

太原市 2019 年高三年级模拟试题(一)

数学试卷(理工类)

(考试时间:下午 3:00—5:00)

注意事项:

- 1.本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1 至 3 页,第 II 卷 4 至 8 页。
- 2.回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
- 3.回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
- 4.回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
- 5.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分)

- 1.已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | \log_2 x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$
- 2.已知复数 z 满足 $(2+i)z=5$ (i 为虚数单位), 则 $z=$ ()
 A. $-2-i$ B. $1-2i$ C. $2-i$ D. $1+2i$
- 3.下列命题中的真命题是 ()
 A. 若 $a \cdot b < 0$, 则向量 a 与 b 的夹角为钝角
 B. 若 $am^2 \geq bm^2$, 则 $a \geq b$
 C. 若命题“ $p \vee q$ 是真命题”, 则命题“ $p \wedge q$ 是真命题”
 D. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} < x_0^2$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbb{R}, 2^x \geq x^2$ ”

4.已知 $\tan \alpha = 2, \alpha \in (0, \pi)$, 则 $\frac{\sin 2\alpha}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} =$ ()

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$

5.已知函数 $f(x) = x \ln x + a$ 在 $x=e$ 处的切线经过原点, 则实数 $f(1) =$ ()

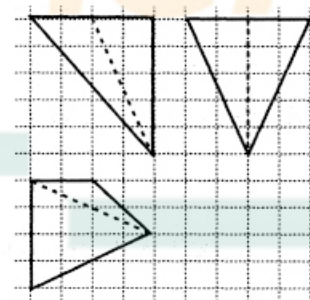
- A. e B. $\frac{1}{e}$ C. 1 D. 0

6.已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5 + a_8 = 2, a_6 \cdot a_7 = -8$ 则 $a_2 + a_{11} =$ ()

- A. 5 B. -5 C. 7 D. -7

7.下图是某几何体的三视图, 其中网格纸上小正方形的边长为 1, 则该几何体的体积为 ()

- A. 12
 B. 15
 C. $\frac{40}{3}$
 D. $\frac{50}{3}$



8.在平面区域 $\begin{cases} x+y \leq 2, \\ 2x-y \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$ 内任取一点 $P(x, y)$, 则存在 $\alpha \in \mathbb{R}$, 使得点 P 的坐标 (x, y) 满足

$(x-2)\cos \alpha + y \sin \alpha - \sqrt{2} = 0$ 的概率为 ()

- A. $1 - \frac{3\pi}{16}$ B. $\frac{3\pi}{16}$ C. $\frac{4}{3} - \frac{\pi}{4}$ D. $1 - \frac{\pi}{16}$

学校 班级 姓名 准考证号

数学试卷(理工类)

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作

答。第 22 题、第 23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 抛物线 $y=x^2$ 的准线方程为_____。

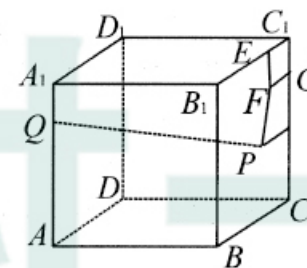
14. 已知 $(\frac{1}{x} + \sqrt{x})^n$ 的展开式的所有项的系数和为 64, 则其展开式中的常数项为_____。

15. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, 点 Q 在棱 AA_1 上, 且

$AQ=3A_1Q$, $EFGC_1$ 是面 BCC_1B_1 内的正方形, 且 $C_1E=1$, P 是面

BCC_1B_1 内的动点, 且 P 到平面 CDD_1C_1 的距离等于线段 PF 的长,

则线段 PQ 长度的最小值为_____。



16. 已知函数 $f(x)=\ln x-b$, $g(x)=ax+(1-a)$, 其中 $a, b \in \mathbb{R}$, 若 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立, 则当 $\frac{b}{a}$ 取最

小值时, $a-b=$ _____。

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n - (-1)^n a_n = 2n - 6 + \frac{1}{2^n} (n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $S_{100} =$ ()

- A. 196 B. 200 C. $194 + \frac{1}{2^{100}}$ D. $198 + \frac{1}{2^{102}}$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 斜率为 2 直线过点 F_1 与

双曲线 C 在第二象限相交于点 P , 若 $|OP| = |OF_2|$, 则双曲线 C 的离心率是()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

11. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $2f'(x) - f(x) < 0$, 且 $f(\ln 2) = 2$, 则 $f(\ln x) - \sqrt{2x} > 0$

的解集是()

- A. $(0, 2)$ B. $(0, \sqrt{2})$ C. $(0, e)$ D. $(0, \sqrt{e})$

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 满足 $f(\frac{\pi}{4} - x) = -f(\frac{\pi}{4} + x)$, $f(-\frac{\pi}{2} - x) = f(x)$, 且

在 $(0, \frac{\pi}{8})$ 上是单调函数, 则 ω 的值可能是()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

弥
封
线
内
不
要
答
题

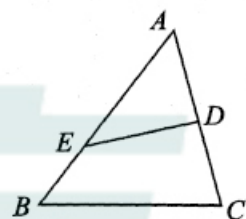
三、解答题:(本大题共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17.(本小题 12 分)如图,已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,且 $a \sin A + (c-a) \sin C = b \sin B$,

点 D 是 AC 的中点, $DE \perp AC$,交 AB 于点 E ,且 $BC=2, DE=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(I)求 B ;

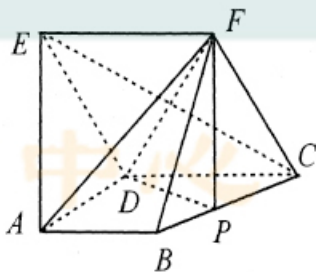
(II)求 $\triangle ABC$ 的面积.



18.(本小题 12 分)如图,在五面体 $ABCDEF$ 中,面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \parallel CD, AD \perp CD$,面 $CDEF$ 是菱形, $\angle DCF=60^\circ, CD=2AD=2AB, AE=\sqrt{5}AD$.

(I)证明: $CE \perp AF$;

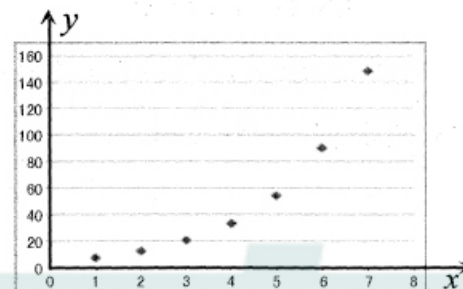
(II)已知点 P 在线段 BC 上,且 $CP=\lambda CB$,若二面角 $A-DF-P$ 的大小为 60° ,求实数 λ 的值.



19.(本小题 12 分)为方便市民出行,倡导低碳出行,某市公交公司推出利用支付宝和微信扫码支付乘车活动,活动设置了一段时间的推广期,在推广期内采用随机优惠鼓励市民扫码支付乘车.该公司某线路公交车队统计了活动推广期第一周内使用扫码支付的情况,其中 x (单位:天)表示活动推出的天次, y (单位:十人次)表示当天使用扫码支付的人次,整理后得到如图所示的统计表 1 和散点图.

表 1:

x	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天
y	7	12	20	33	54	90	148



(I)由散点图分析后,可用 $y=e^{bx+a}$ 作为该线路公交车在活动推广期使用扫码支付的人次 y 关于活动推出天次 x 的回归方程,根据表 2 的数据,求此回归方程,并预报第 8 天使用扫码支付的人次(精确到整数).

表 2:

\bar{x}	\bar{y}	\bar{z}	$\sum_{i=1}^7 x_i^2$	$\sum_{i=1}^7 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^7 x_i z_i$
4	52	3.5	140	2069	112

表中 $z=\ln y, \bar{z}=\frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 z_i$.

(II)推广期结束后,该车队对此期间乘客的支付情况进行统计,结果如表 3.

表 3:

支付方式	现金	乘车卡	扫码
频率	10%	60%	30%
优惠方式	无优惠	按 7 折支付	随机优惠(见下面统计结果)

统计结果显示,扫码支付中享受 5 折支付的频率为 $\frac{1}{3}$,享受 7 折支付的频率为 $\frac{1}{2}$,享受 9 折支付的频率为 $\frac{1}{6}$.

已知该线路公交车票价为 1 元,将上述频率作为相应事件发生的概率,记随机变量 ξ 为在活动期间该线路公交车搭载乘客一次的收入(单位:元),求 ξ 的分布列和期望.

参考公式:对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$,其回归直线 $v=\alpha+\beta u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i v_i - n \bar{u} \bar{v}}{\sum_{i=1}^n u_i^2 - n \bar{u}^2}, \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta} \bar{u};$$

参考数据: $e^{5.3}=200.33, e^{5.5}=244.69, e^{5.7}=298.87$.

20.(本小题 12 分)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2, A, B 是其左右

顶点,点 P 是椭圆 C 上任一点,且 $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 6,若 $\triangle PF_1F_2$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(I)求椭圆 C 的方程;

(II)若过点 F_2 且斜率不为 0 的直线交椭圆 C 于 M, N 两个不同点,证明:直线 AM 与 BN 的交点在一条定直线上.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题 10 分)在平面直角坐标系 xoy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = 1 + t \sin \alpha, \end{cases}$ 以原点 O 为

极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2 \cos \theta$.

(I)若曲线 C_1 方程中的参数是 α ,且 C_1 与 C_2 有且只有一个公共点,求 C_1 的普通方程;

(II)已知点 $A(0, 1)$,若曲线 C_1 方程中的参数是 $t, 0 < \alpha < \pi$,且 C_1 与 C_2 相交于 P, Q 两个不同点,求 $\frac{1}{|AP|} + \frac{1}{|AQ|}$ 的最大值.

21.(本小题 12 分)已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + (2-a)x, a \in \mathbb{R}$.

(I)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II)当 $a < -\frac{1}{2}$ 时,若对于任意 $x_1, x_2 \in (1, +\infty) (x_1 < x_2)$,都存在 $x_0 \in (x_1, x_2)$,使得

$f'(x_0) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$,证明: $\frac{x_1 + x_2}{2} < x_0$.

23.(本小题 10 分)已知函数 $f(x) = |2x - 1| + 2|x + 1|$.

(I)求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集;

(II)若存在实数 x_0 ,使得 $f(x_0) \leq 5 + m - m^2$ 成立的 m 的最大值为 M ,且实数 a, b 满足 $a^3 + b^3 = M$,证明: $0 < a + b \leq 2$.

太原市中小学学习中心

太原市中小学学习中心

理科数学答题卡

姓名 _____

贴条形码区

准考证号

注意
事项

1. 答题前，考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号，然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置，并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整、笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例：
2. 答选择题时，必须使用2B铅笔填涂。修改时，要用橡皮将修改处擦干净。规范填涂样例：
3. 答非选择题时，必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写；作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米的黑色笔迹签字笔描清楚。要求字体工整、笔迹清晰。严格按题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效；在试题、草稿纸上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整。严禁折叠，严禁在答题卡上作任何标记、严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
5. 未按上述要求填写、答题，影响评分质量，后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

选择题 (用2B铅笔填涂)

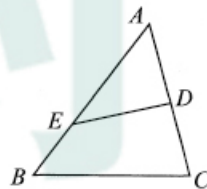
- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| 1 [A] [B] [C] [D] | 6 [A] [B] [C] [D] | 11 [A] [B] [C] [D] |
| 2 [A] [B] [C] [D] | 7 [A] [B] [C] [D] | 12 [A] [B] [C] [D] |
| 3 [A] [B] [C] [D] | 8 [A] [B] [C] [D] | |
| 4 [A] [B] [C] [D] | 9 [A] [B] [C] [D] | |
| 5 [A] [B] [C] [D] | 10 [A] [B] [C] [D] | |

非选择题 (用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写)

13. _____ 14. _____

15. _____ 16. _____

17. (12分)

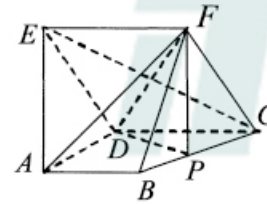


请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

续17

18. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

19. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

考生必填 姓名 准考证号末两位

考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的黑色笔迹签字笔认真填写在书写框内，准考证号末两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题

22 23

(请考生在22、23两题中任选一题作答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时请用2B铅笔将所选做题号后的方框涂黑。)

选做题号____ (10分)

太原市中小学学习中心

太原市中小学学习中心

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效