

理科数学

注意事项:

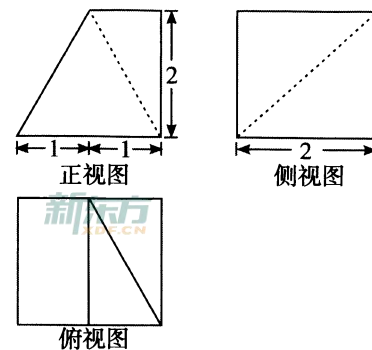
- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置.
- 全部答案在答题卡上完成,答在本试题上无效.
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案用 0.5 mm 黑色笔迹签字笔写在答题卡上.
- 考试结束后,将本试题和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 10\}$, $B = \{x | -2 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $(\mathbf{C}_{\mathbf{R}}A) \cap B =$
 A. $\{-1, 2\}$ B. $\{-2, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- 下列函数中既不是奇函数,又不是偶函数的是
 A. $y = x^3 - x$ B. $y = e^{x^2}$ C. $y = |\ln x|$ D. $y = \sin x$
- 已知复数 z 满足 $\frac{1+z}{1-z} = -2+i$ (i 为虚数单位), 则 $z =$
 A. $2+i$ B. $2-i$ C. $-2+i$ D. $-2-i$
- 某人连续投篮 6 次,其中 3 次命中,3 次未命中. 则他第 1 次、第 2 次两次均未命中的概率是
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$
- 已知直线 $l: 4x - 3y + 6 = 0$ 和抛物线 $C: y^2 = 4x$, P 为 C 上的一点,且 P 到直线 l 的距离与 P 到 C 的焦点距离相等,那么这样的点 P 有
 A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 无数个
- 已知函数 $f(x) = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 将其图象向左平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位长度之后得到的函数为偶函数,则 φ 的最小值是
 A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

7. 某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积是

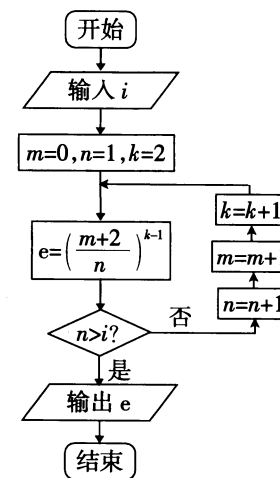
- $\frac{11}{3}$
- $\frac{13}{3}$
- $\frac{14}{3}$
- $\frac{16}{3}$



(第 7 题图)

8. 我们知道欧拉数 $e = 2.7182818284 \dots$, 它的近似值可以通过执行如图所示的程序框图计算. 当输入 $i = 50$ 时, 下列各式中用于计算 e 的近似值的是

- $\left(\frac{53}{52}\right)^{52}$
- $\left(\frac{52}{51}\right)^{51}$
- $\left(\frac{51}{50}\right)^{50}$
- $\left(\frac{50}{49}\right)^{49}$



(第 8 题图)

- 在正三角形 ABC 中, $AB = 2$, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$, 且 AD 与 BE 相交于点 O , 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$
 A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$
- $(2x - 3y)^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 的展开式中倒数第二项与倒数第三项的系数互为相反数, 则 $(3x - 2y)^n$ 展开式中各项的二项式系数之和等于
 A. 16 B. 32 C. 64 D. 128
- $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + c^2 - b^2)$, 周长为 6, 则 b 的最小值是
 A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. 3 D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- 设函数 $f(x) = \sqrt{\ln x + x - a}$ ($a \in \mathbf{R}$), 若曲线 $y = \cos x + 2$ 上存在点 (x_0, y_0) 使得 $f(f(y_0)) = y_0$, 则 a 的取值范围是
 A. $[\ln 3 - 6, 0]$ B. $[\ln 3 - 6, \ln 2 - 2]$
 C. $[2\ln 2 - 12, 0]$ D. $[2\ln 2 - 12, \ln 2 - 2]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

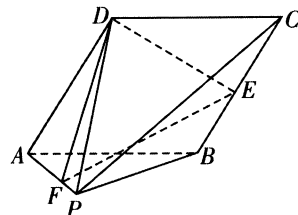
13. 已知 $\sin\alpha - 3\cos\alpha = 0$, 则 $\sin 2\alpha =$ ▲ .
14. 某次考试结束, 甲、乙、丙三位同学聚在一起聊天. 甲说: “你们的成绩都没有我高.” 乙说: “我的成绩一定比丙高.” 丙说: “你们的成绩都比我高.” 成绩公布后, 三人成绩互不相同且三人中恰有一人说得不对, 若将三人成绩从高到低排序, 则甲排在第 ▲ 名.
15. 若双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为 E 右支上一点, $|PF_1| = |F_1F_2|$, $\angle PF_1F_2 = 30^\circ$, $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 2, 则 $a =$ ▲ .
16. 已知空间直角坐标系中的四个点 $A(4, 1, 1), B(4, -2, -1), C(-2, -2, -1), D(-2, 1, -1)$. 经过 A, B, C, D 四点的球记作球 M . 从球 M 内部任取一点 P , 则点 P 落在三棱锥 $A-BCD$ 内部的概率是 ▲ .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)
在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_2 = 0, b_2 = 1$, 且 $a_3 = b_3, a_4 = b_4$.
- (1) 求 a_n 和 b_n ;
- (2) 求数列 $\{nb_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)
如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, 且 $\angle DAB = 60^\circ$, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, 点 E 为 BC 中点, 点 F 满足 $\overrightarrow{PF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FA}$, $AP = PB = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \sqrt{2}$.



(第 18 题图)

- (1) 求证: $PC \parallel$ 平面 DEF ;
- (2) 求二面角 $F-DE-B$ 的余弦值.

19. (12 分)
在一次高三年级统一考试中, 数学试卷有一道满分 10 分的选做题, 学生可以从 A, B 两道题目中任选一题作答. 某校有 900 名高三学生参加了本次考试, 为了了解该校学生解答该选做题的得分情况, 计划从 900 名考生的选做题成绩中随机抽取一个容量为 10 的样本, 为此将 900 名考生选做题的成绩按照随机顺序依次编号为 001~900.

(1) 若采用随机数表法抽样, 并按照以下随机数表, 以方框内的数字 5 为起点, 从左向右依次读取数据, 每次读取三位随机数, 一行读数用完之后接下一行左端. 写出样本编号的中位数;

05 26 93 70 60	22 35 85 15 13	92 03 51 59 77	59 56 78 06 83	52 91 05 70 74
07 97 10 88 23	09 98 42 99 64	61 71 62 99 15	06 5 1 29 16 93	58 05 77 09 51
51 26 87 85 85	54 87 66 47 54	73 32 08 11 12	44 95 92 63 16	29 56 24 29 48
26 99 61 65 53	58 37 78 80 70	42 10 50 67 42	32 17 55 85 74	94 44 67 16 94
14 65 52 68 75	87 59 36 22 41	26 78 63 06 55	13 08 27 01 50	15 29 39 39 43

- (2) 若采用系统抽样法抽样, 且样本中最小编号为 008, 求样本中所有编号之和;
- (3) 若采用分层抽样, 按照学生选择 A 题目或 B 题目, 将成绩分为两层, 且样本中 A 题目的成绩有 8 个, 平均数为 7, 方差为 4; 样本中 B 题目的成绩有 2 个, 平均数为 8, 方差为 1. 用样本估计 900 名考生选做题得分的平均数与方差.

20. (12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $Q(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 椭圆上的动点 P 与其短轴两端点连线斜率乘积为 $-\frac{1}{2}$.

- (1) 求椭圆 E 的方程;
- (2) 设 F_1, F_2 分别为 E 的左、右焦点, 直线 l 过点 F_1 且与 E 相交于 A, B 两点, 当 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = 2$ 时, 求 $\triangle ABF_2$ 的面积.

21. (12 分)

- 已知函数 $f(x) = (kx-1)e^x - k(x-1)$.
- (1) 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的切线斜率与 k 无关, 求 x_0 ;
- (2) 若 $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x) < 0$ 成立, 求整数 k 的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

- 在极坐标系中, 直线 $l: \rho \cos \theta = \sqrt{3}$, P 为直线 l 上一点, 且点 P 在极轴上方. 以 OP 为一边作正三角形 OPQ (逆时针方向), 且 $\triangle OPQ$ 面积为 $\sqrt{3}$.
- (1) 求 Q 点的极坐标;
- (2) 求 $\triangle OPQ$ 外接圆的极坐标方程, 并判断直线 l 与 $\triangle OPQ$ 外接圆的位置关系.

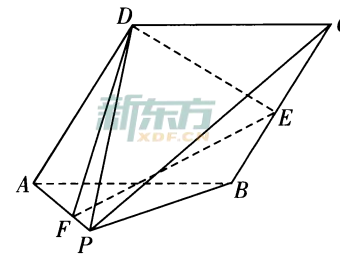
23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

- 已知函数 $f(x) = |x+1| - 2|x-1| + a$.
- (1) 当 $a=0$ 时, 解不等式 $f(x) \geq 0$;
- (2) 若二次函数 $y = -x^2 + 8x - 14$ 的图象在函数 $y = f(x)$ 的图象下方, 求 a 的取值范围.

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

续17

18. (12分)



请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

续18

19. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

答题卡类型: A

姓名

贴条形码区

准考证号

注意事项

- 1. 答题前, 考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号, 然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置... 2. 答选择题时, 必须使用2B铅笔填涂... 3. 答非选择题时, 必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写... 4. 保持答题卡清洁、完整... 5. 未按上述要求填写、答题, 影响评分质量, 后果自负

此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂左边的缺考标记

选择题 (用2B铅笔填涂)

- 1 | A | B | C | D | 6 | A | B | C | D | 11 | A | B | C | D |
2 | A | B | C | D | 7 | A | B | C | D | 12 | A | B | C | D |
3 | A | B | C | D | 8 | A | B | C | D |
4 | A | B | C | D | 9 | A | B | C | D |
5 | A | B | C | D | 10 | A | B | C | D |

非选择题 (用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写)

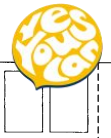
13. 14.

15. 16.

17. (12分)



请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效



考生姓名 准考证号末两位

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 22 23

(请考生在22、23两题中任选一题作答。注意:只能做所选定的题目。如果多做,则按所做的第一个题目计分。作答时请用2B铅笔将所选题号后的方框涂黑。)

选做题号 (10分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效