2019年高考考前适应性训练二

理科数学参考答案及解析

一、选择题

1. C 【解析】集合$A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x^2+x-2<0\}=\{x|-2<x<1\}$，$\therefore A\cap B=\{x|0<x<1\}$.

2. B 【解析】特称命题“$\exists x_0\in D,f(x_0)$成立”的否定为“$\forall x\in D,f(x)$不成立”.

3. A 【解析】设$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$夹角为θ，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=5-4\cos\theta=3$，则$\cos\theta=\frac{1}{2}$，$\therefore\theta=\frac{\pi}{3}$.

4. C 【解析】$\because\triangle OAB$是直角三角形，$\therefore\frac{b^2}{a}=c$. 即$a^2-c^2=ac$，$e^2+e-1=0$，解得$e=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

5. D 【解析】函数$y=x\ln x$与$y=x^2+x$为非奇非偶函数，排除A与B；函数$y=\sin 2x$在$\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$上递增，而在$\left(\frac{\pi}{4},1\right)$上递减，故排除C；对于D选项，$f(-x)=e^{-x}-e^{x}=-f(x)$，$f(x)$为奇函数，又$y'=e^x+e^{-x}>0$.因此在$(0,1)$上递增，故选D.

6. D 【解析】由正视图可知，M是AD_1的中点，N在B_1处，Q点是C_1D_1的中点，可求得俯视图的面积为$\frac{3}{2}$.

7. A 【解析】$\because x=\frac{1}{2}$，当$i=1$时，$x=-\frac{1}{3}$；当$i=2$，$x=-2$；当$i=3$时，$x=3$；当$i=4$时，$x=\frac{1}{2}$，
$\therefore x$的值周期出现，周期为4.$\because$2018被4除余数为2，$\therefore x=-2$.

8. C 【解析】设正方体的棱长为2，其体积为$V=8$，新几何体是由两个正四棱锥拼接而成的，每个正四棱锥的高为1，底面面积为2，几何体的体积$V_1=2\times\frac{1}{3}\times2\times1=\frac{4}{3}$，$\therefore$所求概率为$P=\frac{V_1}{V}=\frac{1}{6}$.

9. B 【解析】$f(x)=-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin x+\cos x=\frac{2}{\sqrt{3}}\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，$\because 0\leqslant x\leqslant\pi$，$\therefore\frac{\pi}{6}\leqslant x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{7}{6}\pi$，可得值域为$\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3},1\right]$.

10. C 【解析】把$y=\sqrt{3}b$代入C的方程得$x=2a$，$\therefore P(2a,\sqrt{3}b)$，$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$. 由双曲线的定义可知$|PF_1|=4a$，$|PF_2|=2a$，$\therefore\sqrt{(2a+c)^2+3b^2}=4a$，$\sqrt{(2a-c)^2+3b^2}=2a$. 即$4a^2+c^2+4ac+3b^2=16a^2$，$4a^2+c^2-4ac+3b^2=4a^2$.两式相减得$8ac=12a^2$，$\therefore 2c=3a$.$\therefore\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\therefore$双曲线$C$的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$.

11. B 【解析】根据题意，可知符合题意的数为$11_{(2)}$，$110_{(2)}$，$1100_{(2)}$，……，$11000000_{(2)}$，共7个，化成十进制后，它们可以构成以3为首项，2为公比的等比数列，故计算结果为$3\times\frac{1-2^7}{1-2}=381$.

12. A 【解析】$f(x)=e^{x+\frac{1}{a}}+e^{x-\frac{1}{a}}-2x-2=e^x\left(e^{\frac{1}{a}}+e^{-\frac{1}{a}}\right)-2x-2>2e^x-2x-2=2(e^x-x-1)\geqslant0$，$\therefore$函数$f(x)$没有零点.

二、填空题

13. $2\sqrt{2}$ 【解析】$z_1=i$，$z_2=2-i$，$\therefore z_1-z_2=-2+2i$.$\therefore|z_1-z_2|=2\sqrt{2}$.

14. 9 【解析】满足题意的入选方案可分为两类：
第一类，(1)班选2人，其余各班各选1人，此时入选方案数为$C_3^2C_2^1C_1^1=3\times2\times1=6$；
第二类，(2)班选2人，其余各班各选1人，此时入选方案数为$C_3^1C_2^2C_1^1=3\times1\times1=3$.
根据分类加法计数原理知，不同的入选方案共有6+3=9种.

15. $\frac{1009}{1010}$ 【解析】由题可知，数列的通项公式为$\frac{1}{2+4+6+\cdots+2n}=\frac{1}{\frac{(2+2n)n}{2}}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，故其前$n$项和$S_n=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$，故$S_{1009}=\frac{1009}{1010}$.

16. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 【解析】当平面$ABC\perp$平面ABD时，四面体的体积最大.过C作$CF\perp AB$，垂足为F，

由于AB为球O的直径，所以$\angle ADB=\angle ACB=90°$.

所以$AD=2, BC=2\sqrt{2}, BD=2\sqrt{3}, AC=2\sqrt{2}$，$F$为$AB$的中点，$CF$为四面体的高.

$\therefore$四面体$ABCD$体积的最大值为$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times2=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

三、解答题

(一)必考题

17. **解**：(1)设$\triangle BDC$与$\triangle BDA$的面积分别为S_1, S_2.

则$S_1=\frac{1}{2}CB\cdot BD\sin\angle CBD$, $S_2=\frac{1}{2}BA\cdot BD\sin\angle ABD$.

因为BD平分$\angle ABC$，所以$\angle ABD=\angle CBD$.

又因为$BA=2BC$，所以$S_2=2S_1$，即$\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$. …………………………………………………… 6分

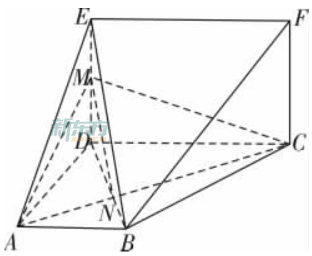
(2)设$BC=m$，则$BA=2m$.

由(1)得$\frac{AD}{DC}=\frac{S_2}{S_1}=2$，$\therefore AC=3\sqrt{7}$.

在$\triangle ABC$中，由余弦定理得$4m^2+m^2-2m\cdot2m\cos120°=63$.

$\therefore m=3$，$\therefore BC=3$. …………………………………………………… 12分

18. (1)**证明**：连接BD，交AC于N，连接MN，



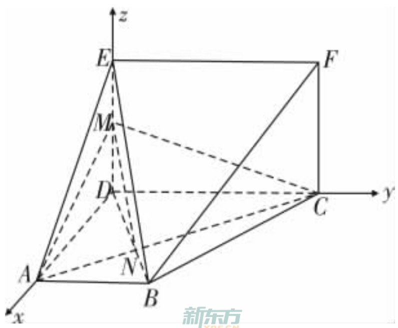
由于$AB=\frac{1}{2}CD$，所以$\frac{DN}{NB}=2$，

所以$MN\parallel BE$， …………………………………………………… 3分

由于$MN\subset$平面MAC，$BE\not\subset$平面MAC，

所以$BE\parallel$平面MAC. …………………………………………………… 5分

(2)**解**：因为平面$ABCD\perp$平面$CDEF$，$DE\perp CD$，所以$DE\perp$平面$ABCD$，可知AD, CD, DE两两垂直，分别以$\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}$的方向为$x, y, z$轴，建立空间直角坐标系$D-xyz$. …………………………………………………… 6分



设$AB=1$，则$C(0,2,0)$，$M\left(0,0,\frac{2}{3}\right)$，$F(0,2,1)$，$B(1,1,0)$，$A(1,0,0)$，

$\overrightarrow{MA}=\left(1,0,-\frac{2}{3}\right)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,2,0)$，

设平面MAC的法向量$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{MA}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\end{cases}$所以$\begin{cases}x-\frac{2}{3}z=0,\\ -x+2y=0.\end{cases}$

令$z=3$，得平面MAC的一个法向量$\boldsymbol{n}=(2,1,3)$，而$\overrightarrow{BF}=(-1,1,1)$， …………………………… 9分

设所求角为θ，则$\sin\theta=|\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{BF}\rangle|=\frac{\sqrt{42}}{21}$. …………………………………………… 11分

故直线BF与平面MAC所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{42}}{21}$. …………………………………………… 12分

19. **解**：(1)$l_1: y=x-1$，代入$y^2=4x$中得$x^2-6x+1=0$，

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=6$，$\therefore |AB|=x_1+x_2+2=8$. …………………………………… 4分

(2)设$A(x_1,y_1)(x_1>1, y_1>0)$，$B(x_2,y_2)$，

设$l_2: x=my+1$，代入$y^2=4x$得

$y^2-4my-4=0$，则$y_1y_2=-4$.

由$\triangle AMF\backsim\triangle BNF$及对称性得，

$\therefore \frac{S_{\triangle AMF}}{S_{\triangle NBF}}=\frac{|AF|^2}{|BF|^2}=\frac{y_1^2}{y_2^2}$， …………………………………………………… 8分

把$y_2=-\frac{4}{y_1}$代入上式得$\frac{S_{\triangle AMF}}{S_{\triangle NBF}}=\frac{1}{16}y_1^4$.

令$\frac{1}{16}y_1^4=4$，解得$y_1=2\sqrt{2}$，$x_1=2$，

$\therefore l_1$：$2\sqrt{2}x-y-2\sqrt{2}=0$，同理l_2：$2\sqrt{2}x+y-2\sqrt{2}=0$. …………………………………… 12分

20. **解**：（1）根据题意，$c=\frac{100-2a-b}{3}=15$，故员工日加工零件数达到240及以上的频率为$\frac{2c}{100}=0.3$，

所以相应概率可视为0.3，

设抽取的2名员工中，加工零件数达到240及以上的人数为Y，则$Y\sim B(2,0.3)$，

故所求概率为$C_2^1\times0.3\times(1-0.3)=0.42$. …………………………………… 4分

（2）根据后三组数据对应频率分布直方图的纵坐标为0.005，可知$\frac{\frac{c}{100}}{40}=0.005$，解得$c=20$，

因此$b=100-2a-3\times20$，故根据频率分布直方图得到的样本平均数估计值为

$\frac{100a+140a+180\times(40-2a)+220\times20+260\times20+300\times20}{100}=222$，

解得$a=5$，进而$b=30$，故$a=5$，$b=30$，$c=20$. …………………………………… 8分

（3）由已知可得X的可能取值为20，30，50，且$P(X=20)=0.2$，$P(X=30)=0.4$，$P(X=50)=0.4$.

$\therefore X$的分布列为：

X	20	30	50
P	0.2	0.4	0.4

$\therefore EX=0.2\times20+0.4\times30+0.4\times50=36$. …………………………………… 12分

21. **解**：（1）当$a=-4$时，$f'(x)=x-2-\frac{3}{x}=\frac{x^2-2x-3}{x}(x>0)$，…………………………………… 1分

则由$f'(x)>0$，得$x>3$，由$f'(x)<0$得，$0<x<3$；

$\therefore f(x)$的增区间为$(3,+\infty)$，减区间为$(0,3)$. …………………………………… 5分

（2）由题意得$x-2+\frac{a+1}{x}>\ln^2x$恒成立，即$a+1>x\ln^2x-x^2+2x$恒成立，

令$h(x)=x\ln^2x-x^2+2x$，则$h'(x)=\ln^2x+2\ln x-2x+2$，…………………………………… 7分

令$t(x)=h'(x)$，则$t'(x)=\frac{2\ln x}{x}+\frac{2}{x}-2=\frac{2(\ln x+1-x)}{x}$，

令$\varphi(x)=\ln x+1-x$，则$\varphi'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$.

$\therefore$当$x\in(0,1)$时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$递增；

当$x\in(1,+\infty)$时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$递减，

$\therefore\varphi(x)\leqslant\varphi(1)=0$.

$\therefore t'(x)\leqslant0$，

$\therefore h'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，又$h'(1)=0$，

当$x\in(0,1)$时，$h'(x)>0$，$h(x)$递增；当$x\in(1,+\infty)$时，$h'(x)<0$，$h(x)$递减；…………………… 11分

$\therefore h(x)_{max}=h(1)=1$，故$a>0$. …………………………………… 12分

（二）选考题

22. **解**：（1）把$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$代入曲线C的方程得

$x^2+y^2-2x-2y=0$. …………………………………… 4分

（2）易知直线l的斜率存在，可设直线l的方程为$kx-y+\sqrt{2}k=0(k=\tan\alpha)$，设圆心$C(1,1)$到直线$l$的距离为$d$，

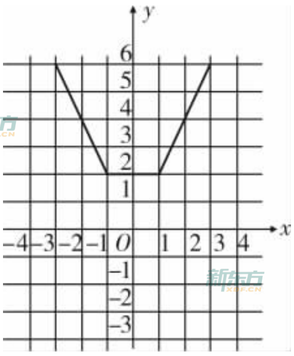
由直角三角形可知$2=2\sqrt{2-d^2}$，$\therefore d=1$.

$\therefore\frac{|k-1+\sqrt{2}k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$.

平方化简得$(2\sqrt{2}+2)k^2=(2\sqrt{2}+2)k$，$\therefore k=0$或$k=1$，

$\therefore \alpha=0$或$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$. …………………………………………………………………… 10分

23. **解**：(1)



…………………………………………………………………………………………………… 5分

(2)因为$f(x)=|x-1|+|x-m|\geqslant|m-1|$，

所以不等式$f(x)=|x-1|+|x-m|\geqslant|2m+1|-2$成立，

等价于$|m-1|\geqslant|2m+1|-2$成立.

该不等式转化为$\begin{cases}m\leqslant-\dfrac{1}{2},\\-m-2\leqslant2,\end{cases}$ 或$\begin{cases}-\dfrac{1}{2}<m\leqslant1,\\3m\leqslant2,\end{cases}$ 或$\begin{cases}m>1,\\m+2\leqslant2.\end{cases}$

解得$-4\leqslant m\leqslant-\dfrac{1}{2}$，或$-\dfrac{1}{2}<m\leqslant\dfrac{2}{3}$，或$m\in\varnothing$，

综上可得$-4\leqslant m\leqslant\dfrac{2}{3}$. …………………………………………………………………… 10分