

## 太原市 2019 年高三模拟试题(二)

### 数学试卷(理工类)

(考试时间:下午 3:00—5:00)

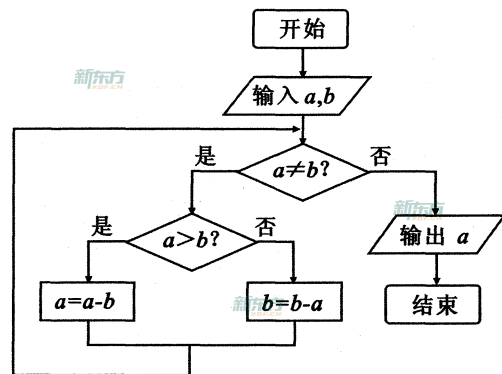
#### 注意事项:

- 1.本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1 至 3 页,第 II 卷 4 至 8 页。
- 2.回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
- 3.回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
- 4.回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

#### 第 I 卷

一、选择题:(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分)

- 1.已知  $i$  是虚数单位,则复数  $\frac{2}{(1+i)^2} = ( \quad )$   
A. 1      B. -1      C.  $i$       D.  $-i$
- 2.已知集合  $A = \{x \mid x(x-1) \leq 0\}$ ,  $B = \{x \mid y = \ln(x-a)\}$ ,若  $A \cap B = A$ ,则实数  $a$  的取值范围为( )  
A.  $(-\infty, 0)$       B.  $(-\infty, 0]$       C.  $(1, +\infty)$       D.  $[1, +\infty)$
- 3.如图是根据我国古代数学专著《九章算术》中更相减损术设计的程序框图,若输入的  $a=18$ ,  $b=42$ ,则输出的  $a=( \quad )$   
A. 2  
B. 3  
C. 6  
D. 8



4.已知  $|a|=1, |b|=\sqrt{3}$ ,且  $|a+2b|=\sqrt{7}$ ,则向量  $a$  与  $b$  的夹角为( )

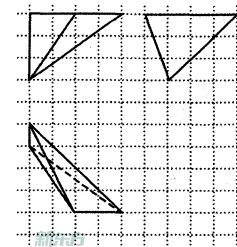
- A.  $60^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $150^\circ$

5.已知双曲线的离心率为  $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ,且经过点  $(2, 2\sqrt{5})$ ,则该双曲线的标准方程为( )

- A.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$       B.  $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$       C.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$       D.  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

6.下图是某几何体的三视图,其中网格纸上小正方形的边长为 1,则该几何体各棱中最长棱的长度为( )

- A.  $2\sqrt{5}$       B.  $4\sqrt{2}$   
C.  $\sqrt{34}$       D.  $\sqrt{41}$



7.为考察某种药物预防疾病的效果,进行动物试验,得到如下药物效果与动物试验列联表:

	患病	未患病	总计
服用药	10	45	55
没服用药	20	30	50
总计	30	75	105

由上述数据给出下列结论,其中正确结论的个数是( )

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ;

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005
$k_0$	3.841	5.024	6.635	7.879

- ① 能在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为药物有效
- ② 不能在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为药物有效
- ③ 能在犯错误的概率不超过 0.010 的前提下认为药物有效
- ④ 不能在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为药物有效

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

太原市 2019 年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(理工类)

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22 题、第 23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 2019 年 8 月第二届全国青年运动会在山西举行,若将 6 名志愿者分配到两个运动场馆进行服务,每个运动场馆 3 名志愿者,则其中志愿者甲和乙被分到同一场馆的概率为 \_\_\_\_\_.

14. 在平面直角坐标系内,由曲线  $y=x^2, x^2+y^2=2$  和  $x$  轴正半轴所围成的封闭图形的面积为 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边,  $b^2+c^2=ac \cos C+c^2 \cos A+a^2, S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{4}$ , 则  $\triangle ABC$  周长的最小值为 \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x)=(ax+\sin x)(x-\sin x)(x \neq 0)$  的图象与  $g(x)=x^2$  的图象有四个不同交点,其横坐标从小到大依次为  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , 则  $(1-\frac{\sin x_1}{x_1})(1-\frac{\sin x_2}{x_2})(1-\frac{\sin x_3}{x_3})(1-\frac{\sin x_4}{x_4})=$  \_\_\_\_\_.

8. 已知  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 且  $\sin 2\alpha(1+\sin \beta)=\cos \beta(1-\cos 2\alpha)$ , 则下列结论正确的是( )

- A.  $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$       B.  $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$       C.  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$       D.  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

9. 已知在三棱锥  $S-ABC$  中,  $SA=SB=SC=AB=2, AC \perp BC$ , 则该三棱锥外接球的体积为( )

- A.  $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$       B.  $\frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$       C.  $\frac{32\pi}{3}$       D.  $\frac{16\pi}{3}$

10. 已知点  $P$  是直线  $y=2x-4$  上的动点, 点  $Q$  是曲线  $y=x+e^x$  上的动点, 则  $|PQ|$  的最小值为( )

- A. 5      B.  $\sqrt{5}$       C.  $e+3$       D.  $\frac{\sqrt{5}(e+3)}{5}$

11. 已知点  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $C_1$  和双曲线  $C_2$  的公共焦点,  $e_1, e_2$  分别是  $C_1$  和  $C_2$  的离心率, 点  $P$

为  $C_1$  和  $C_2$  的一个公共点, 且  $\angle F_1PF_2 = \frac{2\pi}{3}$ , 若  $e_2 \in (2, \sqrt{7})$ , 则  $e_1$  的取值范围是( )

- A.  $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{2}}{3})$       B.  $(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$   
C.  $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{7}}{3})$       D.  $(\frac{\sqrt{7}}{3}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$

12. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+y \geq 2, \\ 2x-y-1 \leq 0, \\ x-2y+4 \geq 0, \end{cases}$  若当且仅当  $\begin{cases} x=1, \\ y=1 \end{cases}$  时,  $z=(x-a)^2+(y-b)^2$  取最小值(其中

$a \geq 0, b \geq 0$ ), 则  $a-2b$  的最大值为( )

- A. 4      B. 3      C. 2      D. -1

三、解答题:(本大题共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17.(本小题 12 分)已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $2S_n=(a_n-1)(a_n+2)$ , 且  $a_n > 0 (n \in \mathbb{N}^*)$ .

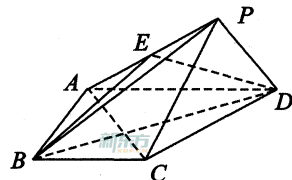
(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 若  $b_n = \frac{3^n(2n-1)}{na_n} (n \in \mathbb{N}^*)$ , 记数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 证明:  $T_n \geq \frac{3}{2}$ .

18.(本小题 12 分)如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,底面  $ABCD$  是直角梯形,  $AD \parallel BC, AB \perp AD, AD=2AB=2BC=2$ ,  $\triangle PCD$  是正三角形,  $PC \perp AC, E$  是  $PA$  的中点.

(I) 证明:  $AC \perp BE$ ;

(II) 求直线  $BP$  与平面  $BDE$  所成角的正弦值.



19.(本小题 12 分)已知某保险公司的某险种的基本保费为  $a$  (单位:元),继续购买该险种的投保人称为续保人,续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下表:

上年度出险次数	0	1	2	3	$\geq 4$
保费(元)	$0.9a$	$a$	$1.5a$	$2.5a$	$4a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况,得到下表:

出险次数	0	1	2	3	$\geq 4$
频数	140	40	12	6	2

该保险公司这种保险的赔付规定如下表:

出险序次	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次及以上
赔付金额(元)	$2.5a$	$1.5a$	$a$	$0.5a$	0

将所抽样本的频率视为概率.

(1) 记随机变量  $\xi$  为一续保人在下一年度的续保费用,  $\eta$  为其在该年度所获的赔付金额,求  $\xi$  和  $\eta$  的分布列;

(2) 若下一年度有 100 万投保人进行续保,该公司此险种的纯收益不少于 900 万元,求  $a$  的最小值(纯收益 = 总收入 - 总赔付额).

题 答 要 不 内 线 封 弥

20. (本小题 12 分) 已知直线  $l$  与抛物线  $C: x^2=2py (p>0)$  相交于  $A, B$  两个不同点, 点  $M$  是抛物线  $C$  在点  $A, B$  处的切线的交点.

(I) 若直线  $l$  经过抛物线  $C$  的焦点  $F$ , 求证:  $FM \perp AB$ ;

(II) 若点  $M$  的坐标为  $(2, -2p)$ , 且  $|AB|=4\sqrt{10}$ , 求抛物线  $C$  的方程.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题 10 分) 已知在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x=2+\cos\varphi, \\ y=1+\sin\varphi \end{cases}$  (其中  $\varphi$  为参数), 点  $M$  在曲线  $C_1$  上运动, 动点  $P$  满足  $\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$ , 其轨迹为曲线  $C_2$ . 以原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求曲线  $C_2$  的普通方程;

(II) 若点  $A, B$  分别是射线  $l: \theta=\frac{\pi}{4}$  与曲线  $C_1, C_2$  的公共点, 求  $|AB|$  的最大值.

21. (本小题 12 分) 已知  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$  是函数  $f(x)=e^x+\ln(x+1)-ax (a \in \mathbb{R})$  的两个极值点.

(I) 求  $a$  的取值范围;

(II) 证明:  $f(x_2)-f(x_1) < 2\ln a$ .

23. (本小题 10 分) 已知函数  $f(x)=|2x-a|-|x+2a| (a>0)$ .

(I) 当  $a=\frac{1}{2}$  时, 求不等式  $f(x) \geq 1$  的解集;

(II) 若  $\forall k \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得  $f(x_0) \leq |k+3|-|k-2|$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

# 理科数学答题卡

姓名 \_\_\_\_\_

贴条形码区

准考证号

注意  
事项

- 1.答题前,考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号,然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置,并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整、笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- 2.答选择题时,必须使用2B铅笔填涂。修改时,要用橡皮将修改处擦干净。规范填涂样例: ■
- 3.答非选择题时,必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写;作图题可先用铅笔绘出,确认后再用0.5毫米的黑色笔迹签字笔描清楚。要求字体工整、笔迹清晰。严格按题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效;在试题、草稿纸上答题无效。
- 4.保持答题卡清洁、完整。严禁折叠,严禁在答题卡上作任何标记、严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
- 5.未按上述要求填写、答题,影响评分质量,后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记  缺考考生由监考员贴条形码,并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

## 选择题 (用2B铅笔填涂)

- |                   |                    |                    |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| 1 [A] [B] [C] [D] | 6 [A] [B] [C] [D]  | 11 [A] [B] [C] [D] |
| 2 [A] [B] [C] [D] | 7 [A] [B] [C] [D]  | 12 [A] [B] [C] [D] |
| 3 [A] [B] [C] [D] | 8 [A] [B] [C] [D]  |                    |
| 4 [A] [B] [C] [D] | 9 [A] [B] [C] [D]  |                    |
| 5 [A] [B] [C] [D] | 10 [A] [B] [C] [D] |                    |

## 非选择题 (用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写)

13. \_\_\_\_\_ 14. \_\_\_\_\_

15. \_\_\_\_\_ 16. \_\_\_\_\_

17.(12分)

(I)

(II)

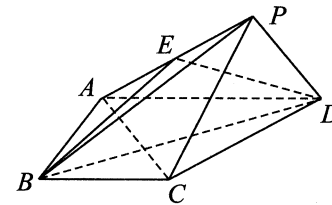
请在各题目的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效

续17

18.(12分)

(I)



(II)

请在各题目的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效

19.(12分)

(1)

(2)

(3)

请在各题目的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效

考生必填 姓名  准考证号   末两位    
考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的黑色笔迹签字笔认真填写在书写框内，准考证号末两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题

22

23

(请考生在22、23两题中任选一题作答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时请用2B铅笔将所选题号后的方框涂黑。)

选做题号\_\_\_\_\_ (10分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效