太原市 2018~2019 学年第一学期高一年级阶段性测评

数学试卷分析

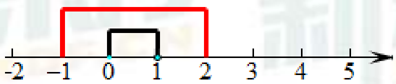
一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. 已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|0<x<1\}$，则（　）

A. $B\subseteq A$　　B. $A\subseteq B$　　C. $A=B$　　D. $A\cap B=\varnothing$

考点：集合的基本关系

答案：A



解析：由图可知 $B\subseteq A$，所以选 A.

2. 函数 $f(x)=x+\frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域为（　）

A. $[0,+\infty)$　　B. $(0,+\infty)$　　C. R　　D. $\{x|x\neq 0\}$

考点：函数定义域

答案：B

解析：根号下恒为正，所以 $\sqrt{x}$ 的取值为 $[0,+\infty)$，但是 $\sqrt{x}$ 在分母上，分母不为 0，

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，所以选 B

3. 已知集合 $M=\{x|x^2-4x-5=0\}$，$N=\{x|x^2=1\}$，则 $M\cap N=$（　）

A. $\{-1,1,5\}$　　B. $\{5,-1\}$　　C. $\{-1\}$　　D. $\{-1,1\}$

考点：集合的运算

答案：C

解析：$M=\{x|x^2-4x-5=0\}=\{-1,5\}$，$N=\{x|x^2=1\}=\{-1,1\}$

所以$M\cap N=\{-1\}$，所以选 C

4. 已知函数$f(x)=\log_2 x$，且$f(a)=2$，则$a=$（　）

A. 4　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

考点：对数函数的应用

答案：A

解析：$\because f(x)=\log_2 x$，$f(a)=2$

$\therefore \log_2 a=2$，$\therefore a=2^2=4$

所以选 A

5. 已知集合$A=\{0,1\}$，若$B\cup A=A$，则满足该条件的集合B的个数是（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

考点：集合运算

答案：D

解析：$B\cup A=A$等价于$B\subseteq A$，根据子集个数公式：$2^2=4$

6. 下列函数中，既是偶函数又在$(0,+\infty)$上是增函数的是（　）

A. $y=(\frac{1}{2})^{|x|}$　　B. $y=x|x|$　　C. $y=\lg|x|$　　D. $y=x^{\frac{1}{2}}$

考点：函数性质的单调性和奇偶性

答案：C

解析：偶函数只有$y=(\frac{1}{2})^{|x|}$、$y=\lg|x|$，排除 B,D；在$(0,+\infty)$上是增函数为 C

7. 已知$a=0.4^3$，$b=3^{0.4}$，$c=\log_4 0.3$，则（　）

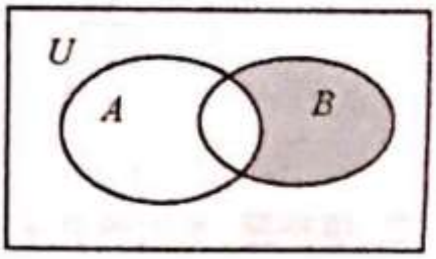
A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

考点：指数对数性质——比大小

答案：C

解析：根据函数图像，可知$0<0.4^{3}<1$，$1<3^{0.4}$，$\log_{4}0.3<0$，所以选 C

8. 已知全集 $U=R$，$A=\{x|0<x<9,x\in R\}$，$B=\{x|-4<x<4,x\in Z\}$，则图中阴影部分所表示的集合中的元素个数是（ ）



A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 无穷多

考点：集合运算，Venn 图

答案：B

解析：集合$B=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$，Venn 图表示的阴影部分用自然语言表示为“把集合 B 中的元素是集合 A 的排除掉”即可。所以阴影部分的集合为合为$\{-3,-2,-1,0\}$。所以选 B。

9. 已知集合$A=\left\{x\,|\,ax^{2}-3x+2=0\right\}$中有且只有一个元素，那么实数$a$的取值集合是（ ）

A. $\left\{\frac{9}{8}\right\}$　　B. $\left\{0,\frac{9}{8}\right\}$　　C. $\{0\}$　　D. $\left\{0,\frac{2}{3}\right\}$

考点：集合含参

答案：B

解析：集合有且只有一个元素，故方程 $ax^2-3x+2=0$ 只有一解

①当 $a=0$ 时，原方程变为 $-3x+2=0$ ，只有一解，成立

②当 $a\neq 0$ 时，原方程变为 $ax^2-3x+2=0$ ，

$\Delta=(-3)^2-4\cdot a\cdot 2=9-8a=0$ ，解得 $a=\dfrac{9}{8}$

综上，实数 a 的取值为 $\left\{0,\dfrac{9}{8}\right\}$ ，所以选 B.

10. 已知函数 $f(x)=\log_2\dfrac{2-x}{2+x}$ ，则函数 $f(x)$ 的图象（　）

A. 关于 x 轴对称　　B. 关于 y 轴对称　　C. 关于直线 $y=x$ 对称　　D. 关于原点对称

考点：函数奇偶性

答案：D

解析：函数定义域：$\dfrac{2-x}{2+x}>0$,解得 $-2<x<2$,定义域关于原点对称

$$f(-x)=\log_2\frac{2-(-x)}{2-x}=\log_2\frac{2+x}{2-x}=\log_2\left(\frac{2-x}{2+x}\right)^{-1}=-\log_2\frac{2-x}{2+x}=-f(x)$$

函数为奇函数，关于原点对称，所以选 D.

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^3+1, x\le 1\\ \dfrac{2}{x}, x>1\end{cases}$ ，若对任意的实数 x ，都存在 $x_1\in R$ ，使得 $f(x)\le f(x_1)$ 成立，则 $x_1=$（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

考点： 函数奇偶性

答案： A

解析： 对任意的实数 x，都存在 $x_1 \in R$，使得 $f(x) \le f(x_1)$ 成立，故 $f(x_1)$ 为最大值

①当 $x \le 1$ 时，$f(x) = x^3 + 1$，

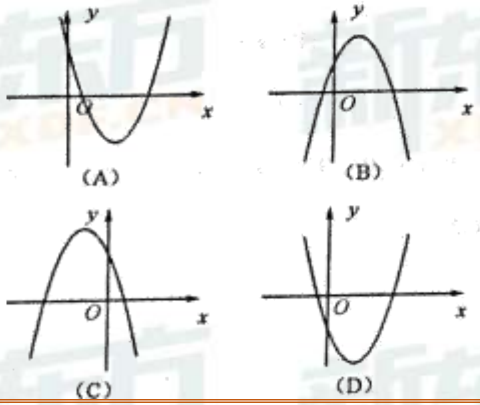
函数在定义域内单调递增，$x = 1$ 时，函数有最大值

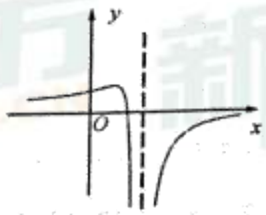
②当 $x > 1$ 时，$f(x) = \dfrac{2}{x}$，

函数在定义域内单调递减，$x = 1$ 时，函数有最大值

综上所述，所求 $x_1 = 1$，所以选 A.

12. 已知函数 $f(x) = \dfrac{ax+b}{(x+c)^2}$ 的图象如图（1）所示，则函数 $g(x) = ax^2 + bx - c$ 的图象可能是（　）





图（1）

考点： 函数图像综合

答案： B

解析： 由图（1）可看出，渐近线 $x = -c > 0$, 故 $c < 0$；

$f(0) = \dfrac{b}{c^2} > 0$，故 $b > 0$；

函数与 x 轴交点横坐标大于 0，$-\dfrac{b}{a} > 0$，故 $a < 0$；

根据 $a < 0$，$b > 0$，$c < 0$ 可得开口向下，对称轴 $-\dfrac{b}{2a} > 0$，与 y 轴交点 $-c > 0$，

可确定二次函数 $g(x)=ax^2+bx-c$ 的图象为 B.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

13. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{1,2,4\}$,则 $C_U A=$______.

考点：集合的运算

答案：$\{3,5\}$

解析：由补集的性质可知 $C_U A=\{3,5\}$.

14. 函数 $y=2^x-1$ 在 $[1,3]$ 上的最大值为______.

考点：根据单调性求最值

答案：7

解析：函数 $y=2^x-1$ 在 $[1,3]$ 上单调递增，所以当 $x=3$ 时取到最大值为 $y=2^3-1=7$.

15. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=m+\left(\frac{1}{2}\right)^x$，那么 $f(-1)=$______.

考点：根据函数奇偶性求值

答案：C

解析：因为 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，所以 $f(0)=m+\left(\frac{1}{2}\right)^0=0$，所以 $m=-1$，

$$f(-1)=-f(1)=-\left[-1+\left(\frac{1}{2}\right)^1\right]=\frac{1}{2}.$$

16. 已知 $\lambda\in R$，函数 $f(x)=\begin{cases}x-4, x\geq\lambda,\\ x^2-4x+3, x<\lambda,\end{cases}$ 若函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴恰有两个交点，则实数 λ 的取值范围是______.

考点：分段函数的图象问题

答案： $(1,3]\cup(4,+\infty)$

解析：由 $f(x)=x-4$ 的图象与 x 轴有一个交点，交点的横坐标 4 ；

$f(x)=x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$ 的图象与 x 轴有两个交点，交点的横坐标分别为 1,3 .

因为 $f(x)=\begin{cases}x-4, x\ge\lambda,\\ x^2-4x+3, x<\lambda,\end{cases}$ 的图象与 x 轴恰有两个交点，则有以下两种情况：

① $x-4$ 与 x^2-4x+3 和 x 轴各有一个交点，则 $1<\lambda\le 3$ ；

② x^2-4x+3 和 x 轴有两个交点， $x-4$ 和 x 轴没有交点，则 $\lambda>4$.

综上所述， λ 的取值范围为 $(1,3]\cup(4,+\infty)$.

三、解答题（本大题共 4 小题，共 48 分）

17. （本小题满分 10 分）

已知集合 $A=\{a,b,2\}$ ， $B=\{2,b^2,2a\}$ ，若 $A=B$ ，求实数 a,b 的值

考点：集合的相等

解析：若 $\begin{cases}a=b^2\\ b=2a\end{cases}$ ，则 $a=\frac{1}{4},b=\frac{1}{2}$

此时 $A=\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{2},2\right\}$ $B=\left\{2,\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right\}$ 满足题意

若 $\begin{cases}a=2a\\ b=b^2\end{cases}$ ，则 $a=0$ ， $b=0$ 或 $b=1$

当 $a=0,b=0$ 时， $A=\{0,0,2\}$ 与互异性矛盾，故舍去

当 $a=0,b=1$ 时， $A=\{0,1,2\}$ $B=\{2,1,0\}$ 满足题意

$\therefore a=\frac{1}{4},b=\frac{1}{2}$ 或 $a=0,b=1$

18.（本小题满分 10 分）

（1）已知$\log_x 8=6$，求x的值

（2）已知$\log_3\left(x^2-10\right)=1+\log_3 x$，求$x$的值

考点：对数运算

解析：（1）$\log_x 8=\log_x 2^3=3\log_x 2=6$，则$\log_x 2=2$，即$x^2=2$

$\because x>0$且$x\neq 1$　$\therefore x=\sqrt{2}$

（2）$\log_3\left(x^2-10\right)=1+\log_3 x$，即$\log_3\left(x^2-10\right)=\log_3 3+\log_3 x=\log_3 3x$，

$x^2-10=3x$即$(x+2)(x-5)=0\Rightarrow x=-2$或$x=5$

又$\because\begin{cases}x^2-10>0\\ x>0\end{cases}$　$\therefore x=-2$（舍）

$\therefore x=5$

19. (本小题满分 10 分)

已知幂函数$f(x)$的图像经过点$\left(3,\dfrac{1}{3}\right)$

（1）求函数$f(x)$的解析式；

（2）设函数$g(x)=(x-2)\cdot f(x)$，求函数$g(x)$在区间$\left[\dfrac{1}{2},1\right]$上的值域.

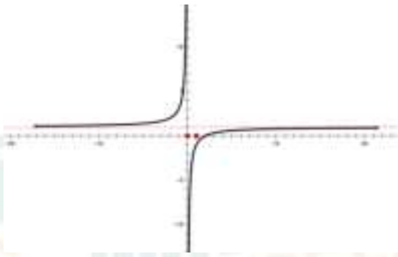
考点：求函数解析式和值域问题

答案：（1）$f(x)=x^{-1},(x\neq 0)$（2）$[-3,-1]$

解析：（1）设幂函数 $f(x)=x^{a}$ ，根据题意可得 $3^{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=-1$

$\therefore f(x)=x^{-1},(x\neq 0)$

（2）$g(x)=(x-2)\cdot f(x)=\frac{x-2}{x}=1-\frac{2}{x},(x\neq 0)$



根据图像函数 $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 为单调递增函数，

当 $x=\frac{1}{2}$ 时， $g(x)_{\min}=g\left(\frac{1}{2}\right)=-3$ ；

当 $x=1$ 时， $g(x)_{\max}=g(1)=-1$ ；

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 上的值域为 $[-3,-1]$

20. (本小题满分 10 分) 说明：请同学们在（A）、（B）两个小题中任选一题作答.

（A）已知函数 $f(x)=x^{2}-2ax+a$ 在区间 $(-\infty,2)$ 上有最小值

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）当 $a=1$ 时，设函数 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ ，证明函数 $g(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上为增函数.

考点：函数单调性

答案：（1）$(-\infty,2)$（2）过程如下

解析：（1）∵函数 $f(x)=x^2-2ax+a$ 在区间$(-\infty,2)$上有最小值

$\therefore$对称轴 $x=a<2$

$\therefore$实数 a 的取值范围为$(-\infty,2)$

（2）当 $a=1$ 时，函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{x^2-2x+1}{x}=x+\dfrac{1}{x}-2,(x\neq 0)$

任取 $x_1<x_2\in(1,+\infty)$

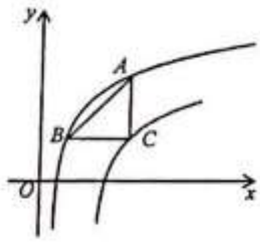
$$g(x_1)-g(x_2)=x_1+\frac{1}{x_1}-2-\left(x_2+\frac{1}{x_2}-2\right)=(x_1-x_2)+\left(\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}\right)=(x_1-x_2)\left(1-\frac{1}{x_1x_2}\right)$$
$$=(x_1-x_2)\left(\frac{x_1x_2-1}{x_1x_2}\right)$$

$\because x_1<x_2\in(1,+\infty)$；$\therefore x_1-x_2<0$，$x_1x_2>1$，，$x_1x_2-1>0$

$\therefore g(x_1)-g(x_2)<0\Rightarrow g(x_1)<g(x_2)$

$\therefore$函数 $g(x)$ 在区间$(1,+\infty)$上为增函数

（B）已知函数 $f(x)=\log_2(4x)$，$g(x)=\log_2 x$ 的图像如图所示，点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 在函数 $y=f(x)$ 的图像上，点 $C(x_3,y_3)$ 在函数 $y=g(x)$ 的图像上，且线段 AC 平行于 y 轴.



（1）证明：$y_1-y_3=2$；

（2）ΔABC 为以角 C 为直角的等腰直角三角形，求点 B 的坐标.

考点：对数运算

答案：（1）证明如下（2）$\left(\frac{2}{3},\log_2\frac{8}{3}\right)$

解析：（1）$\because A(x_1,y_1)$在$f(x)=\log_2(4x)$，$C(x_3,y_3)$在$g(x)=\log_2 x$上，

$y_1-y_3=\log_2(4x_1)-\log_2 x_3$

$\because AC$平行于y轴；

$\therefore x_1=x_3$

$\therefore y_1-y_3=\log_2\frac{4x_1}{x_3}=\log_2 4=2$

（2）$\because AC$平行于y轴，

$\therefore y_2=y_3=\log_2(4x_2)=\log_2(x_3)\Rightarrow 4x_2=x_3$①，

又$\because \Delta ABC$为以角C为直角的等腰直角三角形，$\therefore AC=BC$

$\therefore x_3-x_2=y_1-y_3=2$②

联立①②式得$x_2=\frac{2}{3}$，$y_2=\log_2\frac{8}{3}$

$\therefore$点$B(x_2,y_2)$坐标为$\left(\frac{2}{3},\log_2\frac{8}{3}\right)$

21.（本小题满分 12 分）说明：请同学们在（A）、（B）两个小题中任选一题作答.

（A）已知函数$f(x)=2^x+k\cdot 2^{-x}$.

（1）若函数$f(x)$为奇函数，求实数k的值；

（2）若对任意的$x\in[0,+\infty)$，都有$f(x)>2^{-x}$成立，求实数k的取值范围.

考点： 利用函数奇偶性求参、恒成立问题

答案：（1）$k=-1$（2） $k>0$

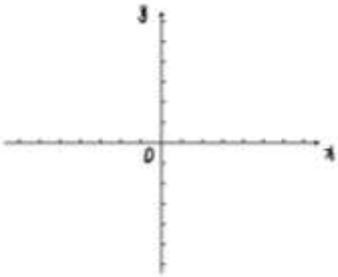
解析：（1）因为函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，所以 $f(0)=2^0+k\cdot 2^{-0}=0$ ，可得 $k=-1$.

（2）对任意的 $x\in[0,+\infty)$ ，都有 $f(x)>2^{-x}$ 成立，即 $2^x+k\cdot 2^{-x}>2^{-x}$ 在 $x\in[0,+\infty)$ 上恒成立，等价于 $k>1-2^{2x}$ 在 $x\in[0,+\infty)$ 上恒成立，即 $k>\left[1-2^{2x}\right]_{\max}$ ，$y=1-2^{2x}$ 在 $x\in[0,+\infty)$ 上单调递减，其最大值为 0 ，所以 $k>0$.

（B）已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且 $x\geq 0$ 时， $f(x)=|x-2|-2$.

（1）求函数 $y=f(x)$ 的解析式，并在下图所示的坐标系中作出函数 $y=f(x)$ 的图像；

（2）若对任意的 $x\in R$ 有 $f(x-a)\leq f(x)(a>0)$ 恒成立，求实数 a 的最小值.



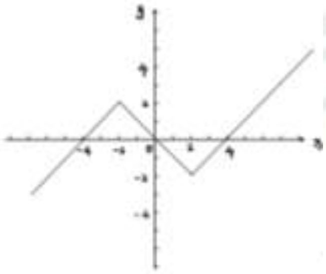
考点：利用函数奇偶性求解析式、恒成立问题

答案：（1）如图所示（2） $a_{\min}=8$

解析：（1）当 $x\geq 0$ 时， $f(x)=|x-2|-2=\begin{cases}x-4, x\geq 2\\ -x, 0\leq x<2\end{cases}$

设 $x\in(-2,0)$，则 $-x\in(0,2)$， $f(-x)=x$，因为函数为奇函数，

所以 $f(x)=-f(-x)=-x$；



设 $x\in(-\infty,-2]$，则 $-x\in[2,+\infty)$， $f(-x)=-x-4$，

因为函数为奇函数，所以 $f(x)=-f(-x)=x+4$.

所以 $f(x)=\begin{cases}x-4, x\geq 2\\ -x, 0\leq x<2\\ -x, -2<x<0\\ x+4, x\leq -2\end{cases}$，故 $f(x)$ 的图像如图所示

（2）函数 $f(x-a)(a>0)$ 等价于把 $f(x)$ 向右平移 a 个单位，

要使得任意的 $x\in R$ 有 $f(x-a)\leq f(x)(a>0)$ 恒成立，则

$f(x-a)(a>0)$ 的图像恒在 $f(x)$ 图像上方， $f(x-a)(a>0)$ 至少应平移到如图所示的位置，此时 $a_{\min}=8$.