

2019 长宁区一模数学解析

长宁填空题质量还是很不错的，选择题第六题就会给同学们造成不小的判别困难。12 题的形式同学们有没有觉得很熟悉呢，即使用符号语言表达，它还是一道黄金分割题！17 的新定义和 18 的翻折难度适中，照顾到了学霸和不那么学霸的同学都（有可能）拿分，总的来说这是一份很棒的填空！

主讲：陈雪强 解析日期：2019/1/17

1. 考点：二次函数顶点

简析：B；

2. 考点：平行线分线段成比例

简析：D；

3. 考点：锐角三角比

简析：由题， $AB=3a \Rightarrow AC=2\sqrt{2}a$ ，故选 A；

4. 考点：平面向量

简析：D；

5. 考点：点与圆的位置关系

简析：由题意，B 在圆外，A 在圆内，故 $\sqrt{13} < r < 5$ ，选 B；

6. 考点：三角形

简析：D 中无法判定相似，无法确定垂直关系，故选 D；

7. 考点：比例性质

简析： $\frac{4}{5}$ ；

8. 考点：二次函数的图像性质

简析： $3-m < 0 \Rightarrow m > 3$ ；

9. 考点：相似三角形性质

简析：1:16；

10. 考点：边心距

简析： $3\sqrt{3}$ ；

11. 考点：平行线分线段成比例

简析： $\frac{9}{2}$ ；

12. 考点：黄金分割

简析： $AB = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \sqrt{5}+1$ ；

13. 考点：二次函数对称性

简析： $-1+5 = -2+k \Rightarrow k=6$ ；

14. 考点：锐角三角比的实际应用

简析： $2+2\sqrt{3}$ ；

15. 考点：圆与圆的位置关系

简析： $5-2\sqrt{5}$ or $5+2\sqrt{5}$ ；

16. 考点：解三角形

简析： $BD = \sqrt{7}, AD = 9, S = 9\sqrt{7}$ ；

17. 考点：新定义

简析： $\cot \angle ACP = \cot \angle A = \frac{12}{5}$ ；

18. 考点：翻折

简析：

如右图

易解 $AH = EG = AE = 4$

$BH = EF = 3$

设 $HP = x, BP = PF = 3+x$

$PG = 4-x, GF = 1$

$Rt\triangle PGF$ 中解得 $x = \frac{4}{7}, BP = \frac{25}{7}$ ；

如右图第二种情况

设 $NP = x$

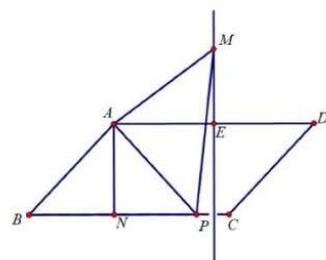
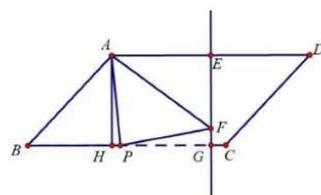
则 $MP = 3+x$

$MC = 7, PC = 4-x$

$Rt\triangle MPC$ 中 $x = 4$

$BP = 7$

综上 $BP = \frac{25}{7}$ or 7



长宁 19-22 题，考题常规，难度不大，涉及圆的那道题也是为了承载三角形。拿全分还是蛮轻松哒！

长宁 主讲：方耀辉

19. 考点：实数运算

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \sqrt{3} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \end{aligned}$$

20. 考点：平行线分线段成比例，和向量

解：(1) $\angle ACB = \angle CBF = \angle ABC$

$$\therefore AC = AB = 5$$

$$\frac{AC}{BD} = \frac{AE}{BE}$$

$$BD = \frac{15}{2}$$

$$(2) \vec{BE} = -\vec{EB} = -\vec{a}$$

$$\vec{EC} = \frac{2}{3}\vec{DE} = -\frac{2}{3}\vec{b}$$

$$\therefore \vec{BC} = \vec{BE} + \vec{EC} = -\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$$

21. 考点：解三角形

解：(1) 作 $OM \perp AB$ 于 M

$$AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(r+3)$$

$$\cos A = \frac{AM}{OA} = \frac{\frac{1}{2}(r+3)}{r} = \frac{4}{5}$$

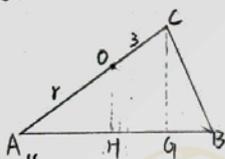
$$\text{解得：} r = 5$$

(2) 作 $CG \perp AB$ 于 G

$$CG = AC \cdot \sin A = \frac{24}{5}$$

$$AG = AC \cdot \cos A = \frac{32}{5}$$

$$\therefore BG = AB - AG = \frac{8}{5}$$



$$\begin{aligned} \therefore BC &= \sqrt{CG^2 + BG^2} \\ &= \frac{2\sqrt{10}}{5} \end{aligned}$$

22. 考点：锐角三角比实际应用

解：作 $CH \perp$ 直线 AB 于 H

$EG \perp$ 直线 AB 于 G

$$\tan \angle CBH = i = \frac{4}{3}$$

$$\sin \angle CBH = \frac{4}{5}$$

$$CH = BC \cdot \sin \angle CBH = 8 \text{ 米}$$

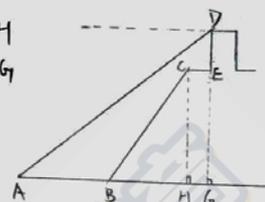
$$\therefore DG = DE + EG = 3 + 8 = 11 \text{ 米}$$

$$(2) AG = DG \cdot \cot 45^\circ \approx 13.09 \text{ 米}$$

$$BH = BC \cdot \cos \angle CBH = 6 \text{ 米}$$

$$BG = BH + HG = 6 + 2 = 8 \text{ 米}$$

$$\therefore AB = AG - BG \approx 5.1 \text{ 米}$$



23 题考查了斜 A 型和有公共边的斜 A 型，第二问注意通过相似三角形的对应角相等，观察出等腰三角形，从而将线段进行代换；24 题考查二次函数解析式，一次函数交点，面积问题，难度不大，关键在于观察出角度、平行关系，另外计算细心就好啦！！

2018 长宁一模

23. 考点: 斜 A 型, 有公共边的斜 A 型.

答案: (1) $\because AE \cdot AB = AD \cdot AC$ 即 $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$
 又 $\angle A$ 是公共角 $\therefore \triangle AED \sim \triangle ACB$
 $\therefore \angle FEB = \angle AED = \angle C$.

(2) $\because \frac{EB}{AB} = \frac{CD}{AC}$ 即 $\frac{EB}{AB} = \frac{CD}{AC}$
 又 $\angle FEB = \angle C + \angle BAC = \angle AED + \angle BAC = \angle CDF$
 $\therefore \triangle FEB \sim \triangle CDF \therefore \angle FEB = \angle C \therefore AF = AC$
 且 $\angle AFB = \angle C = \angle FEB$ 又 $\angle AFB$ 是公共角
 $\therefore \triangle AFB \sim \triangle FEB \therefore \frac{EF}{AF} = \frac{FB}{AB}$
 即 $EF \cdot AB = AF \cdot FB = AC \cdot FB$

24. 考点: 二次函数解析式, 一次函数(直线), 锐角三角比.

答案: (1) 设 $y = ax^2 + bx$, 易得 $A(4, 0)$.
 代入 A, B 得 $y = -x^2 + 4x$

(2) $\because PM \parallel OB \therefore \angle OPM + \angle BOP = 180^\circ$
 又 $\angle BOP = \angle AOB \therefore \angle OPM + \angle AOB = 180^\circ$
 $\therefore BM \parallel OA \therefore M(3, 3)$
 又 $OB: y = 3x \therefore$ 设 $PM: y = 3x + c$
 代入 $M(3, 3)$ 得 $c = -6 \therefore PM: y = 3x - 6$.
 联立直线 PM, AB 即 $\begin{cases} y = 3x - 6 \\ y = -x + 4 \end{cases} \therefore \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$
 $\therefore P(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$

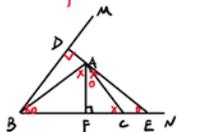
(3) 过 P 作 $PD \perp MC$ 于 D .
 易证 $\angle MPD = \angle BOA, \angle MNP = \angle CNA = \angle CAN = 45^\circ$
 $\therefore \tan \angle MPD = \tan \angle BOA = 3, NC = AC$
 设 $PD = ND = a$, 则 $MD = 3a, MN = 4a, S_{\triangle MPN} = 2a^2$
 $\therefore S_{\triangle ACN} = 2S_{\triangle MPN} = 4a^2$ 即 $\frac{1}{2} NC^2 = 4a^2$
 $\therefore NC = 2\sqrt{2}a \therefore \frac{MN}{NC} = \frac{4a}{2\sqrt{2}a} = \sqrt{2}$

仙女糖 ♡

第 25 题主要考了有公共边斜 A 型与斜 A 型，同时涉及一部分解三角形内容，第三问难度略大，估计不少同学只能望题兴叹！

2019 长宁一模

25. 提示：有公共边斜 A 型，解：角形，相似三角形法（从角入手）



10. $AF \perp BN$, $\therefore \angle E + \angle CAF = 90^\circ$
 $\therefore \angle CAF = \angle MBN = \angle BCA$
 $\therefore \angle B = \angle ABE$, $BE = BF = 16$
 $CF = 9$, $AF = 12$, $AC = 15$, $AB = 20$
 $\therefore BF = BE = 16$

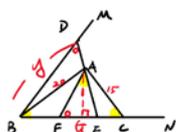
(2) $\triangle BED \sim \triangle AEF \sim \triangle CAF$
 $\therefore \frac{BD}{CF} = \frac{BE}{CA} \Rightarrow \frac{y}{25-x} = \frac{16}{15}$

$\therefore AF = BF \times CF \Rightarrow$ 求 AF^2

作 $AG \perp BC$, $AF^2 = FG^2 + AG^2$

$AF^2 = (16-x)^2 + 12^2 = x^2 - 32x + 400$

$\therefore EF = \frac{x^2 - 32x + 400}{25-x}$



$\therefore BE = BF + EF$
 $= -7x + 400$
 $= 25 - x$

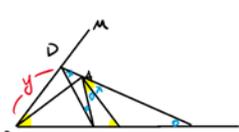
$\therefore y = \frac{400 - 7x}{15}$ ($0 < x < \frac{400}{7}$)

(3) $\triangle ADF \sim \triangle ACE$ 相似

$\therefore \angle FAE = \angle BCA$

$\therefore E$ 一定在 BC 的延长线上

证 $\angle DAF = \angle ACE$ (恒成立的)



I. 当 $\triangle ACE \sim \triangle DAF$
 证 $\angle ADF = \angle CAE$
 $\therefore DF \parallel AC$, $\therefore \triangle DBF$ 是等腰

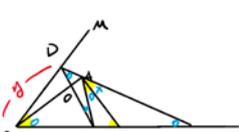
相似: $5:5=6$
 $\therefore \frac{y}{x} = \frac{5}{6}$ (斜边不成)

$\frac{20-14x}{5} = 5x$

$800 = 39x$

$x = \frac{800}{39}$

$\therefore y = \frac{200}{17}$



II. 当 $\triangle AOE \sim \triangle FAD$ 时
 $\therefore \angle ADF = \angle D$
 $\therefore \triangle AEF \sim \triangle BED$ (斜 A)

$\triangle AEF \sim \triangle BED$ (斜 A)
 $\triangle AEB \sim \triangle FED$ (斜 A)

$\therefore \angle AEC = \angle ADF = \angle E$

$\therefore \angle DBE + \angle E = 90^\circ$, 即 $DE \perp BD$

$\therefore \angle BDF = \angle DBF$, $\therefore \triangle BDF$ 是等腰

证三边关系 $5:5=6$
 $\frac{BD}{BF} = \frac{5}{5}$, $\frac{y}{x} = \frac{5}{5}$, $\therefore x = 16$, $y = \frac{96}{5}$



2019 全市中考一模解析，
 请添加小 U 老师并备注“行政区+年级+昵称”
 小 U 拉你入群哦~

特别感谢：新东方初中数学组老师 徐艺晨，唐雅馨，程燕玲，方耀辉，陈雪强