

理科数学

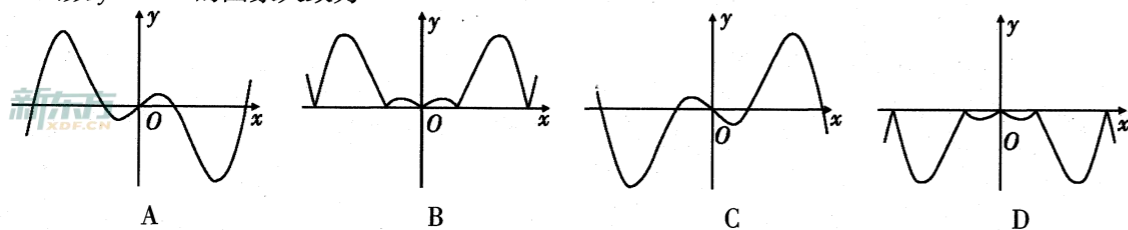
注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置。
- 全部答案在答题卡上完成,答在本试题上无效。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案用 0.5 mm 黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
- 考试结束后,将本试题和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

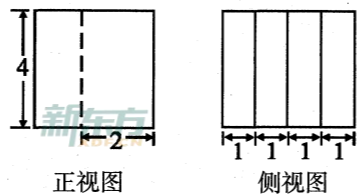
- 已知函数 $y = \sqrt{x^2 - x}$ 的定义域为 A , 则 $\complement_{\mathbb{R}} A =$
 - $\{x | x \leq 0\} \cup \{x | x \geq 1\}$
 - $\{x | x < 0\} \cup \{x | x > 1\}$
 - $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$
 - $\{x | 0 < x < 1\}$
- 抛物线 $y = 4x^2$ 的焦点坐标为
 - $(1, 0)$
 - $(2, 0)$
 - $(0, \frac{1}{8})$
 - $(0, \frac{1}{16})$
- 已知复数 $z = \frac{1+ai}{1+2i}$ ($a \in \mathbb{R}$) 为纯虚数, 则实数 $a =$
 - 2
 - 2
 - $\frac{1}{2}$
 - $-\frac{1}{2}$

4. 函数 $y = x \cos x$ 的图象大致为



5. 已知一个几何体的三视图如图所示, 则其体积为

- 12π
- 16π
- $\frac{32\pi}{3}$
- $\frac{40\pi}{3}$



正视图

侧视图



俯视图

(第 5 题图)

6. 已知双曲线 C 过点 $(1, 3)$, 其两条渐近线方程为 $y = \pm 2x$, 则 C 的离心率为

- $\sqrt{6}$
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\sqrt{5}$
- $\frac{\sqrt{5}}{2}$

7. 中国是发现和研究勾股定理最古老的国家之一, 古代数学家称直角三角形较短的直角边为勾, 另一直角边为股, 斜边为弦, 其三边长组成的一组数据称为勾股数。现从 1~15 这 15 个数中随机抽取 3 个整数, 则这三个数为勾股数的概率为

- $\frac{1}{910}$
- $\frac{3}{910}$
- $\frac{4}{455}$
- $\frac{6}{455}$

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的乘积记为 T_n , 若 $T_2 = T_9 = 512$, 则 $T_8 =$

- 1024
- 2048
- 4096
- 8192

9. 函数 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = xe^x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在 $x = -1$ 处的切线方程为

- $2ex + y + e = 0$
- $2ex - y - e = 0$
- $2ex + y - 3e = 0$
- $2ex - y + 3e = 0$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $a_1 = -\frac{2}{3}$, $S_n + \frac{1}{S_n} + 2 = a_n$ ($n \geq 2$), 则下面选项为等差数列的是

- $\{S_{n+1}\}$
- $\{S_n - 1\}$
- $\{\frac{1}{S_{n+1}}\}$
- $\{\frac{1}{S_n - 1}\}$

11. 设 $m = \log_{0.3} 0.6$, $n = \frac{1}{2} \log_2 0.6$, 则

- $m - n > m + n > mn$
- $m - n > mn > m + n$
- $m + n > m - n > mn$
- $mn > m - n > m + n$

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象过两点 $A(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $B(\frac{\pi}{4}, 0)$, $f(x)$ 在

$(0, \frac{\pi}{4})$ 内有且只有两个极值点, 且极大值点小于极小值点, 则 $f(x) =$

- $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{4})$
- $f(x) = \sin(5x + \frac{3\pi}{4})$
- $f(x) = \sin(7x + \frac{\pi}{4})$
- $f(x) = \sin(9x + \frac{3\pi}{4})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 a, b 满足 $|b| = 2|a| = 1, a \perp (a - b)$, 则 a 与 $2a + b$ 的夹角的余弦值为 \blacktriangle 。

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - 3y + 2 \leq 0, \\ 3x - 2y + 3 \geq 0, \\ x + y - 4 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最小值为 \blacktriangle 。

15. 将 5 名学生分配到 3 个社区参加社会实践活动, 每个社区至少分配一人, 则不同的分配方案有 \blacktriangle 种。(用数字填写答案)

16. 已知线段 ABC 平面 α , 点 $O \in$ 线段 AB , 满足 $OB = 2OA$. 将点 A 绕 O 折起到点 P 的位置, 使直线 PB 与平面 α 所成的角 θ 最大, 则 $\tan \theta = \blacktriangle$ 。



我们的试卷会说话

扫描二维码

观看名师讲解试题

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

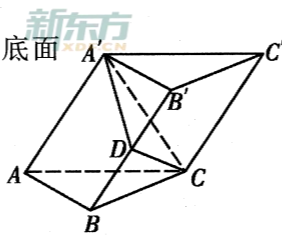
已知向量 $a=(\sin x, \cos x), b=(\sqrt{3} \cos x, \cos x), f(x)=a \cdot b$.

(1)求函数 $f(x)=a \cdot b$ 的最小正周期;

(2)在 $\triangle ABC$ 中, $BC=\sqrt{7}, \sin B=3 \sin C$, 若 $f(A)=1$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分)

在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, $AB=BC=CA=AA'$, 侧面 $ACC'A' \perp$ 底面 ABC , D 是棱 BB' 的中点.



(第 18 题图)

(1)求证:平面 $DA'C \perp$ 平面 $ACC'A'$;

(2)若 $\angle A'AC=60^\circ$, 求二面角 $A-BC-B'$ 的余弦值.

19. (12 分)

某纺织厂为了生产一种高端布料,准备从 A 农场购进一批优质棉花,厂方技术人员从 A 农场存储的优质棉花中随机抽取了 100 处棉花,分别测量了其纤维长度(单位:mm)的均值,收集到 100 个样本数据,并制成如下频数分布表:

长度 (单位:mm)	[23, 25)	[25, 27)	[27, 29)	[29, 31)	[31, 33)	[33, 35)	[35, 37)	[37, 39)
频数	4	9	16	24	18	14	10	5

(1)求这 100 个样本数据的平均数 \bar{x} 和样本方差 s^2 (同一组数据用该区间的中点值作代表);

(2)将收集到的数据绘成直方图可以认为这批棉花的纤维长度服从分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 $\mu \approx \bar{x}, \sigma^2 \approx s^2$.

①利用正态分布,求 $P(X > \mu - 2\sigma)$;

②纺织厂将 A 农场送来的这批优质棉进行二次检验,从中随机抽取 20 处测量其纤维均值 $y_i (i=1, 2, \dots, 20)$, 数据如下:

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}
24.1	31.8	32.7	28.2	28.4	34.3	29.1	34.8	37.2	30.8
y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}
30.6	25.2	32.9	27.1	35.9	28.9	33.9	29.5	35.0	29.9

若 20 个样本中纤维均值 $Y > \mu - 2\sigma$ 的频率不低于 ① 中 $P(X > \mu - 2\sigma)$, 即可判断该批优质棉花合格, 否则认为农场运送时掺杂了次品, 判断该批棉花不合格. 按照此依据判断 A 农场送来的这批棉花是否为合格的优质棉花, 并说明理由.

附:若 $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < Z < \mu + \sigma) = 0.6827, P(\mu - 2\sigma < Z < \mu + 2\sigma) = 0.9543. \sqrt{12.28} \approx 3.504$

20. (12 分)

已知动点 P 到直线 $l: x=4$ 的距离是到点 $F(1, 0)$ 距离的 2 倍, 记点 P 的轨迹为曲线 C . (1) 求曲线 C 的方程;

(2)记曲线 C 与 x 轴交于 A, B 两点, $Q(4, 0)$. 设 M 是直线 $x=1$ 上任意一点, 直线 MA, MB 与曲线 C 的另一交点分别为 D, E . 求证: Q, D, E 三点共线.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - mx (m \in \mathbf{R})$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \leq \frac{1}{2}x^2$, 求实数 m 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分,作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+2\cos\alpha, \\ y=2\sin\alpha, \end{cases}$ (α 为参数).以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴,建立极坐标系 Ox .

求曲线 C 的极坐标方程;

(I)求曲线 C 的极坐标方程;

(II)已知 A, B 是曲线 C 上任意两点,且 $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |2x-3| - |x+1|$.

(I)求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;

(II)集合 M 满足:当且仅当 $x \in M$ 时, $f(x) = |3x-2|$. 若 $a, b \in M$, 求证: $a^2 + b^2 + 2a - 2b < 5$.

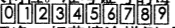

理科数学答题卡

姓名 _____

贴条形码区

准考证号 _____

注意事项

1. 答题前，考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号，然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置，并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整、笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例：
2. 答选择题时，必须使用2B铅笔填涂。修改时，要用橡皮将修改处擦干净。规范填涂样例：
3. 答非选择题时，必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写；作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米的黑色笔迹签字笔描清楚。要求字体工整、笔迹清晰。严格按题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效；在试题、草稿纸上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整。严禁折叠，严禁在答题卡上作任何标记，严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
5. 未按上述要求填写、答题，影响评分质量，后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

选择题（用2B铅笔填涂）

- | | | |
|---|--|--|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |

非选择题（用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写）

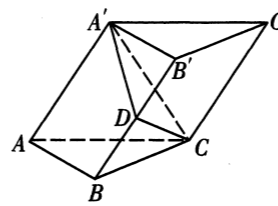
13. _____ 14. _____ 15. _____ 16. _____

17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

18. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

19. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

