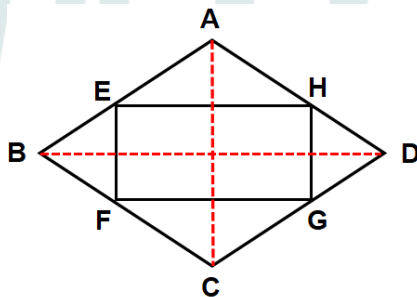




**【答案】** (1)见解析;(2) A 题:  $9\sqrt{3}$ ; B 题: 2 或 4

**【考点】** 中点四边形;菱形的性质;矩形的判定

**【解析】** 解:(1) 连接 AC、BD,  $\because$  四边形 ABCD 是菱形,  $\therefore AC \perp BD$ ,  $AB=BC=CD=DA$ ,  
 又  $\because BE=BF$ ,  $\therefore \frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC}$ ,  $\therefore \triangle BEF \sim \triangle BAC$ ,  $\therefore EF \parallel AC$ , 同理,  $HG \parallel AC$ ,  $\therefore EF \parallel HG$ ,  
 又  $\because BE=HD$ ,  $\therefore AE=AH$ ,  $\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD}$ ,  $\therefore \triangle AEH \sim \triangle ABD$ ,  $\therefore EH \parallel BD$ ,  
 同理  $FG \parallel BD$ ,  $\therefore EH \parallel FG$ ,  $\therefore$  四边形 EFGH 是平行四边形,  
 又  $\because AC \perp BD$ ,  $\therefore EH \perp EF$ ,  $\therefore$  四边形 EFGH 是矩形



(2) A 题: 过 A 做 EH 垂线交 EH 于点 M,

$\because$  E 是 AB 中点,  $AB=BC=AD=6$ ,  $\therefore BE=BF=AE=AH=3$ ,

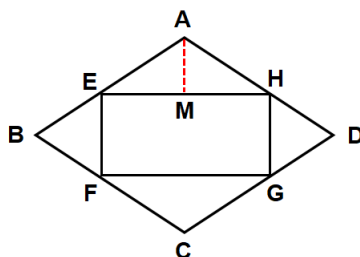
又  $\because \angle B=60^\circ$ ,  $\therefore \triangle BEF$  是等边三角形,  $\therefore EF=3$ ,

又  $\because AE=AH$ ,  $\angle EAH=120^\circ$ ,  $\therefore \angle EAM=60^\circ$ ,  $\angle AEM=30^\circ$ ,

又  $\because \angle AME=90^\circ$ ,  $\therefore AM = \frac{1}{2} AE = \frac{3}{2}$ , 在  $Rt\triangle AEM$  中,  $EM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,

$\therefore EH = 3\sqrt{3}$ ,  $\therefore$  矩形 EFGH 的面积是  $9\sqrt{3}$ .





B 题：过 A 做 EH 垂线交 EH 于点 N，

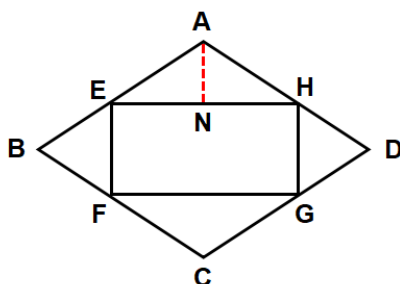
设  $BE=x$ ，则  $BE=BF=x$ ， $AE=AH=6-x$ ， $\because \angle B=60^\circ$ ， $\therefore \triangle BEF$  是等边三角形， $\therefore EF=x$ ，

又 $\because \angle EAH=120^\circ$ ， $\therefore \angle EAN=60^\circ$ ， $\angle AEN=30^\circ$ ，

又 $\because \angle ANE=90^\circ$ ， $\therefore AN=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}(6-x)$ ，在  $Rt\triangle AEN$  中， $EN=\frac{\sqrt{3}}{2}(6-x)$ ，

$\therefore EH=\sqrt{3}(6-x)$ ， $\therefore$  矩形 EFGH 的面积为： $EF \cdot EH=\sqrt{3}(6-x) \cdot x=8\sqrt{3}$ ，

整理得  $x^2-6x+8=0$ ，解得  $x_1=2$  或  $x_2=4$ ， $\therefore BE=2$  或  $4$



### 23. ( 本题 12 分 ) 综合与实践

问题情境:正方形折叠中的数学

已知正方形纸片 ABCD 中， $AB=4$ ，点 E 是 AB 边上的一点，点 G 是 CE 的中点，将正方形纸片沿 CE 所在直线折叠，点 B 的对应点为点  $B'$ 。

操作猜想：

( 1 ) 如图 1，当  $\angle BCE=30^\circ$  时，连接 BG， $B'G$ ，求证：四边形  $BEB'G$  是菱形；

深入探究：



(2) 在 CD 边上取点 F, 使 DF=BE, 点 H 是 AF 的中点. 再将正方形纸片 ABCD 沿 AF 所在直线折叠, 点 D 的对应点为点 D', 顺次连接 B'、G、D'、H、B', 得到四边形 B'GD'H.

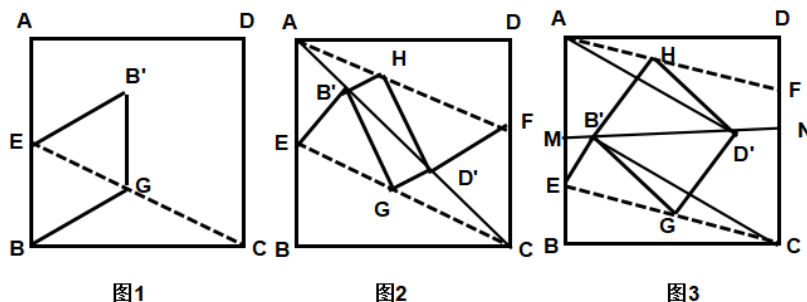
请你从 A、B 两题中任选一题作答, 我选择\_\_\_\_\_题.

**A 题:** 如图 2, 当点 B', D' 均落在对角线 AC 上时,

- ①判断 B'G 与 D'H 的数量关系与位置关系, 并说明理由;
- ②直线写出此时点 H, G 之间的距离.

**B 题:** 如图 3, 点 M 是 AB 的中点, MN∥BC 交 CD 于点 N, 当点 B', D' 均落在 MN 上时,

- ①判断 B'G 与 D'H 的数量关系与位置关系, 并说明理由;
- ②直接写出此时点 H, G 之间的距离.



**【答案】** (1) 证明过程详见解析

(2) A : ① B'G // D'H 且 B'G = D'H    ②  $8-4\sqrt{2}$

B : ① B'G // D'H 且 B'G = D'H    ②  $4\sqrt{3}-4$

**【考点】** 菱形的判定、折叠问题、全等三角形

**【解析】** (1) 证明: 在 Rt 三角形 BCE 中,  $\because \angle BCE=30^\circ \therefore \angle CEB=60^\circ$

$\because$  点 G 是 CE 的中点                       $\therefore BG = \frac{CE}{2} = EG,$

$\therefore \triangle BEG$  为等边三角形              根据折叠的性质得:  $\triangle EBB'$  为等边三角形

$\therefore EB = BG = GB' = B'E$                $\therefore$  四边形 BEB'G 是菱形





**A 题：**①证明：由（1）可得： $B'G = \frac{CE}{2}$ ，同理  $D'H = \frac{AF}{2}$

$\therefore AF = CE \quad \therefore B'G = D'H \quad \therefore B'G$  与  $D'H$  的数量关系为相等

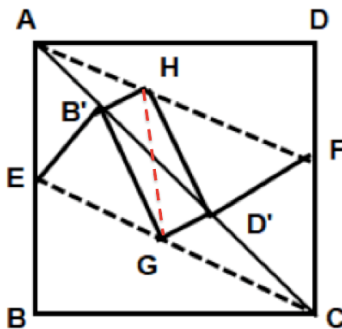
$\therefore B'G = CG \quad \therefore \triangle CGB'$  为等腰三角形  $\therefore \angle GCD' = \angle GB'D'$

同理  $D'H = AH$

$\therefore \triangle AHD'$  为等腰三角形  $\therefore \angle HAB' = \angle B'D'H$

$\therefore \angle HAB' = \angle GCD' = \frac{45^\circ}{2} \quad \therefore B'G \parallel D'H$ ，即  $G$  和  $D'H$  位置关系为平行。

**A 题：**②  $8 - 4\sqrt{2}$



如图连接  $HG$ ，易证得四边形  $AECF$  为平行四边形，

$\therefore H、G$  为  $AF、EC$  中点，  $\therefore AH = EG$ ，  $\therefore$  四边形  $AEGH$  为平行四边形，  $\therefore AE = HG$ ，

$\therefore \angle B = \angle EB'A = 90^\circ$ ，  $\angle BAC = 45^\circ$ ，  $\therefore \triangle AB'E$  为等腰直角三角形  $\therefore EB' : AE = BE : AE = 1 : \sqrt{2}$ ，

令  $AE = x$ ，  $\therefore AE + BE = x + \frac{\sqrt{2}}{2}x = 4$ ， 解得  $x = 8 - 4\sqrt{2}$ ，  $\therefore AE = HG = 8 - 4\sqrt{2}$

**B 题：**①证明：由（1）可得： $B'G = \frac{CE}{2}$ ，同理  $D'H = \frac{AF}{2}$

$\therefore AF = CE \quad \therefore B'G = D'H \quad \therefore B'G$  与  $D'H$  的数量关系为相等

$\therefore B'G = CG \quad \therefore \triangle CGB'$  为等腰三角形  $\therefore \angle GCD' = \angle GB'D'$

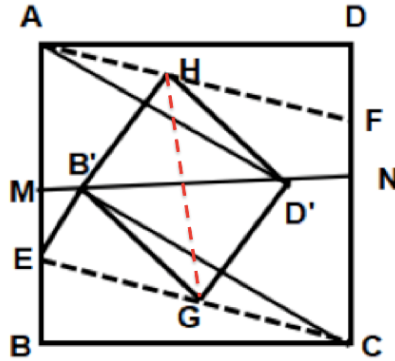
同理  $D'H = AH$

$\therefore \triangle AHD'$  为等腰三角形  $\therefore \angle HAB' = \angle B'D'H$



$$\because \angle HAB' = \angle GCD' = \frac{\angle DAD'}{2} = \frac{\angle BCB'}{2} \quad \therefore B'G \parallel D'H \text{ 即 } G \text{ 和 } D' \text{ 与 } H \text{ 位置关系为平行.}$$

**B 题：**②  $4\sqrt{3} - 4$



如图连接 HG，易证得四边形 AECF 为平行四边形，

$$\because H、G \text{ 为 } AF、EC \text{ 中点，} \quad \therefore AH=EG, \quad \therefore \text{四边形 } AEGH \text{ 为平行四边形，} \quad \therefore AE=HG,$$

$$\because M、N \text{ 为 } AB、DC \text{ 中点，} AB=4 \quad \therefore AM=BM=NC=2$$

$$\text{由折叠可知，} BC=B'C=4, \quad \therefore \text{在 } Rt\triangle B'CN \text{ 中，有勾股定理得 } B'N=2\sqrt{3},$$

$$\therefore MB' = 4 - 2\sqrt{3}, \quad \therefore \text{在 } Rt\triangle B'ME \text{ 中，}$$

$$\text{令 } ME=y, BE=B'E=2-y, \quad \text{由勾股定理得：} y^2 + (4 - 2\sqrt{3})^2 = (2-y)^2, \quad \text{解得 } y = 4\sqrt{3} - 6,$$

$$\therefore HG=AE = 4\sqrt{3} - 6 + 2 = 4\sqrt{3} - 4$$

