

## 2018 学年上海市宝山区初三第一学期调研测试

## 九年级数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟) (2019. 1)

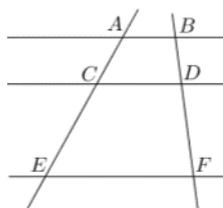
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

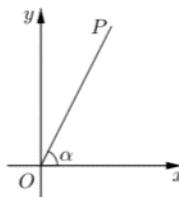
## 一. 选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 如图, 已知
- $AB \parallel CD \parallel EF$
- ,
- $BD:DF = 1:2$
- , 那么下列结论正确的是 ( )

- A.  $AC:AE = 1:3$                       B.  $CE:EA = 1:3$   
C.  $CD:EF = 1:2$                       D.  $AB:CD = 1:2$



第 1 题



第 4 题

2. 下列命题中, 正确的是 ( )

- A. 两个直角三角形一定相似                      B. 两个矩形一定相似  
C. 两个等边三角形一定相似                      D. 两个菱形一定相似

3. 已知二次函数
- $y = ax^2 - 1$
- 的图像经过点
- $(1, -2)$
- , 那么
- $a$
- 的值为 ( )

- A.  $a = -2$                       B.  $a = 2$                       C.  $a = 1$                       D.  $a = -1$

4. 如图, 直角坐标平面内有一点
- $P(2, 4)$
- , 那么
- $OP$
- 与
- $x$
- 轴正半轴的夹角
- $\alpha$
- 的余切值为 ( )

- A. 2                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\sqrt{5}$

5. 设
- $m$
- 、
- $n$
- 为实数, 那么下列结论中错误的是 ( )

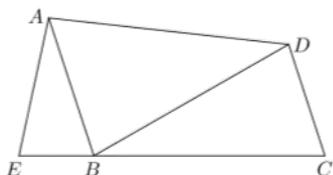
- A.  $m(n\vec{a}) = (mn)\vec{a}$                       B.  $(m+n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a}$   
C.  $m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b}$                       D. 若  $m\vec{a} = \vec{0}$ , 那么  $\vec{a} = \vec{0}$

6. 若
- $\odot A$
- 的半径为 5, 圆心
- $A$
- 的坐标是
- $(1, 2)$
- , 点
- $P$
- 的坐标是
- $(5, 2)$
- , 那么点
- $P$
- 的位置为 ( )

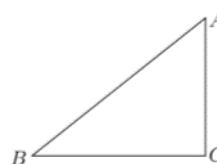
- A. 在  $\odot A$  内                      B. 在  $\odot A$  上                      C. 在  $\odot A$  外                      D. 不能确定

## 二. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. 二次函数  $y = x^2 - 1$  图像的顶点坐标是\_\_\_\_\_
8. 将二次函数  $y = 2x^2$  的图像向右平移 3 个单位, 所得图像的对称轴为\_\_\_\_\_
9. 请写出一个开口向下, 且经过点  $(0, 2)$  的二次函数解析式\_\_\_\_\_
10. 若  $2|\vec{a}| = 3$ , 那么  $3|\vec{a}| =$ \_\_\_\_\_
11. 甲、乙两地的实际距离为 500 千米, 甲、乙两地在地图上的距离为  $10\text{cm}$ , 那么图上  $4.5\text{cm}$  的两地之间的实际距离为\_\_\_\_\_千米
12. 如果两个相似三角形周长之比是  $1:4$ , 那么它们的面积比是\_\_\_\_\_
13.  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 2AC$ , 那么  $\sin B =$ \_\_\_\_\_
14. 直角三角形的重心到直角顶点的距离为  $4\text{cm}$ , 那么该直角三角形的斜边长为\_\_\_\_\_
15. 如图, 四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ , 点  $E$  在  $CB$  延长线上,  $\angle ABD = \angle CEA$ , 若  $3AE = 2BD$ ,  $BE = 1$ , 那么  $DC =$ \_\_\_\_\_



第 15 题



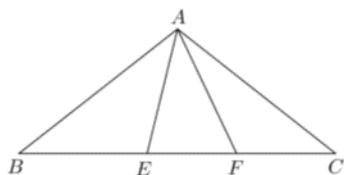
第 18 题

16.  $\odot O$  的直径  $AB = 6$ ,  $C$  在  $AB$  延长线上,  $BC = 2$ , 若  $\odot C$  与  $\odot O$  有公共点, 那么  $\odot C$  的半径  $r$  的取值范围是\_\_\_\_\_
17. 我们将等腰三角形腰长与底边长的差的绝对值称为该三角形的“边长正度值”, 若等腰三角形的腰长为 5, “边长正度值”为 3, 那么这个等腰三角形底角的余弦值等于\_\_\_\_\_
18. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 5$ , 点  $P$  为  $AC$  上一点, 将  $\triangle BCP$  沿直线  $BP$  翻折, 点  $C$  落在  $C'$  处, 连接  $AC'$ , 若  $AC' \parallel BC$ , 那么  $CP$  的长为\_\_\_\_\_

三. 解答题 (本大题共 7 题, 共  $10+10+10+10+12+12+14=78$  分)

19. 计算:  $\sin 30^\circ \cdot \tan 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \cot 30^\circ$ .

20. 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 $E$ 、 $F$ 在边 $BC$ 上， $\angle EAF = \angle B$ ，求证： $BF \cdot CE = AB^2$ 。

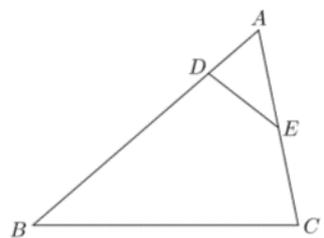


21. 如图，已知， $\triangle ABC$ 中，点 $D$ 、 $E$ 分别在 $AB$ 、 $AC$ 上， $AB = 9$ ， $AC = 6$ ， $AD = 2$ ， $AE = 3$

(1) 求 $\frac{DE}{BC}$ 的值；

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，求 $\overrightarrow{DE}$ 。

(用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)

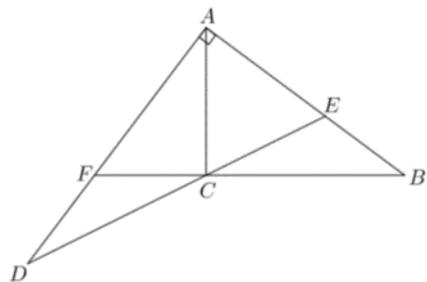


22. 如图，已知， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 $E$ 为 $AB$ 上一点， $AC = AE = 3$ ， $BC = 4$ ，

过点 $A$ 作 $AB$ 的垂线交射线 $EC$ 于点 $D$ ，延长 $BC$ 交 $AD$ 于点 $F$ 。

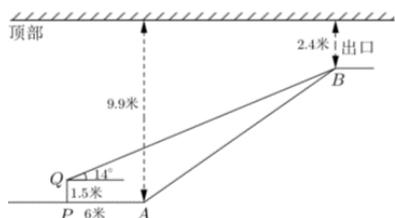
(1) 求 $CF$ 的长；

(2) 求 $\angle D$ 的正切值。



23. 地铁 10 号线某站点出口横截面平面图如图所示，电梯  $AB$  的两端分别距顶部 9.9 米和 2.4 米，在距电梯起点  $A$  端 6 米的  $P$  处，用 1.5 米的测角仪测得电梯终端  $B$  处的仰角为  $14^\circ$ ，求电梯  $AB$  的坡度与长度.

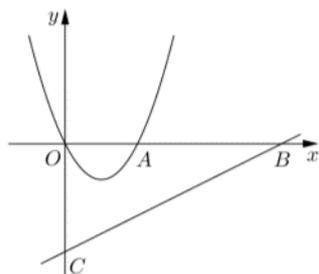
【参考数据： $\sin 14^\circ \approx 0.24$ ， $\tan 14^\circ \approx 0.25$ ， $\cos 14^\circ \approx 0.97$ 】



24. 如图，已知，二次函数  $y = x^2 + bx$  的图像交  $x$  轴正半轴于点  $A$ ，顶点为  $P$ ，一次函数  $y = \frac{1}{2}x - 3$  的图像交  $x$  轴于点  $B$ ，交  $y$  轴于点  $C$ ， $\angle OCA$  的正切值为  $\frac{2}{3}$ .

(1) 求二次函数的解析式与顶点  $P$  坐标；

(2) 将二次函数图像向下平移  $m$  个单位，设平移后抛物线顶点为  $P'$ ，若  $S_{\triangle ABP'} = S_{\triangle BCP'}$ ，求  $m$  的值.

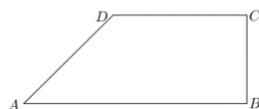
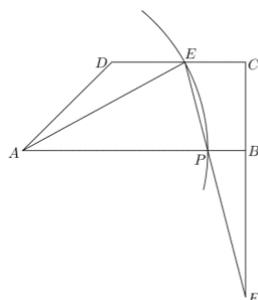


25. 如图，已知，梯形  $ABCD$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $AB \parallel DC$ ， $DC = 3$ ， $AB = 5$ ，点  $P$  在  $AB$  边上，以点  $A$  为圆心  $AP$  为半径作弧交边  $DC$  于点  $E$ ，射线  $EP$  与射线  $CB$  交于点  $F$ .

(1) 若  $AP = \sqrt{13}$ ，求  $DE$  的长；

(2) 联结  $CP$ ，若  $CP = EP$ ，求  $AP$  的长；

(3) 线段  $CF$  上是否存在点  $G$ ，使得  $\triangle ADE$  与  $\triangle FGE$  相似，若相似，求  $FG$  的值，若不相似，请说明理由.



## 试卷解析

第 1-17 题难度不大，但特别注意 17 题别忘了分类讨论，记住结论等腰三角形的底角余弦值 = 底边与两倍腰之比，直接秒出答案。

第 18 题考了翻折问题，构造一线三等角/旋转型亦或是直接用勾股定理做，难度都不大。

1. 考点: H型  
答案: A

2. 考点: 相似三角形 (判定)  
答案: C

3. 考点: 二次函数 (解析式)  
答案: D

4. 考点: 锐角三角比 (计算)  
答案: B

5. 考点: 平面向量  
答案: D

6. 考点: 圆 (点圆位置)  
答案: A

7. 考点: 二次函数 (顶点)  
答案: (0, -1)

8. 考点: 二次函数 (对称轴)  
答案: 直线 x=3

9. 考点: 二次函数 (解析式)  
答案: y=-x^2+2 (答案不唯一)

10. 考点: 平面向量  
答案:  $\frac{9}{2}$

11. 考点: 比例线段  
答案: 225

12. 考点: 相似三角形 (可以比面积比)  
答案: 1:16

13. ~~锐角~~  
考点: 锐角三角比  
答案:  $\frac{1}{2}$

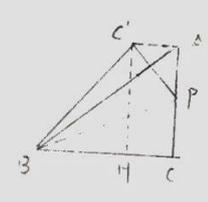
14. 考点: 垂心  
答案: 12cm

15. 考点: 相似三角形  
答案:  $\frac{3}{2}$

16. 考点: 圆 (两圆位置)  
答案:  $2 \leq r \leq 8$

17. 考点: 锐角三角比 (解三角形)  
答案:  $\frac{4}{5}$  或  $\frac{1}{5}$

18. 考点: 翻折 (角三角形)  
答案:  $\frac{5}{2}$



作  $C'H \perp BC$  于点  $H$   
 $BC' = BC = 5$   
 $C'H = AC = 4$   
 $\therefore BH = 3$   
 $AC' = C'H = 2$   
 设  $CP = x$   
 则  $C'P = x, AP = 4 - x$   
 $2^2 + (4-x)^2 = x^2$   
 $x = \frac{5}{2}$

 数学萌萌说

第 19-22 题考点及考题类型中规中矩，难度系数都较低，不过教研员很爱相似三角形，20-22 题都考查了基本模型！包括有公共边的斜 A，斜 A，射影！相信都在你们的射程范围内！满分啦！

Prv: 程燕玲

19. 考点: 数与式的运算.  
 解析: 原式 =  $\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3}$   
 $= \frac{3}{4}\sqrt{3}$

20. 考点: 相似三角形基本模型.  
 有公共边的斜 A 型.  
 解析: 1.  $MB = AC$   
 $\angle B = \angle C$   
 $\angle EBF = \angle B$   
 $\angle ENF = \angle B = \angle C$   
 $\therefore \triangle BNF \sim \triangle NEF$  方法 1  
 $\triangle CNE \sim \triangle NFE$   
 $\therefore \triangle BFN \sim \triangle CNE$   
 $\therefore \frac{BF}{CA} = \frac{NB}{CE}$   
 $\therefore BF \cdot CE = NB \cdot AC = MB^2$

方法 2 证明:  
 $\angle BFA = \angle CAE$   
 $\therefore \triangle BFA \sim \triangle CAE$   
 $\therefore \frac{BF}{CA} = \frac{NB}{CE}$   
 $\therefore BF \cdot CE = NB \cdot AC = MB^2$

21. 考点: 相似三角形基本模型斜 A 型及向量.  
 解析: 1).  $\triangle ADE \sim \triangle BCB$   
 $\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$   
 2).  $\vec{OE} = \vec{OB} + \vec{BE}$   
 $= -\frac{2}{9}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$   
 $= -\frac{2}{9}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

22. 考点: 相似三角形基本模型及锐角三角函数模型.  
 解析: 1).  $\triangle FCA \sim \triangle ACB$   
 $\therefore CF = \frac{9}{4}$  方法 1  
 $\tan \angle FAC = \tan \angle B = \frac{3}{4}$  方法 2.  
 2). 作  $CF \perp MB$  于  $F$ .  
 $\triangle CFB \sim \triangle FMB$   
 $\therefore CF = \frac{9}{5}, BF = \frac{12}{5}, EF = \frac{3}{5}$   
 $\therefore \tan \angle D = \tan \angle FCE = \frac{1}{2}$

数学萌萌说

上海新东方

第 23 题考查了锐角三角比中的坡比问题，作图准确，计算细心即可；

第 24 题二次函数的数形结合难度也不大，第二问采用间接法（分割）求面积，需要注意线段长度的非负性，再用坐标表示时要加绝对值，这样才不会漏解哦~

2018 宝山一模

主讲：仙女梅 ♡

23. 考点：锐角三角比的应用（坡比问题）

答案：BC = 9.9 - 2.4 = 7.5 = 6m  
 $QC = \frac{BC}{\tan 40^\circ} = 2.4m$   
 $AD = EC = QC - PA = 1.8m$   
 $BD = 9.9 - 2.4 = 7.5m$   
 (1)  $\tan \angle BAD = \frac{BD}{AD} = \frac{5}{12}$   
 $\therefore i = 1:2.4$   
 (2)  $AB = \sqrt{BD^2 + AD^2} = 9.5m$

24. 考点：二次函数（解析式、图像性质、动点规律）

答案：(1) C(0, -3) OC=3. OA=OC · tan ∠OCA=2  
 $A(2, 0)$  代入  $y = x^2 + bx$  得  $b = -2$   
 $y = x^2 - 2x$  P(1, -1)

(2) 平移后：y = x^2 - 2x - m P'(1, -1-m)  
 设对称轴 x=1 交 x 轴于 D. 交 BC 于 E. 过 C 作 CG ⊥ DE 于 G.  
 $D(1, 0)$   $E(1, -\frac{5}{2})$  · B(6, 0)  
 $S_{\triangle ABP'} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot P'D = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot |-m-1| = 2(m+1)$   
 $S_{\triangle BCP'} = S_{\triangle P'CE} + S_{\triangle P'BE}$   
 $= \frac{1}{2} \cdot P'E \cdot CG + \frac{1}{2} \cdot P'E \cdot BD$   
 $= \frac{1}{2} \cdot P'E \cdot (CG + BD)$   
 $= \frac{1}{2} \cdot P'E \cdot BO$   
 $= \frac{1}{2} \cdot |-1-m - (-\frac{5}{2})| \cdot 6$   
 $= 3 | \frac{3}{2} - m |$   
 则  $2(m+1) = 3 | \frac{3}{2} - m | \therefore m = \frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{13}{2}$

间接法（分割）求面积

数学萌萌说

第 25 题的前两问没有很大的难度，解三角形都可以搞定。第三问考了相似三角形分类讨论，难点是找到对应点之间的关系，以角切入，找到角相等的关系，从而发现不需要进行分类讨论，点的对应关系已经确定。此问对学生分析能力的要求较高。

25. 考点: 解三角形, 分类讨论 (相似) 分析角相等情况

11).  $AP = AE = \sqrt{3}$ . 作  $EG \perp AB$ ,  $DH \perp AB$   
 易得:  $BC = 2$ ,  $AD = 2\sqrt{2}$ ,  $AH = DH = 2$   
 $\therefore AG = 3$ ,  $DE = HG = 1$

12). 设  $AP = x$ ,  $BP = 5 - x$ .  
 $\therefore \triangle EGP \cong \triangle CBP$   
 $\therefore GP = BP = 5 - x$   
 $\therefore AG = AP - PG = 2x - 5$   
 $AE^2 = AG^2 + GE^2$   
 $x^2 = (2x - 5)^2 + 2^2$   
 $x_1 = \frac{10 + \sqrt{13}}{3}$ ,  $x_2 = \frac{10 - \sqrt{13}}{3} < AD$  (舍)

13). 如图:  $\angle DEA = \alpha$ ,  $\angle F = \alpha$   
 $\angle F < 90^\circ$ ,  $\angle GEF < \angle FEC < 90^\circ$   
 $\therefore \angle ADE = 15^\circ$ ,  $\triangle ADE \cong \triangle EGF$  (AAS)  
 $\therefore$  只有  $\angle EGF = \angle ADE = 15^\circ$   
 且  $\angle F = \angle DAE = \alpha$ .  
 即只有:  $\triangle ADE \cong \triangle FGE$  (不需分类讨论)  
 可知  $\alpha + \alpha = 45^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ$   
 $\therefore \angle DEA = 30^\circ$ ,  $\angle F = \angle DAE = 15^\circ$   
 作  $AJ \perp DC$ ,  $AJ = 2$ ,  $EJ = 2\sqrt{3}$ .  
 $= DJ$ .  
 $\therefore DE = 2\sqrt{3} - 2$ ,  $CE = 5 - 2\sqrt{3}$ .

$\therefore \angle EGF = 135^\circ$   
 $\therefore \angle EGC = 45^\circ$ .  
 $\therefore EG = \sqrt{2} CE = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$ .  
 $\therefore \frac{AD}{FG} = \frac{DE}{GE}$   
 $\therefore \frac{2\sqrt{2}}{FG} = \frac{2\sqrt{3} - 2}{5\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}$   
 $\frac{\sqrt{2}}{FG} = \frac{\sqrt{3} - 1}{5\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}$   
 $FG = \frac{10 - 4\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$   
 $FG = (5 - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 1)$   
 $= 5\sqrt{3} + 5 - 6 - 2\sqrt{3}$   
 $FG = 3\sqrt{3} - 1$

王冲 绿色笔记

数学萌萌说

上海新东方

## 参考答案

## 一. 选择题

1. A      2. C      3. D      4. B      5. D      6. A

## 二. 填空题

7. (0, -1)      8. 直线  $x=3$       9.  $y=-x^2+2$  (答案不唯一)      10.  $\frac{9}{2}$

11. 225      12. 1:16      13.  $\frac{1}{2}$       14. 12cm

15.  $\frac{3}{2}$       16.  $2 \leq r \leq 8$       17.  $\frac{1}{5}$  或  $\frac{4}{5}$       18. 2.5

## 三. 解答题

19.  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ .

20. 证明略.

21. (1)  $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ ; (2)  $\vec{DE} = -\frac{2}{9}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .22. (1)  $CF = \frac{9}{4}$ ; (2)  $\tan \angle D = \frac{1}{2}$ .

23. (1) 1:2.4; (2) 19.5 米.

24. (1)  $y = x^2 - 2x$ ,  $P(1, -1)$ ; (2)  $m = \frac{1}{2}$  或  $m = \frac{13}{2}$ .25. (1)  $DE = 1$ ; (2)  $AP = \frac{10 + \sqrt{13}}{3}$  (3)  $FG = 3\sqrt{3} - 1$ .

获取2019全市中考一模解析, 请添加小U老师并备注“行政区+年级+昵称”, 小U老师拉你进群哦~

特别感谢: 新东方初中数学组老师 徐艺晨, 唐雅馨, 程燕玲, 方耀辉