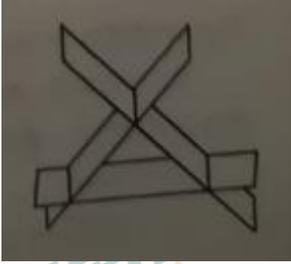


$$a_{i1}x + a_{i2}y + a_{i3}z = d_i \quad (i=1,2,3)$$

组成的线性方程组的系数矩阵和增广矩阵分别记为 A, \bar{A} ，则

- A. $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 3$.
 B. $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 2$.
 C. $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 2$.
 D. $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 1$.



7、设 A, B 为随机事件，则 $P(A) = P(B)$ 充分必要条件是

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
 B. $P(AB) = P(A)P(B)$.
 C. $P(A\bar{B}) = P(B\bar{A})$.
 D. $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$.

8、设随机变量 X 和 Y 相互独立，且都服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $P(|X - Y| < 1)$

- A. 与 μ 无关，而与 σ^2 有关.
 B. 与 μ 有关，而与 σ^2 无关.
 C. 与 μ, σ^2 都有关.
 D. 与 μ, σ^2 都无关.

二、填空题：9~14小题，每小题4分，共24分。

9、设函数 $f(u)$ 可导， $z = f(\sin y - \sin x) + xy$ ，则 $\frac{1}{\cos x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\cos y} \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

10、微分方程 $2yy' - y^2 - 2 = 0$ 满足条件 $y(0) = 1$ 的特解 $y =$ _____.

11、幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$ 在 $(0, +\infty)$ 内的和函数 $S(x) =$ _____.

12、设 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4 (z \geq 0)$ 的上侧，则 $\iint_{\Sigma} \sqrt{4-x^2-4z^2} dx dy =$ _____.

13、设 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 为3阶矩阵. 若 α_1, α_2 线性无关，且 $\alpha_3 = -\alpha_1 + 2\alpha_2$ ，则线性方程组 $Ax = 0$ 的通解为 _____.

14、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ $F(x)$ 为 X 的分布函数， EX 为 X 的数学期望，则 $P(F(X) > EX - 1) =$ _____.

三、解答题：15~23 小题，共 94 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15、(本题满分 10 分)

设函数 $y(x)$ 是微分方程 $y' + xy = e^{-\frac{x^2}{2}}$ 满足条件 $y(0) = 0$ 的特解。

(1) 求 $y(x)$ ；

(2) 求曲线 $y = y(x)$ 凹凸区间及拐点。

16、(本题满分 10 分)

设 a, b 为实数，函数 $z = 2 + ax^2 + by^2$ 在点 $(3, 4)$ 处的方向导数中，沿方向 $l = -3i - 4j$ 的方向导数最大，最大值为 10。

(1) 求 a, b ；

(2) 求曲面 $z = 2 + ax^2 + by^2$ ($z \geq 0$) 的面积。

23、(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \sigma^2) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x \geq \mu, \\ 0, & x < \mu, \end{cases}$$

μ 是已知参数， $\sigma > 0$ 是未知参数， A 是常数， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 简单随机样本。

(1) 求 A ；

(2) 求 σ^2 的最大似然估计量。