

秘密★启用前

2019 年高考考前适应性训练二 文科数学参考答案及解析

新东方

新东方

一、选择题

1. D 【解析】由 $1-m-3=1$ 解得 $m=-3$.

2. A 【解析】复数 $z = \frac{-2+i}{i} = 1+2i$, \therefore 复数 z 在复平面内对应的点为 $(1, 2)$, 在第一象限, 故选 A.

3. B 【解析】特称命题“ $\exists x_0 \in D, f(x_0)$ 成立”的否定为“ $\forall x \in D, f(x)$ 不成立”.

4. B 【解析】由抛物线的定义及平面几何知识可知, $A=90^\circ$, $\therefore \frac{1}{2}p^2=2, p=2$.

5. D 【解析】记圆与 x 轴, y 轴的正半轴交点分别为 A, B , 坐标原点为 O , 则 $A(2, 0), B(0, 2)$.

新易知 $\angle ACB=180^\circ$, 故圆在第一象限的面积为 $\pi+2$,

由几何概型计算公式可知, 所求概率为 $\frac{\pi+2}{2\pi}$.

6. D 【解析】函数 $y=x \ln x$ 与 $y=x^2+x$ 为非奇非偶函数, 排除 A 与 B; 函数 $y=\cos 2x$ 为偶函数, 故排除 C;

对于 D 选项, $f(-x)=e^{-x}-e^x=-f(x)$, $f(x)$ 为奇函数, 又 $y'=e^x+e^{-x}>0$. 因此在 $(0, 1)$ 上递增, 故选 D.

7. D 【解析】由题可知, 数列的通项公式为 $\frac{1}{3+6+9+\dots+3n} = \frac{1}{(3+3n)n} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n(n+1)} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$,

故其前 n 项和 $S_n = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{n}{n+1}$, 故 $S_{10} = \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{11} = \frac{20}{33}$.

8. A 【解析】 $\therefore x = \frac{1}{2}$, 当 $i=1$ 时, $x = -\frac{1}{3}$; 当 $i=2$ 时, $x = -2$; 当 $i=3$ 时, $x = 3$; 当 $i=4$ 时, $x = \frac{1}{2}$,

$\therefore x$ 的值周期出现, 周期为 4. $\therefore 2018$ 被 4 除余数为 2, $\therefore x = -2$.

9. C 【解析】由正视图可知, M 是 AD_1 的中点, N 在 B_1 处, Q 点是 C_1D_1 的中点, 可求得俯视图的面积为 $\frac{3}{2}$.

10. C 【解析】当平面 $ABC \perp$ 平面 ABD 时, 四面体的体积最大. 过 C 作 $CF \perp AB$, 垂足为 F ,

由于 AB 为球 O 的直径, 所以 $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$.

所以 $AD=2, BC=2\sqrt{2}, BD=2\sqrt{3}, AC=2\sqrt{2}, F$ 为 AB 的中点, CF 为四面体的高.

\therefore 四面体 $ABCD$ 体积的最大值为 $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \times 2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

11. B 【解析】根据题意, 可知符合题意的数为 $11_{(2)}, 110_{(2)}, 1100_{(2)}, \dots, 11000000_{(2)}$ 共 7 个, 化成十进制后, 它们可

以构成以 3 为首项, 2 为公比的等比数列, 故计算结果为 $3 \times \frac{1-2^7}{1-2} = 381$.

12. C 【解析】 $f(x) = \frac{x \ln x + a}{x+1}$ 只有一个零点, 即 $g(x) = x \ln x + a$ 只有一个零点, 又 $g'(x) = \ln x + 1$,

当 $x \in \left(0, \frac{1}{e} \right)$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 递减;

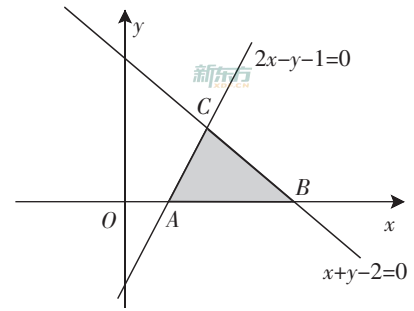
当 $x \in \left(\frac{1}{e}, +\infty \right)$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 递增;

$g(x)_{\min} = g\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e} + a$, 又当 $x \rightarrow 0$ 时, $g(x) \rightarrow a$, 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $g(x) \rightarrow +\infty$. $\therefore a$ 的取值范围为 $(-\infty, 0] \cup \left\{ \frac{1}{e} \right\}$.

二、填空题

13. 1 【解析】 $a \perp b$, 则 $a \cdot b = -2x + 2 = 0, \therefore x = 1$.

14. 3 【解析】作出不等式表示的平面区域(如图所示, 阴影部分):
其中 $C(1, 1)$, 当目标函数经过点 $C(1, 1)$ 时, $z = x + 2y$ 取得最大值为 3.



15. $[-\frac{3}{4}, 0]$ 【解析】 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3}) \cos(2x + \frac{\pi}{6}) = -\sin^2(2x - \frac{\pi}{3})$
 $= -\frac{1}{2} \cos(4x - \frac{2\pi}{3}) - \frac{1}{2}$.

可求得值域为 $[-\frac{3}{4}, 0]$.

16. $\frac{3}{2}$ 【解析】把 $y = \sqrt{3}b$ 代入 C 的方程得 $x = 2a, \therefore P(2a, \sqrt{3}b), F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$.

由双曲线的定义可知 $|PF_1| = 4a, |PF_2| = 2a,$

$\therefore \sqrt{(2a+c)^2 + 3b^2} = 4a, \sqrt{(2a-c)^2 + 3b^2} = 2a.$

即 $4a^2 + c^2 + 4ac + 3b^2 = 16a^2, 4a^2 + c^2 - 4ac + 3b^2 = 4a^2.$

两式相减得 $8ac = 12a^2, \therefore 2c = 3a.$

\therefore 双曲线 C 的离心率为 $\frac{3}{2}$.

三、解答题

(一) 必考题

17. 解: (1) 设 $\triangle BDC$ 与 $\triangle BDA$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 则 $S_1 = \frac{1}{2} BC \cdot BD \sin \angle CBD, S_2 = \frac{1}{2} BA \cdot BD \sin \angle ABD$ 2分

因为 BD 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle ABD = \angle CBD$ 4分

又因为 $BA = 2BC$, 所以 $S_2 = 2S_1, \therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$ 6分

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ$$

$$= 36 + 9 + 2 \times 3 \times 6 \times \frac{1}{2} = 63,$$

$\therefore AC = 3\sqrt{7}$ 9分

由(1)得 $\frac{AD}{DC} = \frac{S_1}{S_2} = 2,$

$\therefore DC = \sqrt{7}, AD = 2\sqrt{7}$ 12分

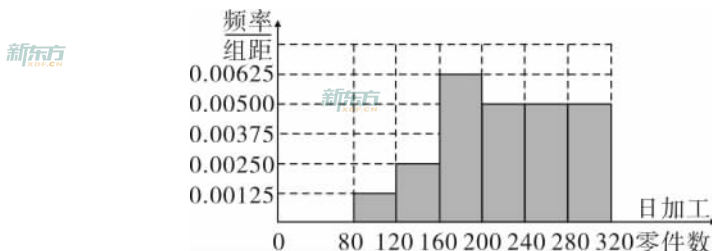
18. 解: (1) 记 3 名男工分别为 a, b, c , 2 名女工分别为 d, e , 则不同的取法为

$ab \quad ac \quad ad \quad ae \quad bc \quad bd \quad be \quad cd \quad ce \quad de$

共计 10 种, 其中带下划线的 6 种性别不同,

根据古典概型的概率计算公式, 所求概率为 $\frac{6}{10} = 0.6$ 6分

(2) 频率分布直方图如下图所示,



全体新员工的日加工零件数的平均数估计为

$$\frac{100 \times 5 + 140 \times 10 + 180 \times 25 + 220 \times 20 + 260 \times 20 + 300 \times 20}{100} = 220. \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

19. 解: (1) 当 $EM = \frac{1}{3}DE$ 时, $BE \parallel$ 平面 MAC . $\dots\dots\dots 2 \text{分}$

证明如下:

连接 BD , 交 AC 于 N , 连接 MN ,

由于 $AB = \frac{1}{2}CD$, 所以 $\frac{DN}{NB} = 2$.

所以 $MN \parallel BE$. $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

由于 $MN \subset$ 平面 MAC , 又 $BE \not\subset$ 平面 MAC ,

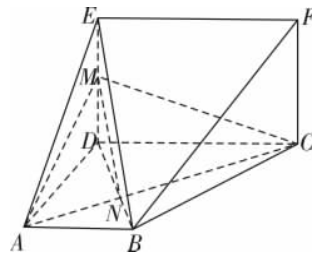
所以 $BE \parallel$ 平面 MAC . $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

(2) $\because CD \perp DA, CD \perp DE, DA \cap DE = D, \therefore CD \perp$ 平面 ADE .

又 \because 平面 $ABCD \perp$ 平面 $CDEF, AD \perp DC, \therefore AD \perp$ 平面 $CDEF, \therefore AD \perp DE$. $\dots\dots\dots 8 \text{分}$

设 $AB = a$, 则 $V_{E-MAC} = V_{C-MAE} = \frac{1}{3} \times CD \times S_{\triangle MAE} = \frac{1}{9} a^3$. $\dots\dots\dots 10 \text{分}$

所以 $\frac{1}{9} a^3 = 3$, 解得 $a = 3$. 因此 $AB = 3$. $\dots\dots\dots 12 \text{分}$



20. 解: (1) 由椭圆的定义可知 $|PF_1| + |PF_2| = 2a = 4$,

$$\therefore |PF_1| \cdot |PF_2| \leq \left(\frac{|PF_1| + |PF_2|}{2} \right)^2 = 4,$$

$\therefore |PF_1| \cdot |PF_2| \leq 4$, 当且仅当 $|PF_1| = |PF_2|$ 时等号成立. $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

(2) 不妨设 $P(x_0, y_0) (y_0 > 0), \therefore A_1(-2, 0), A_2(2, 0)$,

$$\therefore PA_1: y = \frac{y_0}{x_0+2}(x+2), \text{ 令 } x=4, \text{ 则 } y_E = \frac{6y_0}{x_0+2}.$$

$$PA_2: y = \frac{y_0}{x_0-2}(x-2), \text{ 令 } x=4, \text{ 则 } y_F = \frac{2y_0}{x_0-2}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$|EF| = y_E - y_F = \frac{6y_0}{x_0+2} - \frac{2y_0}{x_0-2} = \frac{4x_0y_0 - 16y_0}{x_0^2 - 4} = \frac{4y_0(x_0 - 4)}{-4y_0^2} = \frac{4 - x_0}{y_0} = 1, \therefore x_0 + y_0 = 4. \quad \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

把 $x_0 = 4 - y_0$ 代入 $x_0^2 + 4y_0^2 = 4$ 得 $5y_0^2 - 8y_0 + 12 = 0$.

$\therefore \Delta = 64 - 240 < 0, \therefore$ 点 P 不存在. $\dots\dots\dots 12 \text{分}$

21. 解: (1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

$$\text{若 } a=e, \text{ 则 } f(x) = e^x - \ln x, f'(x) = e^x - \frac{1}{x} = \frac{xe^x - 1}{x}.$$

令 $g(x) = xe^x$, 则 $g'(x) = (x+1)e^x > 0$,

$\therefore g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 又 $g(1) = e$,

当 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$;

故 $f(x)$ 的增区间为 $(1, +\infty)$, 减区间为 $(0, 1)$. $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

(2) $f'(x) = e^x - \frac{a}{x} = \frac{xe^x - a}{x}$, 由 (1) 可知 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上必有唯一零点, 设为 x_0 , 则 $x_0 e^{x_0} = a$.

当 $x \in (0, x_0)$ 时, $f'(x) < 0, f(x)$ 递减; 当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0, f(x)$ 递增; $\therefore f(x) \geq f(x_0) = e^{x_0} - \ln x_0$,

$$\text{又 } \because x_0 e^{x_0} = a, \therefore e^{x_0} = \frac{a}{x_0}, \text{ 另外, } \because x_0 = \frac{a}{e^{x_0}}, \therefore \ln x_0 = \ln a - x_0,$$

$$\therefore f(x) \geq f(x_0) = \frac{a}{x_0} + ax_0 - \ln a \geq 2\sqrt{\frac{a}{x_0} \cdot ax_0} - \ln a = a(2 - \ln a), \text{ 得证. } \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

(二) 选考题

22. 解: (1) 把 $x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta$ 代入曲线 C 的方程得

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0. \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 易知直线 l 的斜率存在, 可设直线 l 的方程为 $kx - y + \sqrt{2}k = 0 (k = \tan \alpha)$, 设圆心 $C(1, 1)$ 到直线 l 的距离为 d ,

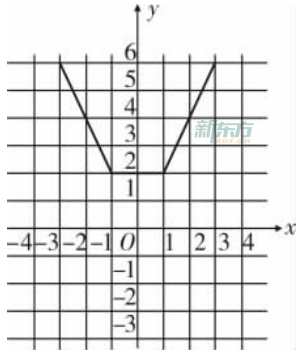
由直角三角形可知 $2=2\sqrt{2-d^2}$, $\therefore d=1$.

$$\therefore \frac{|k-1+\sqrt{2}k|}{\sqrt{k^2+1}}=1.$$

平方化简得 $(2\sqrt{2}+2)k^2=(2\sqrt{2}+2)k$, $\therefore k=0$ 或 $k=1$,

$\therefore \alpha=0$ 或 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 10分

23. 解:(1)



..... 5分

(2) 因为 $f(x)=|x-1|+|x-m| \geq |m-1|$,
又因为 $f(x)=|x-1|+|x-m| \geq |2m+1|-2$ 恒成立,
等价于 $|m-1| \geq |2m+1|-2$ 恒成立.

该不等式转化为 $\begin{cases} m \leq -\frac{1}{2}, & \text{或} & -\frac{1}{2} < m \leq 1, & \text{或} & m > 1, \\ -m-2 \leq 2, & & 3m \leq 2, & & m+2 \leq 2. \end{cases}$ 7分

解得 $-4 \leq m \leq -\frac{1}{2}$, 或 $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{2}{3}$, 或 $m \in \emptyset$,

综上所述可得 $-4 \leq m \leq \frac{2}{3}$ 10分