太原市 2018-2019 学年第一学期高一年级期末考试数学试卷

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。）

1.下列事件中，随机事件的个数为（　　）

（1）明年1月1日太原市下雪；

（2）明年 *NBA* 总决赛将在马刺队与湖人队之间展开；

（3）在标准大气压下时，水达到80摄氏度沸腾.

A. 0　　*B.* 1　　*C.* 2　　*D.* 3

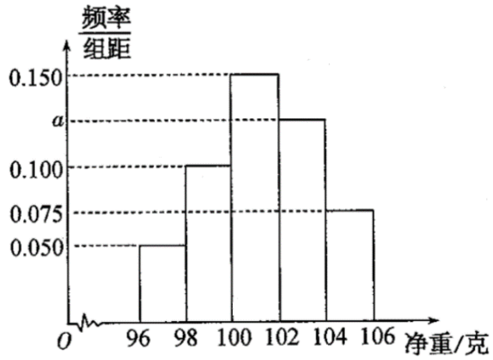
【答案】*C*

【考点】随机事件的概念

【解析】(1)(2)为随机事件，（3）为不可能事件

2.某工厂对一批产品进行了抽样检测，下图是根据抽样检测后的产品净重（单位：克）数据绘制的频率分布直方图，其中产品净重的范围是[96,106]，样本数据分组为[96,98)，[98,100)，[100,102)，[102,104)，[104,106]，则这组数据中众数的估计值是：（　　）

A. 100　　*B.* 101　　*C.* 102　　*D.* 103



【答案】*B*

【考点】频率分布直方图估算众数

【解析】频率分布直方图众数估计值为最高组的组中值

3.某中学为了解高一、高二、高三这三个年级之间的学生视力是否存在显著差异，拟从这三个年级中按人数比例抽取部分学生进行调查，则最合理的抽样方法是（　　）

A. 随机数法　　*B.* 分层抽样法　　*C.* 抽签法　　*D.* 系统抽样法

【答案】*B*

【考点】抽样方法考察

【解析】按比例抽样为分层抽样

4.已知随机事件 A 和 B 互斥，且 $P(A\cup B)=0.7$，$P(B)=0.2$，则 $P(\bar{A})$ ＝（　　）

A. 0.5　　*B.* 0.1　　*C.* 0.7　　*D.* 0.8

【答案】*A*

【考点】互斥事件概念考察

【解析】有题可知 $P(A)=0.5$，则 $P(\bar{A})=0.5$

5.右图记录了甲乙两名篮球运动员练习投篮时，进行的5组100次投篮的命中数，若这两组数据的中位数相等，平均数也相等，则x,y的值为（　）

A.　8,2　　*B.*　3,6　　*C.*　5,5　　*D.*　3,5

甲			乙		
	6	5	9		
2	5	6	1	7	y
x	4	7	8		

【答案】*D*

【考点】茎叶图求中位数及众数

【解析】有题可以$\begin{cases}62=60+y\\56+65+62+74+70+x=59+61+67+60+y+78\end{cases}$得$\begin{cases}x=3\\y=5\end{cases}$

6.已知函数$f(x)=\ln x-\dfrac{3}{e}$，则其零点在的大致区间为（　）

$A.(\frac{1}{e},1)$　　$B.(1,e)$　　$C.(e,e^2)$　　$D.(e^2,e^3)$

【答案】*C*

【考点】零点所在区间

【解析】根据图像可得C

7.下列结论正确的是（　）

*A.*函数$y=f(x)$在区间$[a,b]$上的图像是连续不断的一条曲线，若$f(a)\cdot f(b)>0$，则函数$y=f(x)$在区间(a,b)内无零点

*B.*函数$y=f(x)$在区间$[a,b]$上的图像是连续不断的一条曲线，若$f(a)\cdot f(b)>0$，则函数$y=f(x)$在区间(a,b)内可能有零点，且零点个数为偶数

*C.*函数$y=f(x)$在区间$[a,b]$上的图像是连续不断的一条曲线，若$f(a)\cdot f(b)<0$，则函数$y=f(x)$在区间(a,b)内必有零点，且零点个数为奇数

*D.*函数$y=f(x)$在区间$[a,b]$上的图像是连续不断的一条曲线，若$f(a)\cdot f(b)<0$，则函数$y=f(x)$在区间(a,b)内必有零点，但是零点个数不确定

【答案】*D*

【考点】零点判断定理

【解析】由定理可知选D

8.经统计某射击运动员随机命中的概率可视为$\dfrac{7}{10}$，为估计该运动员射击4次恰好命中3次的概率，现采用随机模拟的方法，先由计算机产生0到9之间取整数的随机数，用0,1,2没有击中，用3,4,5,6,7,8,9表示击中，以4个随机数为一组，代表射击4次的结果，经随机模拟产生了20组随机数：

7525,0293,7140,9857,0347,4373,8638,7815,1417,5550
0371,6233,2616,8045,6011,3661,9597,7424,7610,4281

根据以上数据，则可根据该运动员射击4次恰好命中3次的概率为（　）

A. $\frac{2}{5}$　　B.$\frac{3}{10}$　　C.$\frac{7}{20}$　　D.$\frac{1}{4}$

【答案】 A

【考点】随机概率考察

【解析】20 组数据中有 4 组数据恰好射中 3 次，故选 A

9.已知函数 $y=f(x)$ 为 $[0,1]$ 上的连续数函数，且 $f(0)\cdot f(1)<0$，使用二分法求函数零点，要求近似值的精确度达到 0.1，则需对区间至多等分的次数为（　）

A. 2　　B.　3　　C.4　　D.5

【答案】 C

【考点】二分法求零点问题

【解析】 由二分法定义可选 C

10.在边长分别为 $3,3,2\sqrt{5}$ 的三角形区域内随机确定一个点，则该点离三个顶点的距离都不小于 1 的概率是（　）

A. $\frac{\sqrt{5}\pi}{10}$　　B. $1-\frac{\sqrt{5}\pi}{20}$　　C.$1-\frac{\sqrt{5}\pi}{10}$　　D.$\frac{4}{9}$

【答案】 B

【考点】几何概型

【解析】有题可知，概率为三角形面积减去半径为 1 的半圆面积，在除三角形面积，得 B

11.下列说法正确的是

A.对任意的 $x>0$，必有 $a^x>\log_a x$

B.若 $a>1,n>1$，对任意的 $x>0$，必有 $x^n>\log_a x$

C.若 $a>1,n>1$，对任意的 $x>0$，必有 $a^x>x^n$

D.若 $a>1,n>1$,总存在 $x_0>0$，当 $x>x_0$ 时，总有 $a^x>x^n>\log_a x$

【答案】 D

【考点】指、对数不等式

【解析】 $0<a<1$ 时，存在 $x>0$，使得 $a^x<\log_a x$，A 错误；当 $a=1.1,x=n=2$ 时，B 排；当 $a=x=n=2$ 时，C 排;对于指数函数 $y=a^x(a>1)$ 和幂函数 $y=x^n(n>0)$，在区间 $(0,+\infty)$ 上，无论 n 比 a 大多少，尽管在 x 的一定变化范围内，a^x 会小于 x^n，但由于 a^x 的增长快于 x^n 的增长，因此总存在 $x_0>0$，当 $x>x_0$ 时，$a^x>x^n$，同样地，存在 $x_0>0$，当 $x>x_0$ 时，$x^n>\log_a x$，所以 D 正确

12.已知函数 $f(x)=|\log_2 x-1|$，若存在实数 k，使得关于 x 的方程 $f(x)=k$ 有两个不同的根 x_1,x_2，则 $x_1\cdot x_2$ 的值为

A.1　　B.2　　C. 4　　D.不确定

【答案】 C

【考点】函数零点问题

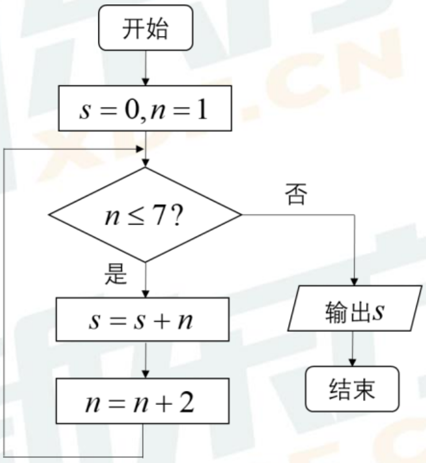
【解析】 $\log_2 x_1 - 1 = -(\log_2 x_2 - 1)$，所以 $\log_2 x_1 + \log_2 x_2 = \log_2 x_1x_2 = 2$，所以 $x_1x_2 = 4$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

13.若 $a = 85_{(9)}, b = 301_{(5)}, c = 1001_{(2)}$，则这三个数字中最大的是_________

【答案】 a
【考点】进位制考察
【解析】 $a = 8\times9+5 = 77, b = 3\times25+1 = 76, c = 1\times8+1 = 9$

14.执行右图所示的程序框图，则输出的结果是________



【答案】 16
【考点】程序与框图考察

【解析】一次输入，$n=8$ 时输出结果为16

15.下表记录了某公司投入广告费 x 与销售额 y 的统计结果，由表可得线性回归方程为 $y=\hat{b}x+\hat{a}$，据此方程预报当 $x=6$ 时，y=________

x	4	2	3	5
y	49	26	39	54

附：参考公式：$\hat{b} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2 - n\bar{x}^2}$ $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$

【答案】 37.3
【考点】线性回归方程考察

【解析】由表可得 $\bar{x} = 3.5, \bar{y} = 42, \hat{b} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2 - n\bar{x}^2} = \dfrac{47}{5}$=9.4，

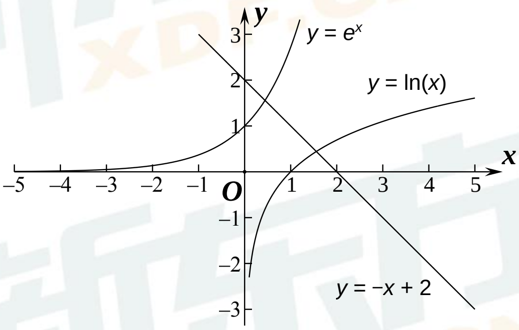
所以 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=42-9.4\times3.4=9.1$，所以回归曲线方程为 $y=9.4x+9.1$ $x=6$ 时， $y=9.4\times6+9.1=37.3$

16. 已知函数 $f(x)=e^x+x-2$ ，$g(x)=\ln x+x-2$，且 $f(a)=g(b)=0$. 给出下列结论：(1) $a>b$，(2) $a<b$，(3) $f(a)<0<f(b)$，(4) $f(a)>0>f(b)$，(5) $a+b=2$，则上述正确结论的序号是________。

【答案】 (2),(5)

【考点】函数零点考察

【解析】由题意可作 $y_1=e^x, y_2=\ln x, y_3=-x+2$ 的图象，则 a,b 分别为 y_1,y_2与y_3 交点的横坐标，则有 $b>a>0$ 成立；$f(a)>f(b)>0$， $a+b>0$



三、解答题（本大题共 5 小题，共 52 分，解答应写出必要的文字说明，过程或演算步骤）

17. 如图所示的茎叶图，是随机抽取某中学甲乙两班各10名同学，测量他们的身高（单位：cm）获得的数据。

（1）根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高。

（2）计算甲班的样本方差。

甲班	茎	乙班
2	18	1
9 9 1 0	17	0 3 6 8 9
8 8 3 2	16	2 5 8
8	15	9

【答案】（1）乙班（2） 57.2

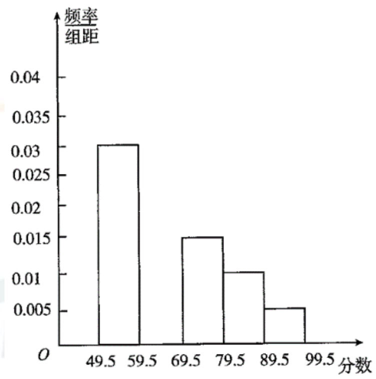
【考点】茎叶图，平均数，方差

【解析】（1）甲班的平均数 $\frac{182+170+171+179+179+162+163+168+168+158}{10}=170$，

乙班的平均数 $\frac{181+182+170+173+176+178+179+167+165+159}{10}=173$

（2）利用方差公式得 $s^2=\frac{1}{10}\left[12^2+0^2+1^2+9^2+9^2+8^2+7^2+2^2+2^2+12^2\right]=57.2$

18.在某中学举行的电脑知识竞赛中,将高一年级两个班参赛的学生成绩进行整理后分成五组,绘制如图所示的频率分布直方图.已知图中从左到右的第一,第三,第四,第五小组的频率分别是0.30,0.15,0.10,0.05,第二小组的频数是40.



(1)补齐图中频率分布直方图,并求这两个班参赛学生的总人数;

(2)利用频率分布直方图,估算本次比赛学生成绩的平均数和中位数.

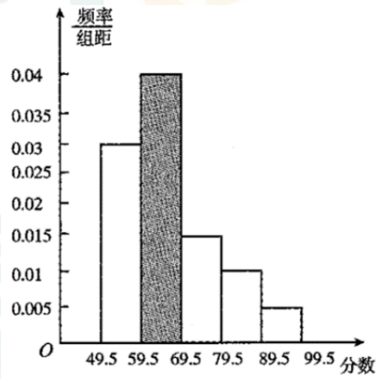
【答案】(1) 100

(2) 平均数为66.5分,中位数为64.5分

【考点】频率分布直方图画法及估算数据

【解析】(1)第二小组的频率为1-0.30-0.15-0.10-0.05=0.40,所以补全的频率分布直方图如图.

这两个班参赛学生的总人数为 $\frac{40}{0.40}$=100 人.



(2)本次比赛学生成绩的平均数为: $54.5\times0.30+64.5\times0.40+74.5\times0.15+84.5\times0.10+94.5\times0.05=66.5$

中位数出现在第二组中,设中位数为 x,则 $(x-59.5)\times0.04+0.30=0.50, x=64.5$

所以估计本次比赛学生成绩的平均数为66.5分,中位数为64.5分.

19.(本小题满分10分)

一袋中有3个红球,2个黑球,1个白球,6个球除颜色外其余均相同,摇匀后随机摸球,

(1) 有放回地逐一摸取2次,求恰有1红球的概率;

(2) 不放回地逐一摸取2次，求恰有1红球的概率；

【答案】（1）$\frac{1}{2}$ （2）$\frac{3}{5}$

【考点】古典概型考察

【解析】(1) $P(A)=\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(2) $P(A)=\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$

20. （本小题满分10分）说明：请同学们在（A）（B）两个小题中任选一题作答.

(A)小明计划搭乘公交车回家，经网上公交实时平台查询，得到838路与611路公交车预计到达公交A站的时间均为8:30，已知公交车实际到达时间与网络报时误差不超过10分钟.

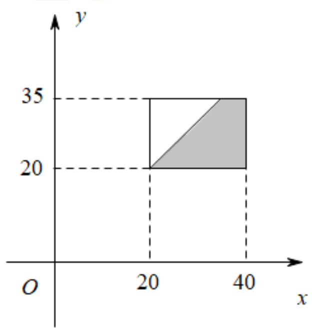
（1）若小明赶往公交A站搭乘611路，预计小明到达A站时间在8:20到8:35，求小明比车早到的概率；

（2）求两辆车到达A站时间相差不超过5分钟的概率.

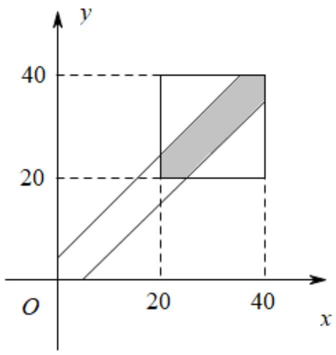
【答案】（1）$\frac{5}{8}$ ；(2) $\frac{7}{16}$

【考点】几何概型考察

【解析】（1）设公交车611路到达时间为$x(20\le x\le 40)$，小明到达时间为$y(20\le y\le 35)$，小明比车早到，则$y\le x$，由几何概型得到概率为 $P=1-\frac{\frac{1}{2}\times 15\times 15}{20\times 15}=\frac{5}{8}$



（2）设611路公交车的到达时间为$x(20\le x\le 40)$，838路公交车的到达时间为$y(20\le y\le 40)$，两辆车相差时间不超过5分钟，则$|x-y|\le 5$，$P=1-\frac{2\times\frac{1}{2}\times 15\times 15}{20\times 20}=\frac{7}{16}$.



（B）小明计划达乘公交车回家，经网上公交实时平台查询，得到 838 路与 611 路公交车预计到达公交 A 站的之间均为 8:30.已知公交车实际到达时间与网络报时误差不超过 10 分钟

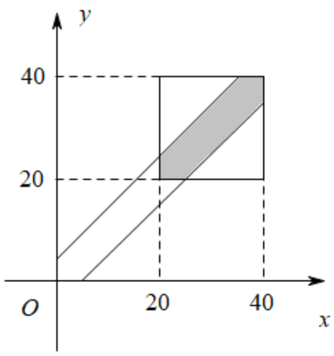
（1）求两辆车到达 A 站时间相差不超过 5 分钟的概率

（2）求 838 路与 611 路公交车实际到站时间与网络报时的误差之和不超过 10 分钟的概率。

【答案】(1) $\frac{7}{16}$ ；(2) $\frac{1}{2}$

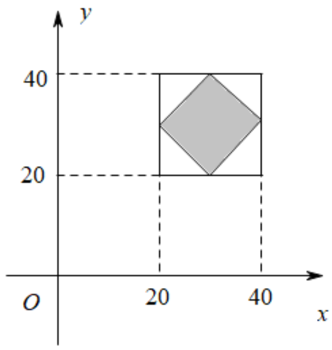
【考点】几何概型考察

【解析】(1) 设 838 路到达公交 A 站的时刻为 8 点 x 分钟，611 路到达公交 A 站的时刻为 8 点 y 分钟,则 $\begin{cases} 20\le x\le 40 \\ 20\le y\le 40 \\ |x-y|\le 5 \end{cases}$



由图可知，两辆车到达 A 站时间相差不超过 5 分钟的概率 $P=\dfrac{20\times 20-2\times\frac{1}{2}\times 15\times 15}{20\times 20}=\dfrac{7}{16}$

(2) 设 838 路公交车实际到站时刻为 8 点 x 分钟，611 路公交车实际到站时刻为 8 点 y 分钟，则 $\begin{cases} 20\le x\le 40 \\ 20\le x\le 40 \\ |x-30|+|y-30|\le 10 \end{cases}$



由图可知，838 路与 611 路公交车实际到站时间与网络报时的误差之和不超过 10 分钟的概率

$$P=\frac{20\times20-4\times\frac{1}{2}\times10\times10}{20\times20}=\frac{1}{2}$$

21．（本小题 12 分）说明：请考生在（A）、（B）两个小题中任选一题作答。

（A）已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x+1,x\le0\\ \lg x,x>0\end{cases}$；

（1）求 $y=f(x)+1$ 的零点；

（2）若 $y=f(f(x))+a$ 有三个零点，求实数 a 的取值范围.

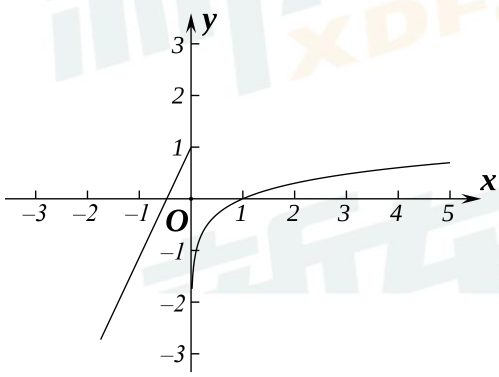
【答案】（1） $-1,\frac{1}{10}$ （2） $-1\le a<0$

【考点】复合函数零点问题

【解析】（1）当 x £ 0 时，$f(x)+1=0$，\ $2x+1+1=0$，\ $x=-1$；当 $x>0$ 时，$f(x)+1=0$，\ $\lg x+1=0$，\ $x=\frac{1}{10}$

\ $y=f(x)+1$ 的零点是 $-1,\frac{1}{10}$

（2） $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上，单调递增，值域是 $(-\infty,1]$，在 $(0,+$¥$)$ 上，单调递增，值域为 R，如图



令 $f(x)=t$，若 $y=f(f(x))+a$ 有三个零点，\ $-a=f(t)$ 有两个根，$t_1>1,t_2$ £ 1

若 $f(x)=t_1$，有一个交点；若 $f(x)=t_2$，有两个交点；

\ $0<-a\leq 1$,\ $-1\leq a<0$

(B)已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x+1, x\leq 0\\ \lg x, x>0\end{cases}$

（1） 求 $y=f(f(x))+1$ 的零点；

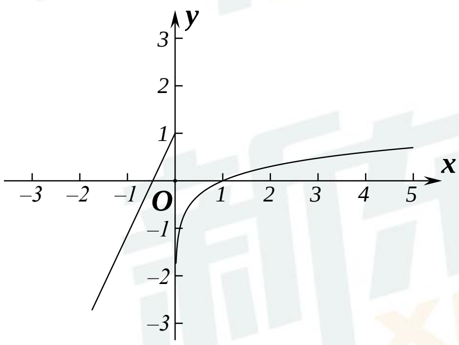
（2） 若 $g(x)=\begin{cases}x+1, x\leq 0\\ 2-\dfrac{2}{x}, x>0\end{cases}$，$y=f(g(x))+a$ 有 4 个零点，求 a 的取值范围

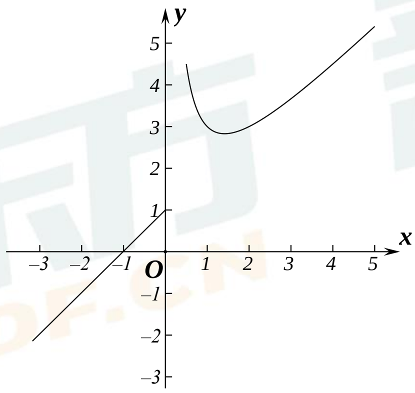
【答案】（1） $x=-\dfrac{9}{20},10^{\frac{1}{10}},\dfrac{1}{10},-1$；（2） $[0,+\infty)$

【考点】复合函数零点问题

【解析】（1） 由 $f(f(x))=-1$ 得 $f(x)=\dfrac{1}{10}$ 或 $f(x)=-1$，当 $f(x)=\dfrac{1}{10}$ 时，$x=-\dfrac{9}{20},10^{\frac{1}{10}}$，当 $f(x)=-1$，$x=\dfrac{1}{10},-1$

（2） 由下图可知 $f(g(x))=-a$ 零点个数





当 $-a\leq 0$ 时，$g(x)\leq -\dfrac{1}{2}$ 或 $0<g(x)\leq 1$，每个不等式各自有两个 x 相对应，故由 4 个零点；

当 $-a>0$ 时，$0\geq g(x)\geq -\dfrac{1}{2}$ 或 $g(x)>1$，第一个有两个 x 与之对应，第二个有 1 个 x 与之对应或者没有 x 跟它对应，故不符合题干中 4 个零点；综上 $a\geq 0$，即 a 的范围为 $[0,+\infty)$