太原市2019年初中毕业班综合测试（一）

数　学

一、选择题（本大题共10题，每小题3分，共30分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请选择并在答题卡上将该项涂黑）

1.计算“-2019+2018”的结果是

A.　-1　　　B.1　　　C.-4037　　　D.4037

【答案】A

【考点】实数的加减运算

【解析】-2019+2018=2018-2019=-1

2.下列各项调查中，最适合用全面调查（普查）的是

A.了解国内外观众对电影《流浪地球》的观影感受

B.了解太原市九年级学生每日睡眠时长

C.“长征$-3B$火箭”发射前，检查其各零部件的合格情况

D.检测一批新出厂的手机的使用寿命

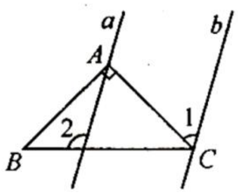
【答案】C

【考点】调查方式

【解析】A、B、D均应使用抽样调查，C应选择普查.

3.如图，含45°角的三角板的直角顶点A在直线a上，顶点C在直线b上.若$a \parallel b$，$\angle 1 = 60°$，则$\angle 2$的度数为

A.$95°$　　　B.$105°$　　　C.$110°$　　　D.$115°$



【答案】B

【考点】平行线的性质

【解析】解：$\because a \parallel b$，$\angle 1 = 60^\circ$

又$\because \angle ACB = 45^\circ$

$\therefore \angle 2 = \angle 1 + \angle ACB = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$

4.2018 年我省着力提高能源供给体系质量，推动煤炭产业走“减、优、绿”的路子，全省煤炭先进产能占比达到 57%，建成“两交一直”特高压输电通道，外送能力达到 3830 万千瓦.数据“3830 万千瓦”用科学记数法表示为

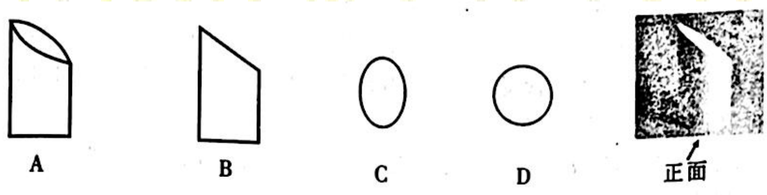
A. 3830×10^{4} 千瓦　B. 383×10^{5} 千瓦　C. 0.383×10^{8} 千瓦　D. 3.83×10^{7} 千瓦

【答案】D

【考点】科学记数法

【解析】3830万千瓦$=3.83\times10^{3}\times10^{4}$千瓦$=3.83\times10^{7}$千瓦.

5.由木炭，铅笔，钢笔等，以线条来画出物象明暗的单色面，称作素描.如图是素描初学者常用的一种石膏几何体，该几何体的形状可以看成是用一个平面截圆柱体得到的，它的俯视图是



【答案】D

【考点】俯视图

6.下列运算正确的是

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$　　B. $\sqrt{25} = \pm 5$　　C. $2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$　　D. $(a+1)(a-2) = a^2 - 2$

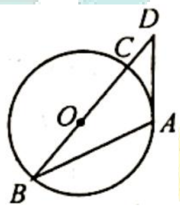
【答案】C

【考点】实数运算

【解析】A：$a^2 \cdot a^3 = a^5$；B：$\sqrt{25} = 5$；D：$(a+1)(a-2) = a^2 - a - 2$.

7.如图，过⊙O 上一点 A 作⊙O 的切线，交直径 BC 的延长线与点 D，连接 AB，若∠B=25°，则∠D 的度数为

A.25°　　B.40°　　C.45°　　D.50°



【答案】B

【考点】圆的相关计算

【解析】连接 OA，∵∠B=25°∴∠AOD=50°

∵AD 与⊙O 相切∴∠OAD=90°∴∠D=90°-∠AOD=40°.

8.计算 $\frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2}$ 的结果为

A. $\frac{1}{a-2}$　　B. $\frac{1}{a+2}$　　C. $a-2$　　D. $a+2$

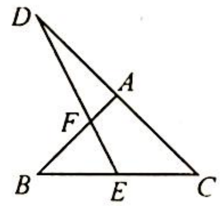
【答案】B

【考点】分式化简

【解析】$\frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2} = \frac{2a}{(a+2)(a-2)} - \frac{a+2}{(a+2)(a-2)} = \frac{2a-(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2a-a-2}{(a+2)(a-2)} = \frac{1}{a+2}$.

9.如图，ΔABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，延长 CA 至点 D，使 AD=AC，点 E 是 BC 的中点，连接 DE 交 AB 于点 F，则 AF：FB 的值为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



【答案】A

【考点】相似

【解析】延长 FE 至点 H 使得 EF=EH，∵E 是 BC 中点∴BE=CE

在ΔBEF 和ΔCEH 中，BE=CE，∠BEF=∠CEH，EF=EH

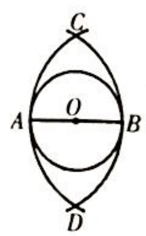
∴ΔBEF≌ΔCEH（SAS）∴BF=CH，∠B=∠ECH=45°

∵∠BAC=90°，AB=AC∴∠B=∠ACB=45°∴∠ACH=90°

∴AF∥CH∴ΔDFA∽ΔDHC

∴AF：CH=AD：CD=1：2∴AF：FB=1：2.

10.德国数学家高斯在大学二年级时得出了正十七边形是尺规作图法，并给出了可用尺规作图的正多边形的条件.下面是高斯正十七边形作法的一部分："如图，已知 AB 是圆 O 的直径，分别以 A,B 为圆心、AB 长为半径作弧，两弧交于点 C,D 两点…"．若 AB 长为 2，则图中弧 $\overset{\frown}{CAD}$ 的长为（　　）



A. $\frac{1}{3}\pi$　　B. $\frac{2}{3}\pi$　　C. $\frac{4}{3}\pi$　　D. $\frac{8}{3}\pi$

【答案】C

【考点】弧长公式和等边三角形判定

【解析】连接 CA.CB.以点 A 为圆心，AB 长为半径，则 AC=AB，同理得 BC=BA,

所以 CA=CB=AB,得△ABC 为等边三角形，所以∠ABC=60°，所以由弧长公式得弧

$\overset{\frown}{AC}=\frac{2}{3}\pi$ ，同理可得弧 $\overset{\frown}{AD}=\frac{2}{3}\pi$ ，则弧 $\overset{\frown}{CAD}=\frac{4}{3}\pi$.

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

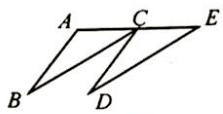
11.如图是一个正五边形形状的飞镖游戏板，被分成大小相等的五份，分别标有数字 1，2，3，4，5，向游戏板随机投掷一次飞镖（当飞镖投掷在分割线上时，则重投一次），击中的区域中所标数字恰好为奇数的概率是________.

(第 11 题图)

【答案】$\frac{3}{5}$

【考点】概率

12.如图，△ABC 沿射线 AC 的方向平移，得到△CDE.若 AE=6，则 B,D 两点的距离为_______.



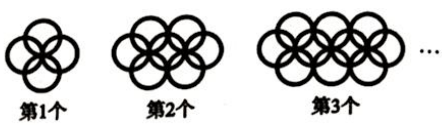
(第 12 题图)

【答案】3

【考点】平移的性质

【解析】由平移得 AC=CE=$\frac{1}{2}$AE=3，则 BD=3.

13.如图是一组有规律的图案，它们由半径相同的圆形组成，依此规律，第 n 个图案中有___个圆形（用含有 n 的代数式表示）.



(第 13 题图)

【答案】（3n+1）

【考点】规律

【解析】由图知第一个图有 4 个圆，第二个图有 7 个圆，第三个图有 10 个圆。则观察可知第一个图有（3+1）个圆，第二个图有（2×3+1）个圆，第三个图有（3×3+1）个圆，以此类推第 n 个图案有（3n+1）个圆形。

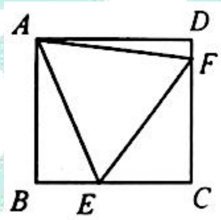
14.从 2019 年 3 月 26 日开始，由支付宝给信用卡还款将开始收取服务费.据规定，每月还款 2000 元及以内不收费，超过 2000 元的部分将按照 0.1%的比例来收取服务费.按此规定，小李下期通过支付宝给信用卡还款将支付 5 元的服务费.若小李此次还款总额为 x 元，则 x 满足的方程为________.

【答案】(x-2000)×0.001=5

【考点】一元一次方程应用

【解析】由题意可知超过 2000 元的部分将按照 0.1%的比列来收取服务费，小李需付 5 元，则(x-2000)×0.001=5.

15.如图，在矩形 ABCD 中，点 E,F 分别在 BC,CD 边上，且 CE=3，CF=4.若△AEF 是等边三角形，则 AB 的长为________.



【答案】$\frac{4+3\sqrt{3}}{2}$

【考点】勾股定理

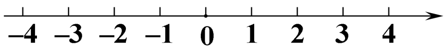
【解析】设 AB=x,BE=y,由矩形 ABCD 得 DF=x-4，AD=BC=y+3，在 Rt△ADF 中 $AD^2+DF^2=AF^2$ 即 $(y+3)^2+(x-4)^2=25$ 同理得在 Rt△ABE 中 $x^2+y^2=25$，求解得 $x=\frac{4+3\sqrt{3}}{2}$.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 75 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16.（本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

（1）计算：$\left|\sqrt{3}-2\right|+2019^{0}-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+3\tan 30^{0}$

（2）解不等式组：$\begin{cases}2x+5\le 3(x+2),\\ \frac{x-1}{2}<\frac{x}{3},\end{cases}$ 并将其解集表示在如图所示的数轴上.



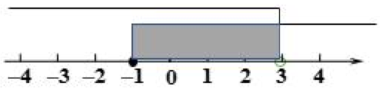
【答案】（1）-1；（2）-1≤x＜3

【考点】本题考查了实数的运算，一元一次不等式的解法及解集的表示.

【解析】（1）原式= $2-\sqrt{3}+1-4+\sqrt{3}$ =-1

（2）解：由①得 x≥-1；由②得 x＜3

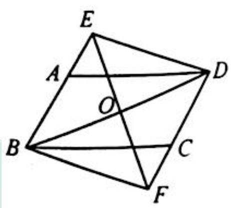
∴原不等式的解集为-1≤x＜3



17.（本题 6 分）如图，点 E，F 分别在平行四边形 ABCD 的边 BA,DC 的延长线上，

连接 EF，交对角线 BD 于点 O，已知 OE=OF.

求证：四边形 EBFD 是平行四边形.



【考点】全等三角形性质与判定；平行四边形性质与判定

【解析】证明：∵四边形 ABCD 是平行四边形；∴AB∥CD

∴∠EBO=∠FDO；在△EBO 和△FDO 中

$$\begin{cases}\angle EBO=\angle FDO\\ \angle BOE=\angle DOF\\ OE=OF\end{cases}$$

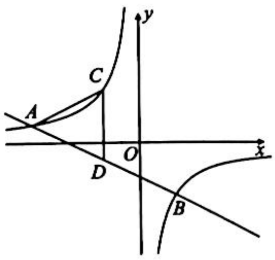
∴△EBO≌△FDO(AAS)；∴∠BEO=∠DFO 且 BE=DF

∴BE∥DF；∴四边形 EBFD 是平行四边形

18.（本题 7 分）平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像与一次函数 $y=-\frac{1}{2}x-2$ 的图像交与 A（-6，m）,B（n,-3）两点，点 C 与点 B 关于原点对称，过点 C 作 x 轴的垂线交直线 AB 于点 D.

（1）求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的表达式及点 C 的坐标；

（2）求△ACD 的面积.



【答案】（1）点 C 为（-2，3）；（2）△ACD 的面积为 8.

【考点】反比例函数与一次函数综合应用

【解析】

解：（1）∵A、B 位于直线 AB 上

∴把点 A（-6，m）,B（n,-3）代入 $y=-\frac{1}{2}x-2$ 中得：A（-6，1）,B（2,-3）

∴$y=-\frac{6}{x}$ ∵点 C 与点 B 关于原点对称∴点 C 为（-2，3）

（2）∵CD⊥x 轴

∴C、D 横坐标相同且点 D 在直线 AB 上

令 x=-2，则 y=-1

∴D（-2，-1）∴$S_{\triangle ACD}=\frac{(y_c-y_d)(x_c-x_a)}{2}=8$

19、（本题 10 分）学校组织首届“数学文化节”活动，旨在引导同学们感受数学魅力、提

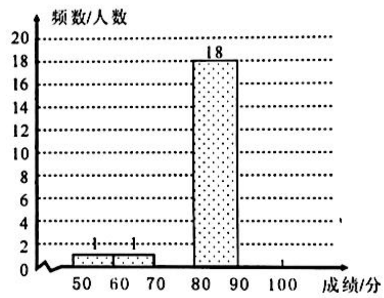
升数学素养。活动中，七年级全体同学参加了“趣味数学知识竞赛”。

收集数据：现随机抽取七年级中 40 名同学“趣味数学知识竞赛”的成绩，如下（单位：分）：

75 85 75 80 75 75 85 70 75 90 75 80 80 70 75 80 85 80 80 95
95 75 90 80 70 80 95 85 75 85 80 80 70 80 75 80 80 55 70 60

整理分析：小彬按照如下表格整理了这组数据，并绘制了如下的频数直方图。

成绩 x(单位:分)	频数(人数)
$50\leq x<60$	1
$60\leq x<70$	1
$70\leq x<80$	
$80\leq x<90$	18
$90\leq x<100$	



（1）请将图表中空缺的部分补充完整，并说明这 40 名同学“趣味数学知识竞赛”的成绩分布情况（写出一条即可）；

（2）这 40 名同学的“趣味数学知识竞赛”成绩的中位数是_______分；

问题解决：

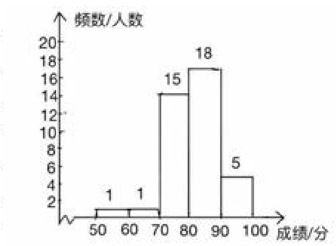
（3）“数学文化节”组委会决定，给“趣味数学知识竞赛”成绩在 90 分及 90 分以上的同学授予“数学之星”称号。根据上面统计结果估计该校七年级 560 人中，约有多少人将获得“数学之星”称号？

（4）“数学文化节”中，获得“数学之星”称号的小颖得到了 A，B，C，D 四枚纪念章（除头像外完全相同）。如图所示，四枚纪念章上分别印有四位数学家的头像。她将纪念章背面朝上放在桌面上，然后从中随机选取两枚送给妹妹。求小颖送给妹妹的两枚纪念章中恰好有一枚印有华罗庚头像的概率。（提示：答题时可用序号 A，B，C，D 表示相应的纪念章）

【考点】统计与概率

【解析】（1）

成绩 x（单位：分）	频数（人数）
50≤x<60	1
60≤x<70	1
70≤x<80	15
80≤x<90	18
90≤x<10	5



分布情况：成绩在 80~90 分之间的人最多（答案不唯一）

（2）80;

（3）$560\times\frac{5}{40}=70$（人）答：七年级 560 人中，约有 70 人将获得“数学之行称号”．

（4）

	A	B	C	D
A		（A,B）	（A,C）	（A,D）
B	（B,A）		（B,C）	（B,D）
C	（C,A）	（C,B）		（C,D）
D	（D,A）	（D,B）	（D,C）	

由表格可知，共有 12 种等可能的情况，其中抽到印有华罗庚头像的纪念章的情况有 6 种，

故抽到印有华罗庚头像的纪念章的概率为 P= $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ ．

20、（本题 9 分）S56 太原——古交高速公路全长 23.4 千米，是山西省高速公路网规划的太原区域环的重要组成部分。施工中，工人们穿越煤层区、采空区等不良地质带，克服了多种危险因素，使得天堑变通途。这段公路建有 2 座隧道（分别是西山特长隧道和西山 2 号隧道），它们总长达 15 千米。其中，特长隧道的长度

比西山 2 号隧道长度的 9 倍还多 1 千米。

（1）求西山特长隧道与西山 2 号隧道的长度；

（2）某日，小王驾车经 S56 太原——古交高速从古交到太原。他 7:28 进入高速，计划出高速口的时间不超过 7:50.按照他的驾车习惯，在隧道内的平均速度为 60 千米/时，则他在非隧道路段的平均车速至少为多少千米/时？

【答案】（1）西山特长隧道长 13.6 千米，西山 2 号隧道长 1.4 千米。

（2）他在非隧道路段的平均车速至少为 72 千米/时。

【考点】一元一次方程、不等式

【解析】（1）解：设西山 2 号隧道长 x 千米，则西山特长隧道长（9x+1）千米。

x+（9x+1）=15

解得：x=1.4， 9x+1=13.6（千米）

答：西山特长隧道长 13.6 千米，西山 2 号隧道长 1.4 千米。

（2）解：设他在非隧道路段的平均速度为 a 千米/时，则

$\left(\frac{11}{30}-\frac{15}{60}\right)a \geq 23.4-15$，解得 a≥72（千米/时）

答：他在非隧道路段的平均车速至少为 72 千米/时。

21、（本题 7 分）清代诗人高鼎的诗句“儿童散学归来早，忙趁东风放纸鸢”描绘出一幅充满生机的春天景象。小明制作了一个风筝，如图 1 所示，AB 是风筝的主轴，在主轴 AB 上的 D、E 两处分别固定一根系绳，这两根系绳在 C 点处打结并与风筝线连接。如图 2，根据试飞，将系绳拉直后，当∠CDE=75°，∠CED=60°时，放飞效果佳。已知 D、E 两点之间的距离为 20cm,求两根系绳 CD、CE 的长。（结果保留整数，不计打结长度。参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.41$，$\sqrt{3}\approx 1.73$）

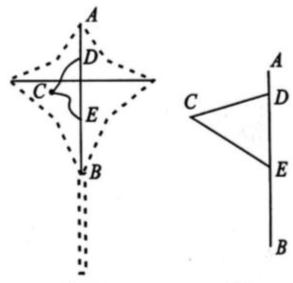
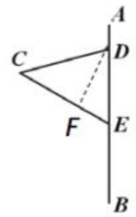


图 1　　图 2

【答案】CD 长为 24cm，CE 长为 27cm。



【考点】解直角三角形的实际应用

【解析】解：过点 D 作 CE 的垂线交 CE 于点 F，则 DF⊥CE

∵在 Rt△DEF 中，∠CED=60°，∠CFE=90°，∴∠EDF=30°

∵∠CDE=75°，∴∠CDF=75°-30°=45°

∵∠CFD=90°，∴△CDF 是等腰直角三角形

由题意知 DE=20cm，在 Rt△DEF 中，DE=20cm，∠FDE=30°

∴DF=10$\sqrt{3}$ cm，FE=10cm。在 Rt△CDF 中，∠CDF=∠DCF=45°

∴CF=DF=10$\sqrt{3}$ cm，CD=$\sqrt{2}$ DF=10$\sqrt{3}$ × $\sqrt{2}$ ≈24cm

∴CE=CF+FE=10$\sqrt{3}$ +10≈27cm

答：两根系绳 CD 长为 24cm，CE 长为 27cm。

22.综合与实践

数学活动：在综合与实践活动课上，老师让同学们以“三角形纸片的折叠、旋转”为主题开展数学活动，探究线段长度的有关问题.

动手操作：如图 1，在直角三角形纸片 ABC 中，∠BAC=90°,AB=6，AC=8.将三角形纸片 ABC 进行以下操作：

第一步：折叠三角形纸片 ABC 使点 C 与点 A 重合，然后展开铺平，得到折痕 DE；

第二步：将△ABC 沿折痕 DE 展开，然后将△DEC 绕点 D 逆时针方向旋转得到△DFG，点 E,C 的对应点分别是点 F,G，射线 GF 与边 AC 交于点 M(点 M 不与点 A 重合)，与边 AB 交于点 N，线段 DG 与边 AC 交于点 P.

数学思考：

（1）求 DC 的长；

（2）在△DEC 绕点 D 旋转的过程中，试判断 MF 与 ME 的数量关系，并证明你的结论；

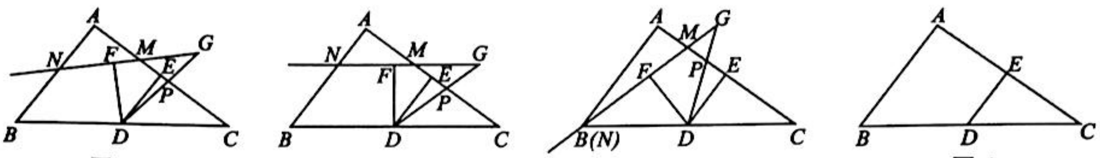
问题解决：

（3）在△DEC 绕点 D 旋转的过程中，探究 下列问题：

① 如图 2，当 GF∥BC 时，求 AM 的长；

② 如图 3，当 GF 经过点 B 时，AM 的长为________

③ 当△DEC 绕点 D 旋转至 DE 平分∠FDG 的位置时，试在图 4 中作出此时的△DFG 和射线 GF，并直接写出 AM 的长（要求：尺规作图 ，不写作法，保留 作图痕迹，标记出所有相应的字母）



【答案】（1）DC=5

（2）MF=ME

（3）①AM=3；②AM=$\frac{7}{4}$；③AM=$10-3\sqrt{5}$

【考点】利用相似三角形求长度，利用勾股定理求长度

【解析】（1）连接 AD，∵由折叠的性质可知，DE 是线段 AC 的垂直平分线 ，

∴DA=DC，∴∠DAC=∠DCA，

又∵∠BAD＋∠DAC=90°，∠DCA＋∠ABC=90°，

∴∠BAD=∠ABC，∴DA=DB，∴DA=DC=DB，

∴点 D 是 BC 的中点，DC=5.

（2）连接 DM，根据旋转性质可知,DE=DF,∠DEM=∠ DFM=90°，

∴在 Rt△DEM 和 Rt△DFM 中，DM=DM，DE=DF，

∴Rt△DEM≌Rt△DFM（HL）∴ME=MF。

（3）①过点A作AH⊥BC于点H，交 NM 于点G，

∵GF//BC，∴AG⊥NM，则四边形GHDF为矩形，∴GH=3，

由等面积法可得：AH=$\dfrac{AB\times AC}{BC}=\dfrac{24}{5}$，∴AG=AH－GH=$\dfrac{9}{5}$，

根据△AGM∽△AHC，可得$\dfrac{AG}{AH}=\dfrac{AM}{AC}$，则AM=3

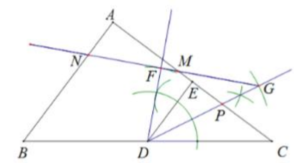
②由（1）知，BD=DC，由题意知 DC=DG，∴DB=DG，∴∠DBG=∠DGB

∴∠DBG=∠DCE，∴MB=MC

设 AM=x,则MC=8－x，在Rt△ABM中，$6^2+x^2=(8-x)^2$

x=$\dfrac{7}{4}$即 AM=$\dfrac{7}{4}$.

③如图△DFG 和 GF 为所求作的图



此时 AM=$10-3\sqrt{5}$

23.（本题 13 分）综合与研究

如图，抛物线$y=-x^2-2x+3$与 x 轴交于 A、B 两点（A 在 B 的左侧），与 y 轴交于点 C.

点 D（m，0）为线段 OA 上一个动点（与点 A，O 不重合），过点 D 作 x 轴的垂线与线段 AC 交于点 P，与抛物线交于点 Q，连接 BP，与 y 轴交于点 E.

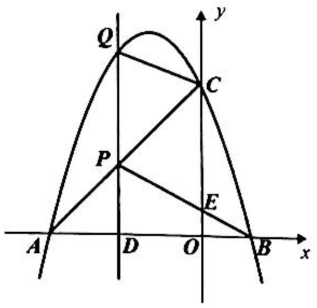
（1）求 A，B，C 三点的坐标；

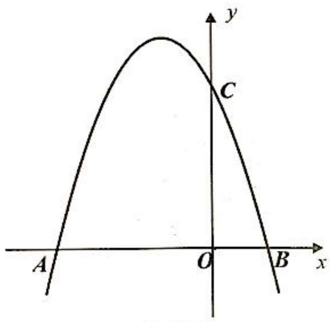
（2）当点 D 是 OA 的中点时，求线段 PQ 的长；

（3）在点 D 运动的过程中，探究下列问题：

①是否存在一点 D，使得 PQ+ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ PC 取得最大值？若存在，求此时 m 的值；若不存在，请说明理由；

②连接 CQ,当线段 PE=CQ 时，直接写出 m 的值.





备用图

【答案】（1）A（-3，0）B（1，0）C（0，3）

（2）PQ= $\frac{9}{4}$

（3）①当 m=-2 时，PQ+ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ PC 取得最大值 4；②m=-1.

【考点】二次函数动点问题，线段最值

【解析】（1）在抛物线 $y=-x^2-2x+3$ 中，

令 y=0，解得 $x_1=1$，$x_2=-3$，∴点 A 坐标为（-3，0），点 B 坐标为（1，0）.

令 x=0，解得 y=3，∴点 C 的坐标为（0，3）.

（2）∵点 D 是 OA 的中点，∴OD= $\frac{1}{2}$ OA= $\frac{3}{2}$ ，∴点 D 坐标为（ -$\frac{3}{2}$ ，0）.

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$ （k≠0），

将点 A （-3，0）、C（0，3）代入，可得 $\begin{cases}0=-3k+b\\3=b\end{cases}$ ，解得 $\begin{cases}k=1\\b=3\end{cases}$

∴直线 AC 的解析式为 $y=x+3$，当 x= $-\frac{3}{2}$ 时，y= $\frac{3}{2}$.∴点 P 的坐标为（ $-\frac{3}{2}$ ，$\frac{3}{2}$ ）

在抛物线 $y=-x^2-2x+3$ 中，当 x= $-\frac{3}{2}$ 时，y= $\frac{15}{4}$.∴点 Q 的坐标为（ $-\frac{3}{2}$ ，$\frac{15}{4}$ ）

∴PQ=y_Q-y_P= $\frac{15}{4}-\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$.

（3）①∵D(m,0)，∴点 P 的坐标为（m,m+3)，点 Q 的坐标为(m, $-m^2-2m+3$)，

∴PQ= $-m^2-2m+3-m-3=-m^2-3m$.

又∵C（0，3）∴PC= $-\sqrt{2}m$.

∴PQ+ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ PC= $-m^2-3m-m=-m^2-4m=-\left(m+2\right)^2+4$（-3 < m < 0 =

∴当 m=-2 时，PQ+ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ PC 有最大值.

②m=-1 或 m = $-\sqrt{5}$.