虹口区 2018 学年度第一学期期终学生学习能力诊断测试

初三数学　试卷　2019.01

一、选择题

1. 抛物线 $y=x^2-1$ 与 y 轴交点的坐标是（　）

A. $(-1,0)$　　B. （1,0）　　C. $(0,-1)$　　D. （0,1）

2. 如果抛物线 $y=(a+2)x^2$ 开口向下，那么 a 的取值范围为（　）

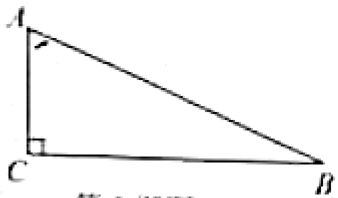
A. $a>2$　　B. $a<2$　　C. $a>-2$　　D. $a<-2$

3. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，∠C=90°，如果 AC=5，AB=13，那么 cosA 的值为（　）

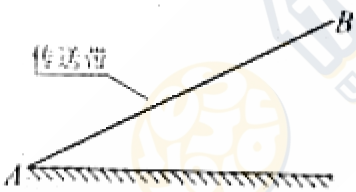
A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $\frac{12}{5}$　　D. $\frac{5}{12}$

4. 如图，传送带和地面所成斜坡 AB 的坡度为 1:2，物体从地面沿着该斜坡前进了 10 米，那么物体离地面的高度为（　）

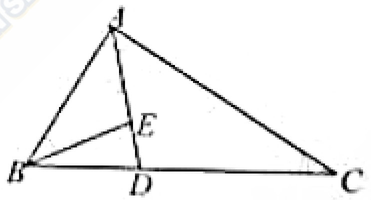
A. 5 米　　B. $5\sqrt{3}$ 米　　C. $2\sqrt{5}$ 米　　D. $4\sqrt{5}$ 米



第 3 题图



第 4 题图



第 6 题图

5. 如果向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反，且长度为 3，那么用向量 $\vec{e}$ 表示向量 $\vec{a}$ 为（　）

A. $\vec{a}=3\vec{e}$　　B. $\vec{a}=-3\vec{e}$　　C. $\vec{e}=3\vec{a}$　　D. $\vec{e}=-3\vec{a}$

6. 如图，在$\triangle ABC$ 中，AD 平分∠BAC 交 BC 于点 D，点 E 在 AD 上，如果∠ABE=∠C，AE=2ED，那么$\triangle ABE$ 与$\triangle ADC$ 的周长比为（　）

A. 1:2　　B. 2:3　　C. 1:4　　D, 4:9

二、填空题

7. 如果 $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$，那么 $\frac{a+b}{a}$ 的值为____________

8. 计算：$2\vec{a}-(3\vec{b}-\vec{a})=$____________

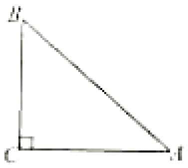
9. 如果抛物线 $y=ax^2+2$ 经过点（1,0），那么 a 的值为____________

10. 如果抛物线 $y=(m-1)x^2$ 有最低点，那么 m 的取值范围为____________

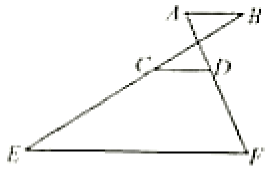
11. 如果抛物线 $y=(x-m)^2+m+1$ 的对称轴是直线 $x=1$，那么它的顶点坐标为____________

12. 如果点 $A(-5,y_1)$ 与点 $B(-2,y_2)$ 都在抛物线 $y=(x+1)^2+1$ 上，那么 y_1____ y_2（填“>”、“<”或“=”）

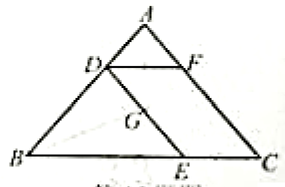
13. 如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，如果 $\sin A=\dfrac{2}{3}$，BC=4，那么 AB 的长为____________



第13题图



第14题图



第15题图

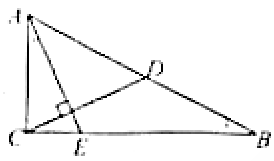
14. 如图，AB//CD//EF，点 C、D 分别在 BE、AF 上，如果 BC=6，CE=9，AF=10，那么 DF 的长为____________

15. 如图，在△ABC 中，点 G 为△ABC 的重心，过点 G 作 DE//AC 分别交边 AB、BC 于点 D、E，过点 D 作 DF//BC 交 AC 于点 F，如果 DF=4，那么 BE 的长为____________

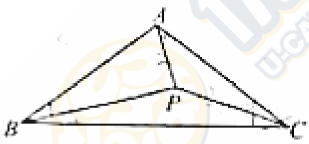
16. 如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，CD 为 AB 边上的中线，过点 A 作 AE⊥CD 交 BC 于点 E，如果 AC=2，BC=4，那么 cot∠CAE=____________

17. 定义：如果△ABC 内有一点 P，满足∠PAC=∠PCB=∠PBA，那么称点 P 为△ABC 的布罗卡尔点，如图，在△ABC 中，AB=AC=5，BC=8，点 P 为△ABC 的布罗卡尔点，如果 PA=2，那么 PC=____________

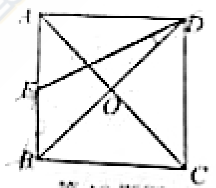
18. 如图，正方形 ABCD 的边长为 4，点 O 为对角线 AC、BD 的交点，点 E 为边 AB 的中点，△BED 绕着点 B 旋转至△BD_1E_1，如果点 D、E、D_1 在同一直线上，那么 EE_1 的长为____________



第16题图



第17题图



第18题图

三、解答题

19. 计算：$\dfrac{2\cos^2 30°-\sin 30°}{\tan^2 60°-4\cos 45°}$

20. 已知抛物线 $y=2x^2-4x-6$.

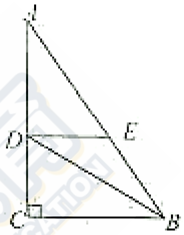
（1）请用配方法求出顶点的坐标；

（2）如果该抛物线沿 x 轴向左平移 $m\left(m>0\right)$ 个单位后经过原点，求 m 的值.

21. 如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，$\cot A=\dfrac{4}{3}$，BC=6，点 D、E 分别在边 AC、AB 上，且 DE//BC，$\tan\angle DBC=\dfrac{1}{2}$.

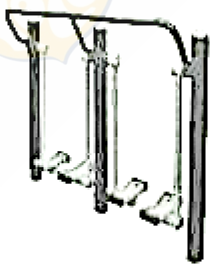
（1）求 AD 的长；

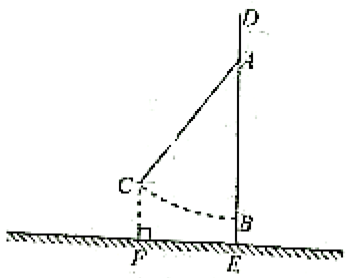
（2）如果 $\overrightarrow{AC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$.



第 21 题图

22. 如图 1 是小区常见的漫步机，当人踩在踏板上，握住扶手，像走路一样抬腿，就会带动踏板连杆绕轴旋转，如图 2，从侧面看，立柱 DE 高 1.8 米，踏板静止时踏板连杆与 DE 上的线段 AB 重合，BE 长为 0.2 米，当踏板连杆绕着点 A 旋转到 AC 处时，测得∠CAB=37°，此时点 C 距离地面的高度 CF 为 0.45 米，求 AB 和 AD 的长（参考数据：$\sin 37°\approx 0.60,\cos 37°\approx 0.80,\tan 37°\approx 0.75$）


第 22 题图 1

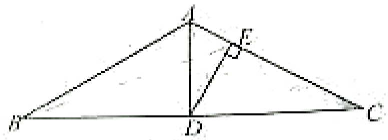


第 22 题图 2

23. 如图，在△ABC 中，AB=AC，D 是边 BC 的中点，DE⊥AC，垂足为点 E.

（1）求证：$DE\cdot CD=AD\cdot CE$；

（2）设 F 为 DE 的中点，联结 AF、BE，求证：$AF\cdot BC=AD\cdot BE$.

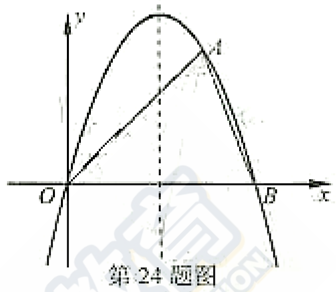


第 23 题图

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴相交于原点 O 和点 B（4,0），点 A（3，m）在抛物线上.

（1）求抛物线的表达式，并写出它的对称轴；

（2）求 tan∠OAB 的值.



第 24 题图

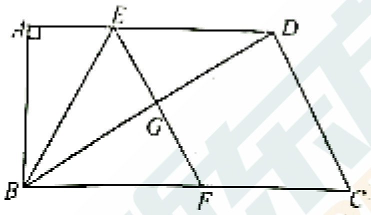
25. 如图，在四边形 ABCD 中 AD//BC，∠A=90°，AB=6，BC=10，点 E 为边 AD 上一点，将$\triangle ABE$ 沿 BE 翻折，点 A 落在对角线 BD 上的点 G 处，联结 EG 并延长交射线 BC 于点 F.

（1）如果 $\cos\angle DBC=\dfrac{2}{3}$，求 EF 的长；

（2）当点 F 在边 BC 上时，联结 AG，设 $AD=x$，$\dfrac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle BEF}}=y$，求 y 关于 x 的函数关系式

并写出 x 的取值范围；

（3）联结 CG，如果$\triangle FCG$ 是等腰三角形，求 AD 的长.

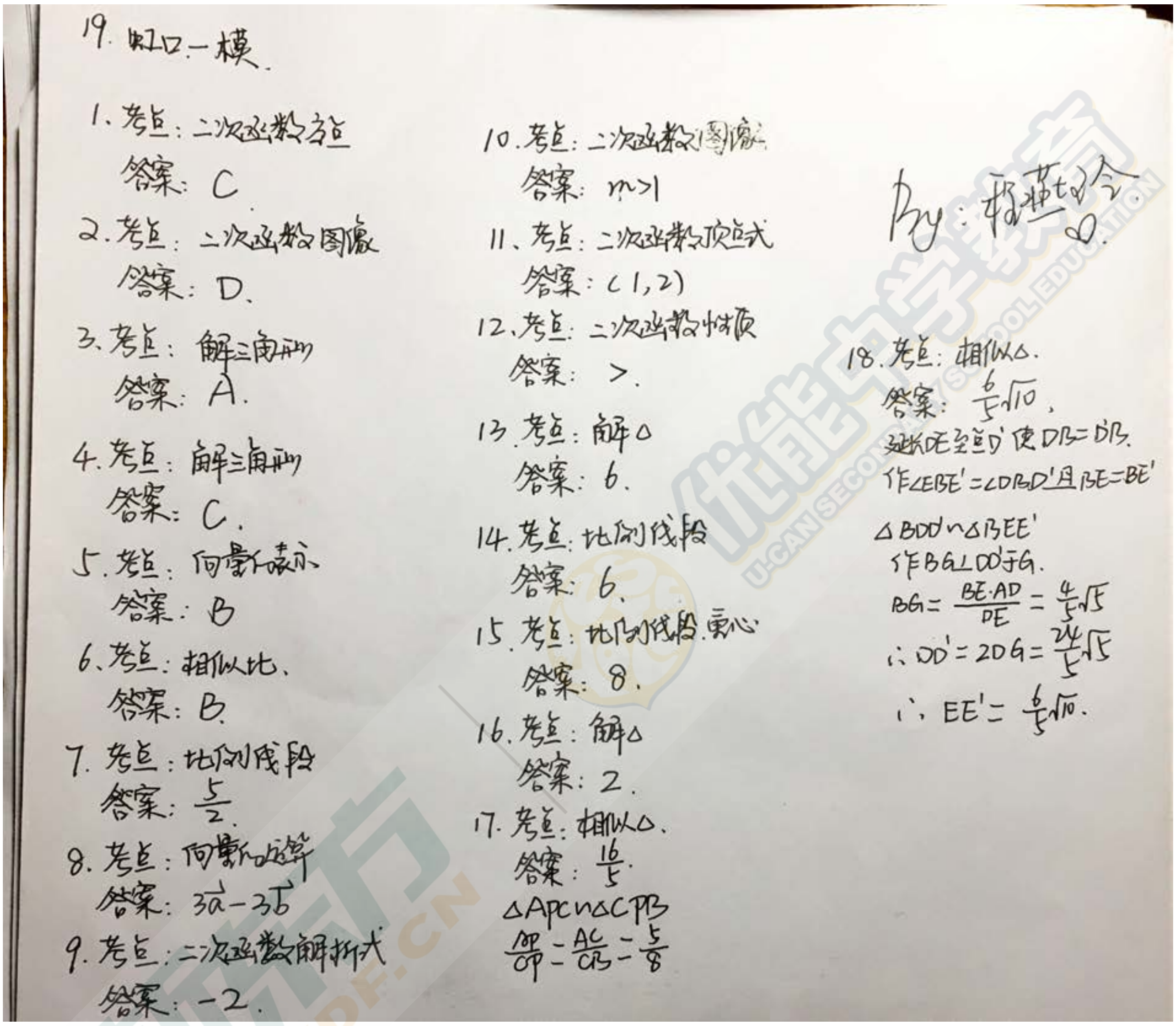


第 25 题图

第 25 题备用图

解析：

1-18 题整体考点和考题类型都是常见的，二次函数，解三角形，比例线段的基本概念考查分数很多，没有陷阱哦！18 题考查相似三角形和解三角形，相似的题目我们教材上讲解了很多，只要复习到位，这点添加辅助线和计算的难度都不算什么！



19. 虹口一模

1. 考点：二次函数顶点
答案：C
2. 考点：二次函数图像
答案：D
3. 考点：解三角形
答案：A
4. 考点：解三角形
答案：C
5. 考点：向量的表示
答案：B
6. 考点：相似比
答案：B
7. 考点：比例线段
答案：$\frac{5}{2}$
8. 考点：向量的运算
答案：$3\vec{a}-3\vec{b}$
9. 考点：二次函数解析式
答案：-2
10. 考点：二次函数图像
答案：$m>1$
11. 考点：二次函数顶点式
答案：$(1,2)$
12. 考点：二次函数性质
答案：$>$
13. 考点：解△
答案：6
14. 考点：比例线段
答案：6
15. 考点：比例线段、重心
答案：8
16. 考点：解△
答案：2
17. 考点：相似△
答案：$\frac{16}{5}$
$\triangle APC \sim \triangle CPB$
$\frac{AP}{CP}=\frac{AC}{CB}=\frac{5}{8}$

By：程燕妙

18. 考点：相似△
答案：$\frac{6}{5}\sqrt{10}$
延长 DE 至点 D' 使 $DB=D'B$
作 $\angle EBE'=\angle DBD'$ 且 $BE=BE'$
$\triangle BDD' \sim \triangle BEE'$
作 $BG\perp DD'$ 于 G
$BG=\frac{BE\cdot AD}{DE}=\frac{4}{5}\sqrt{5}$
$\therefore DD'=2DG=\frac{24}{5}\sqrt{5}$
$\therefore EE'=\frac{6}{5}\sqrt{10}$

虹口 19-22 题皆属常规题目，考点涉及到实数运算、二次函数、解三角形、平面向量和锐角三角比，难度不大，拿全分没问题啦！

虹口　　　　　　主讲：方耀辉

19. 考点：实数运算

解：原式 $=\dfrac{2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\frac{1}{2}}{(\sqrt{3})^2-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$=3+2\sqrt{2}$

20. 考点：二次函数

解：(1) $(1,-8)$

(2) $y=2x^2-4x-6=2(x-1)^2-8$

平移后抛物线为：$y=2(x+m-1)^2-8$

$(0,0)$ 代入得 $2(m-1)^2-8=0$

$m>0$，$\therefore m=3$

21. 考点：解三角形、平面向量

解：(1) $AC=BC\cdot\cot A=8$

$CD=BC\cdot\tan\angle DBC=3$

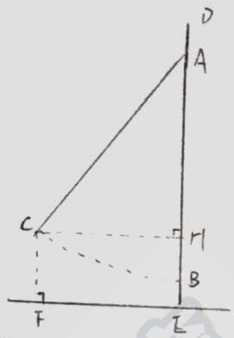
$\therefore AD=AC-CD=5$

(2) $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=-\vec{a}+\vec{b}$

$\dfrac{DE}{CB}=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{5}{8}$

$\therefore \overrightarrow{DE}=\dfrac{5}{8}\overrightarrow{CB}=\dfrac{5}{8}\vec{b}-\dfrac{5}{8}\vec{a}$

22. 考点：锐角三角比实际应用



解：作 $CH\perp AB$ 于 H

$AH=AC\cdot\cos\angle CAB=\dfrac{4}{5}AC$

$AB=AC$

$\therefore BH=AB-AH=\dfrac{1}{5}AC$

$\because BH=CF-BE=0.25$

$\therefore AC=\dfrac{5}{4}$ 米

$AB=AC=1.25$ 米

$AD=DE-AB-BE=0.35$ 米

虹口 23 三角形定位还是较容易的，解起来很快。24 题前两问没难度，第三问坐标的确定稍有些麻烦，相信熟解图形的你们也一定没问题的啦！

虹口：

考点：有公共边的A型

23. (1) ∵ $AB=AC$，D是中点，

∴ $\angle ADC=90°$

∵ $DE\perp AC$

∴ $\angle DEC=90°$

$\angle ADE+\angle EDC=\angle EDC+\angle C$

∴ $\angle ADE=\angle C$

$\triangle DAE \backsim \triangle CDE$

$\frac{DE}{CE}=\frac{AD}{CD}$

∴ $DE\cdot CD=AD\cdot CE$

(2) ∵ $\angle ADE+\angle EDC=90°$

$\angle EDC+\angle C=90°$

∴ $\angle ADE=\angle C$

∵ $\frac{DE}{CE}=\frac{AD}{CD}$

又∵ F是DE中点

∴ $DF=\frac{1}{2}DE$

∵ D是BC中点，

∴ $CD=\frac{1}{2}BC$

$\frac{2DF}{CE}=\frac{AD}{\frac{1}{2}BC}$

$DF\cdot BC=AD\cdot CE$

$\frac{DF}{CE}=\frac{AD}{BC}$

∴ $\triangle DFA \backsim \triangle CEB$

故 $AF\cdot BC=AD\cdot BE$

24、考点：二次函数解析式；锐角三角比；定角问题

主讲：陈露雅

(1) 由题意经过 $(0,0)$ 与 $(4,0)$

∴ 解析式为 $y=-x^2+4x$

对称轴为直线 $x=2$

(2) $A(3,3)$

过O作AB垂线，垂足为H.

过A作x轴垂线，垂足为C

$AC=3 \quad OB=4$

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot OB\cdot AC=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot OH$

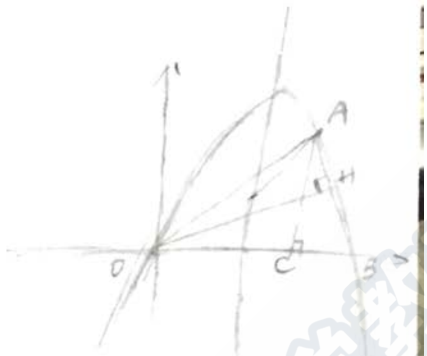
$4\times 3=\sqrt{10}\cdot OH$

$OH=\frac{6}{5}\sqrt{10}$

$AO=3\sqrt{2}$

$AH=\frac{3}{5}\sqrt{10}$

$\tan\angle OAB=\frac{OH}{AH}=2$



(3) 由 $\angle BAD=45^\circ$

∵ $\angle OAC=45^\circ$

∴ $\angle BAD=\angle OAC$

∴ $\angle BAD-\angle DAC=\angle OAC-\angle DAC$

即 $\angle OAD=\angle BAC$

令OA与对称轴交点为M.

过M作AD垂线，垂足为N.

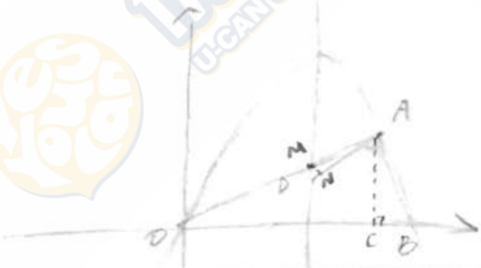
$\angle MAN=\angle BAC$

设 $MN=x$，则 $AN=3x$.

Rt△AMN中.

$AM^2=AN^2+MN^2$

$x=\frac{\sqrt{5}}{5}$



设 $D(2,m)$

$S_{\triangle ADM}=\frac{1}{2}\cdot DM\cdot h=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot MN$

$(2-m)\cdot 1=\sqrt{1+(3-m)^2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}$

$m=1$

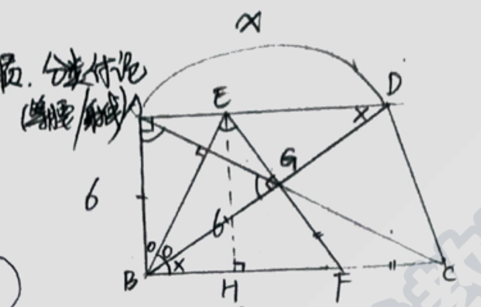
∴ $D(2,1)$

故 $D(2,1)$

虹口 25 题难度不小：第一小问还算温柔，用好翻折的性质和锐角三角比即可；第二问求面积比，容易联想到相似三角形“面积比等于相似比的平方”，进而尝试证明出两个三角形是相似的等腰三角形，最后再找出相似比；第三问看似是等腰三角形分类讨论，但注意到第 2.3 两小问潜台词的变化，实际上应从点在线段、射线的位置入手分类，分类、作图、列等量关系、计算都不容易啊!!

2018 虹口一模

25. 考点：翻折，锐角三角比，相似三角形性质，分类讨论（等腰/射线）



(图1)

答案：(1) 过 E 作 $EH \perp BC$ 于 H．

由翻折性质 $\angle EGB = \angle A = 90°$．

$\sin\angle EFB = \cos\angle DBC = \frac{2}{3}$

$\therefore EF = \frac{EH}{\sin\angle EFB} = \frac{6}{\frac{2}{3}} = 9$

(2) 易证 $\triangle BAG \backsim \triangle FBE$（等腰）．如图1

$\cos\angle x = \frac{AD}{BD} = \frac{x}{\sqrt{x^2+36}}$． $BG = BA = 6$．

$BF = \frac{BG}{\cos\angle x} = \frac{6}{\frac{x}{\sqrt{x^2+36}}} = \frac{6\sqrt{x^2+36}}{x}$

$\frac{S_{\triangle BAG}}{S_{\triangle FBE}} = \left(\frac{AB}{BF}\right)^2$ 即 $y = \frac{x^2}{x^2+36}$

临界 F．C 重合 即 $BF = BC = 10$

$\therefore \frac{6\sqrt{x^2+36}}{x} = 10 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$

$\therefore y = \frac{x^2}{x^2+36} \quad (x \geq \frac{9}{2})$

仙女棒

(3) ① F 在边 BC 上时．只能 $FG = FC$．

由(2)知 $BF = \frac{6\sqrt{x^2+36}}{x}$． $FG = FC = 10 - \frac{6\sqrt{x^2+36}}{x}$ 如图1

$\sin\angle x = \frac{AB}{BD} = \frac{6}{\sqrt{x^2+36}}$．

即 $\frac{FG}{BF} = \frac{6}{\sqrt{x^2+36}} \quad \therefore \frac{10 - \frac{6\sqrt{x^2+36}}{x}}{\frac{6\sqrt{x^2+36}}{x}} = \frac{6}{\sqrt{x^2+36}}$

化简得 $16x^2 - 180x = 0 \quad \therefore x = \frac{45}{4}$ 或 0（舍）．

② F 在 BC 延长线上时．只能 $CG = CF$．如图2

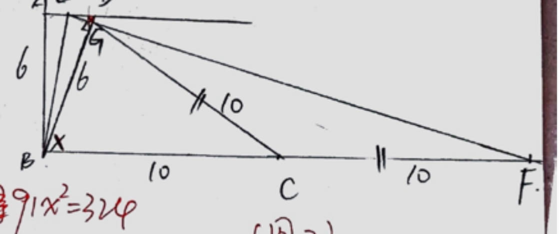
在 $Rt\triangle BDF$ 中 $GC = CF = BC = 10$． $BF = 20$．

$\cos\angle x = \frac{AD}{BD} = \frac{x}{\sqrt{x^2+36}}$．

即 $\frac{BG}{BF} = \frac{x}{\sqrt{x^2+36}} \quad \therefore \frac{6}{20} = \frac{x}{\sqrt{x^2+36}}$ 化简得 $91x^2 = 324$

解得 $x = \frac{18\sqrt{91}}{91}$

综上 AD 长为 $\frac{45}{4}$ 或 $\frac{18\sqrt{91}}{91}$



(图2)

特别感谢：新东方初中数学组老师 徐艺晨，唐雅馨，程燕玲，方耀辉，陈雪强