

太原市 2018—2019 学年第二学期八年级期末考试

数学试卷

一、选择题 (本大题含 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 若 $a > b$, 则下列不等式成立的是

- A. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ B. $a+5 < b+5$ C. $-5a > -5b$ D. $a-2 < b-2$

【答案】 A

【考点】 不等式的性质.

2. 当分式 $\frac{x-2}{3x+6}$ 有意义时, 则 x 的取值范围是

- A. $x \neq 2$ B. $x \neq -2$ C. $x \neq \frac{1}{2}$ D. $x \neq -\frac{1}{2}$

【答案】 B

【考点】 分式的意义.

3. 下列因式分解正确的是

- A. $-x^2 + 4x = -x(x+4)$ B. $x^2 + xy + z = x(x+y)$
 C. $x(x-y) + y(y-x) = (x-y)^2$ D. $x^2 - 4x + 4 = (x+2)(x-2)$

【答案】 C

【考点】 因式分解.

4. 已知, 四边形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, 添加下列条件仍不能判断四边形 ABCD 是平行四边形的是

- A. $AB=CD$ B. $AD=BC$ C. $AD \parallel BC$ D. $\angle A + \angle B = 180^\circ$

【答案】 B

【考点】 平行四边形的判定.

5. 下列运算正确的是

- A. $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{2m}$ B. $\frac{a}{x-y} - \frac{a}{y-x} = 0$
 C. $1 + \frac{1}{a} = \frac{2}{a}$ D. $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+x} = 1$

【答案】 D

【考点】 分式的加减运算.

6.若一个正方形的面积为 $(a+1)(a+2)+\frac{1}{4}$, 则该正方形的边长为

- A. $a-2$ B. $a+\frac{3}{2}$ C. $a+2$ D. $a+\frac{5}{2}$

【答案】 B

【考点】 整式的乘除与因式分解

【解析】 $(a+1)(a+2)+\frac{1}{4}=a^2+3a+\frac{9}{4}$ 通过完全平方公式因式分解得 $(a+\frac{3}{2})^2$

7.已知一个多边形内角和是外角和的 4 倍, 则这个多边形是

- A. 八边形 B. 九边形 C. 十边形 D. 十二边形

【答案】 C

【考点】 多边形内角和公式

8.在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是(3,-4), 点 B 的坐标是(1,2), 将线段 AB 平移后得到线段 A'B'.若点 A 对应点 A'的坐标是(5,2), 则点 B'的坐标是

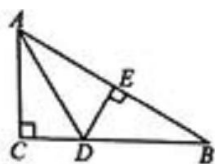
- A.(3,6) B.(3,7) C.(3,8) D.(6,4)

【答案】 C

【考点】 平面直角坐标系中点的平移规律

9.如图, 在 $\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 CB 于点 D, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足恰好是边 AB 的中点 E. 若 $AD=3\text{cm}$, 则 BE 的长为

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$ B. 4cm C. $3\sqrt{2}\text{cm}$ D. 6cm



【答案】 A

【考点】 角平分线的性质, 直角三角形中 30° 角所对的边是斜边的一半

【解析】 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ 且 $\angle C=90^\circ$, $DE \perp AB$, $\therefore CD=DE$

易证 $AC=AE$

$\because E$ 为 AB 中点, $\therefore AC=\frac{1}{2} AB$ 既 $\angle B=30^\circ$

$\because DE$ 为 AB 中线且 $DE \perp AB$, $\therefore AD=BD=3\text{cm}$

$\therefore BE=\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

10.从 A,B 两题中任选一道作答.

A. 某社区超市以 4 元/瓶从厂家购进一批饮料,以 6 元/瓶销售.近期计划进行打折销售,若这批饮料的销售利润不低于 20%则最多可以打

- A.六折 B.七折 C.七五折 D.八折

【答案】 D

【考点】 一元一次不等式实际应用

【解析】 解: 设打 x 折才能满足, 根据题意得

$$6x-4 \geq 4 \times 20\%$$

$$\text{解得 } x \geq 0.8$$

答: 最多可以打 8 折

B. 某水果超市从生产基地以 4 元/千克购进一种水果,在运输和销售过程中有 10%的自然损耗.假设不计其他费用,超市要使销售这种水果的利润不低于 35%,那么售价至少为

- A.5.5 元/千克 B.5.4 元/千克 C.6.2 元/千克 D.6 元/千克

【答案】 D

【考点】 一元一次不等式实际应用

【解析】 解: 设这种水果每千克的售价为 x 元, 购进这批水果 a 千克, 根据题意, 得

$$(1-10\%)ax-4a \geq 4a \times 35\%$$

$$\text{解得 } x \geq 6$$

答: 售价至少为 6 元/千克

二、填空题 (本大题含 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分) 把答案写在题中横线上。

11.因式分解 $6x^3 - 12x^2$ 的结果是_____.

【答案】 $6x^2(x-2)$

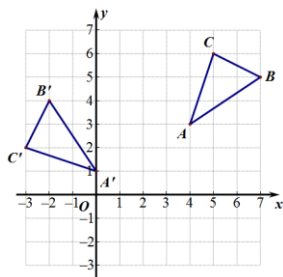
【考点】 因式分解

12.方程 $\frac{6}{x+1} = \frac{x+5}{x(x+1)}$ 的解是_____.

【答案】 $x=1$

【考点】 解分式方程

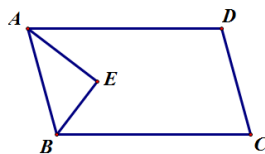
13.如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 绕点 D 旋转得到 $\triangle A' B' C'$, 则点 D 的坐标为_____.



【答案】 (3, 0)

【考点】 平面直角坐标系中旋转中心的确定

14.如图, 平行四边形 ABCD 内的一点 E 到边 AD, AB, BC 的距离相等, 则 $\angle AEB$ 的度数等于_____.

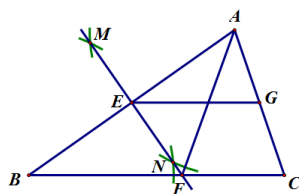


【答案】 90°

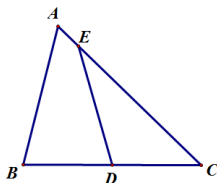
【考点】 角平分线的性质, 平行的性质

15.从 A, B 两题中任选一题作答。

A.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧, 两弧交与点 M, N, 作直线 MN 交 AB 于点 E, 交 BC 于点 F, 连接 AF。若 $AF=6$, $FC=4$, 连接点 E 和 AC 的中点 G, 则 EG 的长为_____.



B.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $\angle BAC=60^\circ$, 点 D 是边 BC 的中点, 点 E 在边 AC 上运动, 当 DE 平分 $\triangle ABC$ 的周长时, DE 的长为_____.



【答案】 A.5; B. $\sqrt{3}$

【考点】 A.垂直平分线的尺规作图以及性质, 中位线的定义及性质
B.构造中位线, 中位线的性质, 三线合一

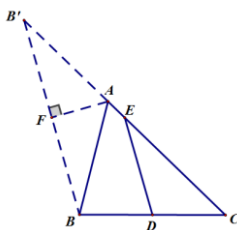
【解析】 A.由尺规作图可得直线 MN 为线段 AB 的垂直平分线
 $\therefore BF=AF=6$, E 为 AB 中点

∵点 G 为 AC 中点,
∴EG 为 $\triangle ABC$ 的中位线
∴ $EG \parallel BC$ 且 $EG = \frac{1}{2}BC$
∵ $BF+FC=10$
∴ $EG=5$

B. 如图所示, 延长 CA 到点 B', 使 AB' 等于 AB, 连接 BB', 过点 A 作 $AF \perp BB'$, 垂足为 F

∵ED 平分 $\triangle ABC$ 的周长 ∴ $AB+AE+BD=EC+DC$
∵ $BD=DC$ ∴ $AB+AE=EC$
∵ $AB=AB'$ ∴ $EB'=EC$
∴DE 为 $\triangle CBB'$ 的中位线
∵ $\angle BAC=60^\circ$ ∴ $\triangle BAB'$ 为顶角是 120° 的等腰三角形

由三线合一解得 $BB' = 2\sqrt{3}$ ∴ $ED = \sqrt{3}$



三、解答题 (本大题含 8 个小题, 共 55 分) 解答应写出必要的文字说明、演算步骤和推理过程。

16. (本题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 因式分解: $(x^2+4)^2 - 16x^2$;

(2) 先化简 $\frac{x-1}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{x^2-2x+1} \div \frac{1}{x-1}$, 再从 -1, 1, 2 选取一个合适的数代入求值。

【考点】 因式分解与分式的化简求值。

【解析】 (1) $(x^2+4)^2 - 16x^2$ (2) 原式 = $\frac{x-1}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x+2}{(x-1)^2} \cdot (x-1)$
 $= (x^2+4+4x)(x^2+4-4x)$ $= \frac{1}{x-2}$
 $= (x+2)^2(x-2)^2$ 由题意, $x \neq \pm 2$ 且 $x \neq 1$
 所以当 $x=-1$ 时, 原式 = $-\frac{1}{3}$.

17. (本题 5 分)

数 $25^7 - 5^{12}$ 能被 120 整除吗? 请说明理由。

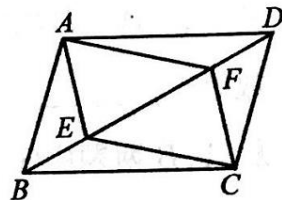
【考点】 因式分解。

【解析】 $25^7 - 5^{12} = 5^{14} - 5^{12} = 5^{12}(5^2 - 1) = 5^{11} \times 5 \times 24 = 5^{11} \times 120$
 所以 $25^7 - 5^{12}$ 是 120 的整除倍, 即 $25^7 - 5^{12}$ 能被 120 整除。

18. (本题 6 分)

如图, 在平行四边形 AECF 中, B, D 是直线 EF 上的两点, BE=DF, 连接 AB, BC, AD, DC.

求证: 四边形 ABCD 是平行四边形.



【考点】 平行四边形的性质及判定.

【解析】 证明: \because 四边形 AECF 是平行四边形, $\therefore AF \parallel EC, AF=EC.$

$\therefore \angle AFE = \angle FEC, \therefore \angle AFD = \angle CEB.$

\therefore 在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle CEB$ 中, $\because AF=EC, \angle AFD = \angle CEB, BE=DF.$

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle CEB$ (SAS) .

$\therefore AD=BC, \angle ADF = \angle CBE. \therefore AD \parallel BC.$

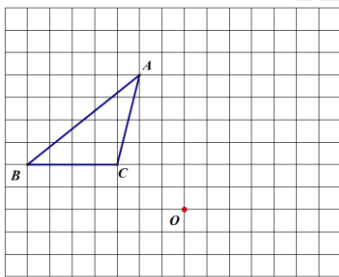
\therefore 四边形 ABCD 是平行四边形.

19. (本题 4 分)

如图, 正方形网格中每个小正方形的边长都是 1 个单位长度, 每个小正方形的顶点叫做格点, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点都是格点, 请按要求画出三角形.

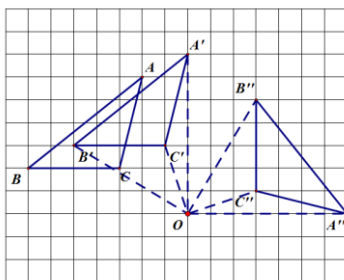
(1) 将 $\triangle ABC$ 先上平移 1 个单位长度再向右平移 2 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$;

(2) 将 $\triangle A'B'C'$ 绕格点 O 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A''B''C''$.



【考点】 平移的概念、旋转的概念、旋转的性质

【解析】



如图: $\triangle A'B'C'$ 即为所求. $\triangle A''B''C''$ 即为所求.

20.(本题 10 分)

在数学课上,老师出了这样一道题:甲、乙两地相距 1400km,乘高铁列车从甲地到乙地比乘特快列车少用 9h,已知高铁列车的平均行驶速度是特快列车的 2.8 倍。求高铁列车从甲地到乙地的时间。

老师要求同学先用列表方式分析再解答.下面是两个小组分析时所列的表格:

小组甲:设特快列车的平均速度为 x km/h.

	时间/h	平均速度/(km/h)	路程/km
高铁列车			1400
特快列车		x	1400

小组乙: 高铁列车从甲地到乙地的时间为 y h

	时间/h	平均速度/(km/h)	路程/km
高铁列车	y		1400
特快列车			1400

(1) 根据题意,填写表格中空缺的量;

(2) 结合表格,选择一种方法进行解答.

【考点】 分式方程的实际应用

【解析】 (1)

	时间/h	平均速度/(km/h)	路程/km
高铁列车	$\frac{1400}{2.8x}$	$2.8x$	1400
特快列车	$\frac{1400}{x}$	x	1400

	时间/h	平均速度/(km/h)	路程/km
高铁列车	y	$\frac{1400}{y}$	1400
特快列车	$y+9$	$\frac{1400}{y+9}$	1400

(2) 利用乘高铁列车从甲地到乙地比乘特快列车少用 9h,高铁列车的平均行驶速度是特快列车的 2.8 倍得出等量关系

第一种：

$$\frac{1400}{x} - 9 = \frac{1400}{2.8x}$$

解得：x=100

经检验 x=100 是原方程的解，

$$2.8x=280$$

答：特快列车的平均行驶速度为 100km/h,特高列车的平均行驶速度为 280km/h

第二种：
$$\frac{1400}{y} = \frac{1400}{y+9} \times 2.8$$

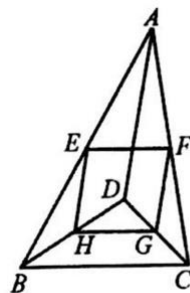
解得：y=5 经检验 y=5 是原方程的解，

$$y+9=14$$

答：乘高铁列车从甲到乙 5 小时，乘特快列车 14 小时。

21. (本题 6 分)

如图，点 D 是 $\triangle ABC$ 内一点，点 E, F, G, H 分别是 AB, AC, CD, BD 的中点。



(1) 求证：四边形 EFGH 是平行四边形；

(2) 已知 $AD=6$, $BD=4$, $CD=3$, $\angle BDC=90^\circ$ ，求四边形 EFGH 的周长。

【考点】 中位线的性质及平行四边形的判定.

【解析】 (1) 证明：∵点 E, F 分别是 AB, AC 的中点，

∴EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，∴ $EF \parallel BC$ 且 $EF = \frac{1}{2}BC$ ；

又∵点 H, G 分别是 BD, CD 的中点，∴HG 是 $\triangle BCD$ 的中位线，∴ $HG \parallel BC$ 且 $HG = \frac{1}{2}BC$ ；

∴ $EF \parallel HG$ 且 $EF=HG$ ，∴四边形 EFGH 是平行四边形。

(2) ∵点 E, H 分别是 AB, BD 的中点，∴EH 是 $\triangle ABD$ 的中位线，∴ $EH = \frac{1}{2}AD = 3$ ；

∵ $\angle BDC=90^\circ$ ，∴ $\triangle BCD$ 是直角三角形；

在 $Rt\triangle BCD$ 中， $CD=3$, $BD=4$ ，∴由勾股定理得： $BC=5$ ；

$$\because HG = \frac{1}{2}BC, \therefore HG = \frac{5}{2};$$

由(1)知, 四边形 EFGH 是平行四边形, \therefore 周长为 $2EH + 2HG = 11$.

22. (本题 6 分)

第二届全国青年运动会将于 2019 年 8 月在太原开幕, 这是山西历史上第一次举办全国大型综合性运动会, 必将推动我市全民健康理念的提高. 某体育用品商店近期购进甲、乙两种运动衫各 50 件, 甲种用了 2000 元, 乙种用了 2400 元. 商店将甲种运动衫的销售单价定为 60 元, 乙种运动衫的销售单价定为 88 元. 该店销售一段时间后发现, 甲种运动衫的销售不理想, 于是将余下的运动衫按照七折销售; 而乙种运动衫的销售价格不变. 商店售完这两种运动衫至少可获利 2460 元, 求甲种运动衫按原价销售件数的最小值.



【考点】 一元一次不等式的应用

【解析】 解: 设甲种运动衫按原价销售件数为 x 件.

$$x \cdot \left(60 - \frac{2000}{50}\right) + (50 - x) \cdot \left(60 \times 70\% - \frac{2000}{50}\right) + 50 \times \left(88 - \frac{2400}{50}\right) \geq 2460$$

解得 $x \geq 20$

答: 甲种运动衫按原价销售件数的最小值为 20 件.

23. (本题 8 分)

如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 1$, $BC = 2$, 将线段 BC 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到线段 CD , 连接 AD .

(1) 说明 $\triangle ACD$ 的形状, 并求出 $\triangle ACD$ 的面积;

(2) 把等腰直角三角板按如图 2 的方式摆放, 顶点 E 在 CB 边上, 顶点 F 在 DC 的延长线上, 直角顶点与点 C 重合.

从 A, B 两题中任选一题作答

A. 如图 3, 连接 DE , BF .

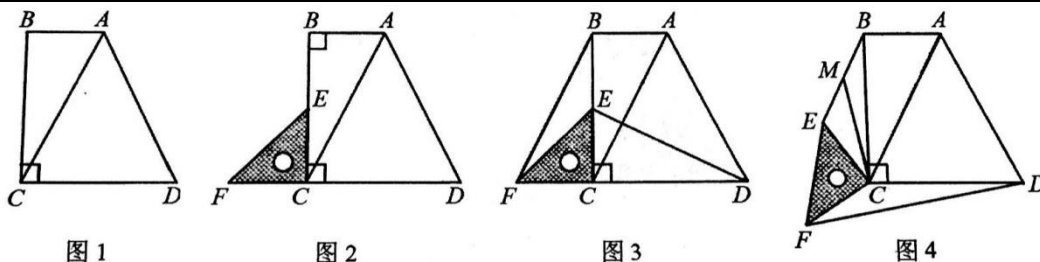
① 猜想并证明 DE 与 BF 之间的关系;

② 将三角板绕点 C 逆时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 直接写出 DE 与 BF 之间的关系.

B. 将图 2 中的三角板绕点 C 逆时针旋转 $\alpha (0 < \alpha < 360^\circ)$, 如图 4 所示, 连接 BE , DF , 连接点 C 与 BE 的中点 M .

① 猜想并证明 CM 与 DF 之间的关系;

② 当 $CE = 1$, $CM = \frac{\sqrt{7}}{2}$ 时, 请直接写出 α 的值.



(1) 【考点】等腰三角形的判定，旋转的性质

【解析】 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，理由如下：

过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E，则 $\angle AEC = \angle AED = 90^\circ$

由旋转可知， $BC = CD = 2$ ， $\angle BCD = 90^\circ$

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ ， $\therefore AB \parallel CD$ ， $\therefore AE = BC = 2$

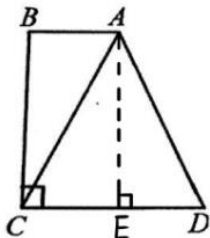
在 $RT\triangle ABC$ 中， $AB = 1$ ， $BC = 2$ ，由勾股定理得 $AC = \sqrt{5}$

在 $RT\triangle ACE$ 中， $AC = \sqrt{5}$ ， $AE = 2$ ，由勾股定理得 $CE = 1$ ， $\therefore ED = 1$

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ADE$ 中， $AE = AE$ ， $\angle AEC = \angle AED$ ， $CE = ED$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ADE (SAS)$ ， $\therefore AC = AD$ ， $\therefore \triangle ACD$ 是等腰三角形

$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AE = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$



(2) 【考点】图形的旋转，全等三角形的判定

【解析】A:

① $DE = BF$ ， $DE \perp BF$ 。理由如下：

由旋转可知， $BC = CD = 2$ ， $\angle BCD = 90^\circ$

\because 等腰直角 $\triangle CEF$ 顶点 E 在 CB 边上，顶点 F 在 DC 的延长线上，

$\therefore CE = CF$ ， $\angle BCF = \angle DCE = 90^\circ$

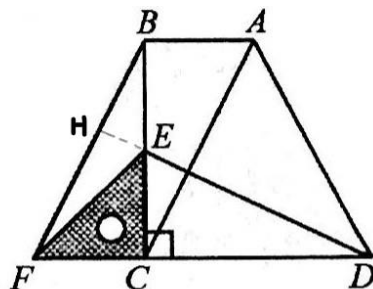
在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle DCE$ 中， $BC = DC$ ， $\angle BCF = \angle DCE$ ， $CF = CE$

$\therefore \triangle BCF \cong \triangle DCE (SAS)$ ， $\therefore DE = BF$ ， $\angle CBF = \angle CDE$

延长 DE 交 BF 于点 H

$\because \angle DEC + \angle CDE = 90^\circ$ ， $\angle DEC = \angle BEH$ ， $\therefore \angle BEH + \angle CBF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BHE = 90^\circ$ ， $\therefore DE \perp BF$



② $DE=BF$, $DE \perp BF$

B:① $CM = \frac{1}{2}DF$, $CM \perp DF$.理由如下:

延长 MC 交 DF 于点 N , 延长 CM 至点 G , 使 $CM=MG$, 连接 EG

$\because M$ 是 BE 的中点, $\therefore ME=MB$

在 $\triangle MEG$ 和 $\triangle MBC$ 中, $ME=MB$, $\angle EMG=\angle BMC$, $MG=MC$

$\therefore \triangle MEG \cong \triangle MBC$ (SAS), $\therefore \angle CEG=\angle DCB$, $\angle MEG=\angle MBC$

$\because BC=CD$, $\therefore EG=CD$

由旋转得 $\angle BCE=\alpha$, $\therefore \angle CBM+\angle CEM=\angle GEM+\angle CEM=\angle CEG=180^\circ-\alpha$, $\angle DCF=360^\circ-\angle ECF-\angle BCE-\angle BCD=180^\circ-\alpha$, $\therefore \angle CEG=\angle DCF=180^\circ-\alpha$

在 $\triangle ECG$ 和 $\triangle CFD$ 中, $CE=CF$, $\angle CEG=\angle DCF$, $\angle CEG=\angle DCF$

$\therefore \triangle ECG \cong \triangle CFD$ (SAS), $\therefore CG=DF$, $\angle ECG=\angle CFD$

$\because MG=MC$, $\therefore MC=\frac{1}{2}DF$

$\because \angle ECF=90^\circ$, $\therefore \angle ECG+\angle FCN=\angle FCD+\angle FCN=90^\circ$,

$\therefore \angle CNF=90^\circ$, $\therefore DE \perp BF$

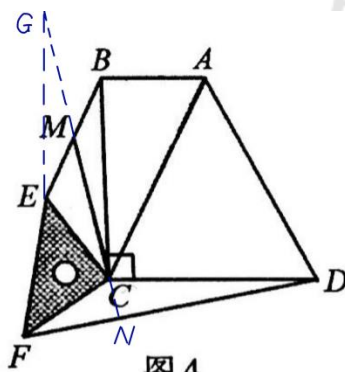


图 4

② $\alpha=60^\circ$ 或 300°