

太原市 2018-2019 学年第二学期七年级期末考试

数学试卷

一. 选择题 (本大题含 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 计算 2^{-1} 的结果为

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

【答案】 B

【考点】 负整数指数幂

【解析】 $2^{-1} = \frac{1}{2}$ 故选 A

2. 2019 年 4 月 28 日, 北京世界园艺博览会正式开幕。在此之前, 我国已经举办过七次不同类别的世界园艺博览会。下面是北京, 西安, 锦州, 沈阳四个城市举办的世园会的标志, 其中是轴对称图形的是



【答案】 B

【考点】 轴对称图形

【解析】 由轴对称图形的性质易得, 图 B 是轴对称图形。故选 B

3. 小明连续抛一枚质量均匀的硬币 5 次, 都是正面朝上。若他再抛一次, 则朝上的一面

- A. 一定是正面 B. 是正面的可能性较大 C. 一定是反面 D. 是正面或反面的可能性一样大

【答案】 D

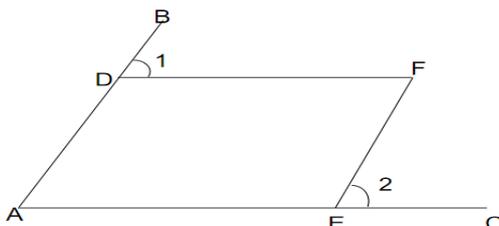
【考点】 等可能事件概率



【解析】 第六次抛硬币与前五次的结果并没有关系，所以依然是等可能事件的概率。故选 D

4.如图，点 D，点 E 分别在 $\angle BAC$ 的边 AB,AC 上，点 F 在 $\angle BAC$ 的内部。若 $\angle 1 = \angle F$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是

- A. 50° B. 40° C. 45° D. 130°



【答案】 A

【考点】 平行线的性质

【解析】 $\because \angle 1 = \angle F$ ， $\therefore AD \parallel EF$ 。 $\therefore \angle A = \angle 2 = 50^\circ$ 故选 A

5.下列运算正确的是

- A. $x^6 \div x = x^6$ B. $x^3 + x^5 = x^8$ C. $x^2 \cdot x^2 = 2x^4$ D. $(-x^2y)^3 = -x^6y^3$

【答案】 D

【考点】 幂的运算

【解析】 A. $x^6 \div x = x^5$ 故错误

B. $x^3 \cdot x^5 = x^8$ 故错误

C. $x^2 \cdot x^2 = x^4$ 故错误。故选 A

6.据 5 月 23 日“人民日报”微信公众号文章介绍，中国兵器工业集团豫西集团中南钻石公司推出大颗粒“首饰用钻石”，打破了国外垄断，使我国在钻石饰品主流领域领跑全球，钻石、珠玉等宝石的质量单位是克拉 (ct)，1 克拉为 100 分，已知 1 克拉 = 0.2 克，则“1 分”用科学记数法表示正确的是 ()

- A. 0.2×10^{-2} 克 B. 2×10^{-2} 克 C. 2×10^{-3} 克 D. 2×10^{-4} 克



【答案】 C

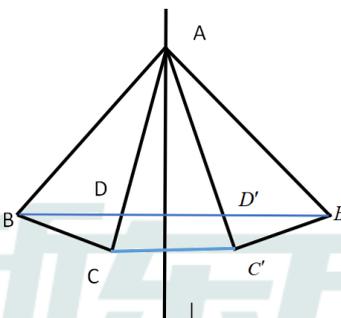
【考点】 科学记数法

【解析】 已知：1 克拉=0.2 克，1 克拉为 100 分

可得出：1 分=0.2÷100=2×10⁻³ 克

7.如图，点 A 在直线 l 上， $\triangle ABC$ 与 $\triangle AB'C'$ 关于直线 l 对称，连接 BB' ，分别交 AC， AC' 于点 D， D' ，连接 CC' 。下列结论不一定正确的是（ ）

- A. $\angle BAC = \angle B'AC'$ B. $CC' \parallel BB'$ C. $BD = BD'$ D. $AD = DD'$



【答案】 D

【考点】 轴对称的性质

【解析】 A： $\triangle ABC$ 与 $\triangle AB'C'$ 关于直线 l 对称，所以 $\triangle ABC \cong \triangle AB'C'$ ，所以 $\angle BAC = \angle B'AC'$ 正确

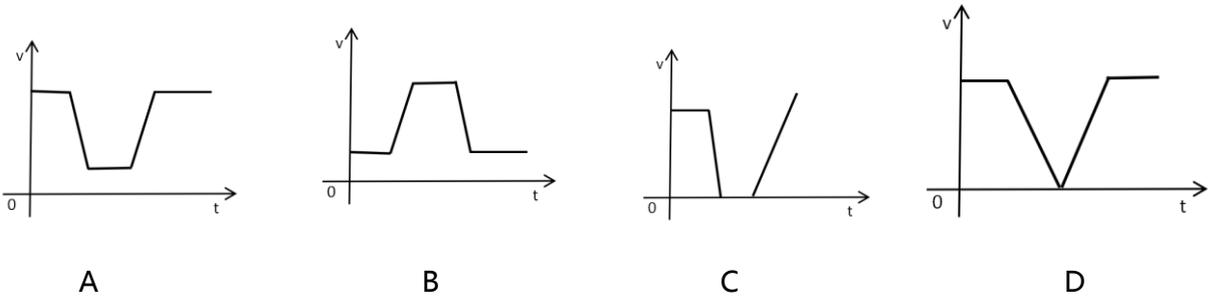
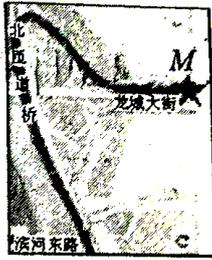
B： CC' ， BB' 为对称点的连线，都垂直于对称轴 l，可知 $CC' \parallel BB'$ 正确

C：B， B' 到 l 的距离相等，D， D' 到 l 的距离相等，可知 $BD = BD'$ 正确

D：没有条件可以得出 $AD = DD'$ ，故选 D

8.如图，一辆汽车在龙城大街上沿东向西方向正常行驶，从点 M 处开始减速驶入路况良好的祥云桥北匝道桥，接着驶入滨河东路后沿北向南方向继续正常行驶，下列四个图象中能刻画该汽车这个过程中行驶速度 v（千米/时）与行驶时间 t（时）之间的关系的是（ ）





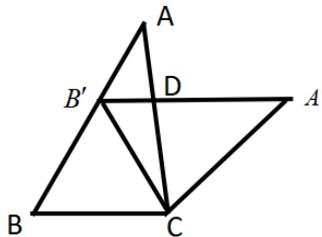
【答案】A

【考点】用图象表示变量关系

【解析】由题可知：该汽车先按正常速度匀速行驶，然后减速行驶，故不选B，并且行驶过程中并没有停止，所以速度没有为0，故不选C，D，故选A。

9.如图， $\triangle A'B'C \cong \triangle ABC$ ，点 B' 在 AB 边上，线段 $A'B'$ 、 AC 交于点 D 。若 $\angle A=40^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，则 $\angle A'CB$ 的度数为（ ）

- A. 100° B. 120° C. 135° D. 140°



【答案】D

【考点】三角形全等的性质

【解析】 $\because \triangle A'B'C \cong \triangle ABC$ $\angle B=60^\circ$ $\angle A=40^\circ$



$\therefore BC = B'C \quad \angle A'CB' = \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 80^\circ$

$\therefore \triangle BB'C$ 为等边三角形

$\therefore \angle BCB' = 60^\circ$

$\angle A'CB = \angle BCB' + \angle A'CB' = 140^\circ$ ，故选 D

10. 有一种手持烟花，点燃后每隔 1.4 秒发射一发花弹，要求每一发花弹炸时的高度要超过 15 米，否则视为不合格，在一次测试实验中，该烟花发射出的第一发花弹的飞行高度 h （米）随时间 t （秒）变化的规律如下表所示，下列关于这一变化过程说法正确的是（ ）

t/秒	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
h/秒	1.8	7.3	11.8	15.3	17.8	19.3	19.8	19.3	17.8	15.3

- A. 飞行时间 t 每增加 0.5 秒，飞行高度 h 就增加 5.5 米
- B. 飞行时间 t 每增加 0.5 秒，飞行高度 h 就减少 0.5 米
- C. 估计飞行时间 t 为 5 秒时，飞行高度 h 为 11.8 米
- D. 只要飞行时间 t 超过 1.5 秒后该花弹爆炸，就视为合格

【答案】 C

【考点】 用表格表示变量关系

【解析】 A: 只有 0 到 0.5 秒高度增加 5.5，其他都不是，故 A 错误

B: 只有 3 到 3.5 秒高度减少 0.5，其他都不是，故 B 错误

C: 根据表格可知：烟花飞行高度最高为 19.3，高度上升与高度下降时关于 19.3 对称，所以 t 为 5 秒时， h 与 1 秒时一样为 11.8，故 C 正确

D: 若在 4.5 秒后爆炸，则不合格，故 D 错误

二、填空题（本大题含 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）



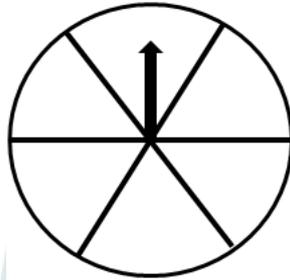
11. $a^2=7$, $b^2=5$, 则 $(a+b)(a-b)$ 的值为_____.

【答案】 2

【考点】 平方差公式

【解析】 解: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 = 7 - 5 = 2$

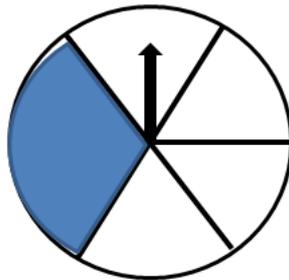
12. 如图是一个可以自由转动的转盘, 被等分成六个扇形. 请在转盘适当的扇形区域内涂上阴影, 使自由转动的该转盘停止转动时, 指针指向阴影区域的概率是 $\frac{1}{3}$.



【答案】 见解析

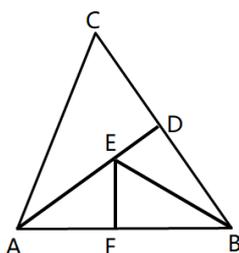
【考点】 概率

【解析】



13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是 BC 边上的中线, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , $EF \perp AB$ 于点 F . 若 $EF=3$, 则 ED 的长度为_____.





【答案】 3

【考点】 等腰三角形“三线合一”性质及角平分线的性质

【解析】 $\because AB=AC$ ，AD 是 BC 边上的中线

$$\therefore AD \perp BC$$

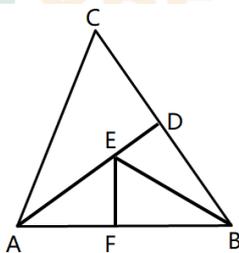
$$\because BE \text{ 平分 } \angle ABC \quad EF \perp AB$$

$$\therefore EF=ED$$

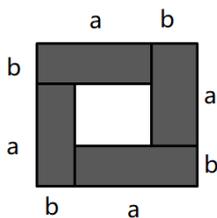
$$\because EF=3$$

$$\therefore ED=3$$

新东方
xdf.cn



14. 把长和宽分别为 a 和 b 的四个相同的小长方形拼成如图的图形，若图中每个小长方形的面积均为 3，大正方形的面积为 20，则 $(a-b)^2$ 的值为_____.



【答案】 8



【考点】 完全平方公式的知二求二

【解析】 由题知： $(a+b)^2=20$ $ab=3$

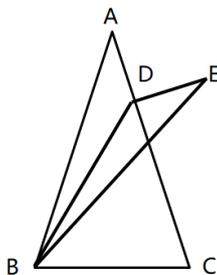
$$\therefore (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 20 - 4 \times 3 = 8$$

15. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，点D在AC边上（点D与点A，C不重合），且 $BC=CD$ ，连接BD，沿BD折叠 $\triangle ABC$ 使A落在点E处，得到 $\triangle EBD$ 。

请从下面A、B两题中任选一题作答，我选择_____题。

A. 若 $AB=AC$ ， $\angle A=40^\circ$ ，则 $\angle EBC$ 的度数为_____°。

B. 若 $\angle A=\alpha^\circ$ ，则 $\angle EBC$ 的度数为_____°（用含 α 的式子表示）



【答案】 A.40 B. α

【考点】 折叠的性质及外角定理

【解析】 A 题. 如下图，由折叠知： $\angle 1 = \angle 2$

$$\therefore CB = CD$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CDB$$

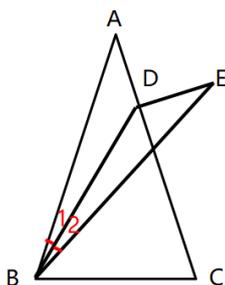
$$\therefore \angle CBD = \angle 2 + \angle EBC \quad \angle CDB = \angle 1 + \angle BAC$$

$$\therefore \angle EBC = \angle BAC$$

$$\therefore \angle BAC = 40^\circ$$

$$\therefore \angle EBC = 40^\circ$$





B 题. 如上图, 由折叠知: $\angle 1 = \angle 2$

$$\therefore CB = CD$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CDB$$

$$\therefore \angle CBD = \angle 2 + \angle EBC \quad \angle CDB = \angle 1 + \angle BAC$$

$$\therefore \angle EBC = \angle BAC$$

$$\therefore \angle BAC = \alpha^\circ$$

$$\therefore \angle EBC = \alpha^\circ$$

三、解答题 (本大题含 8 个小题, 共 55 分)

16. (每小题 3 分, 共 12 分) 计算:

$$(1) (3a^2b)^2 \div (-15ab^2)$$

$$(2) (a+1)(3a-2)$$

$$(3) 2019^2 - 2020 \times 2018$$

$$(4) (3x+y+z)(3x+y-z)$$

【答案】 (1) $-\frac{3}{5}a^3$; (2) $3a^2 + a - 2$; (3) 1; (4) $9x^2 + 6xy + y^2 - z^2$

【考点】 整式的运算

【解析】 (1) $(3a^2b)^2 \div (-15ab^2) = 9a^4b^2 \div (-15ab^2) = -\frac{3}{5}a^3$

$$(2) (a+1)(3a-2) = 3a^2 - 2a + 3a - 2 = 3a^2 + a - 2$$

$$(3) 2019^2 - 2020 \times 2018 = 2019^2 - (2019+1)(2019-1) = 2019^2 - (2019^2 - 1) = 1$$

$$(4) (3x+y+z)(3x+y-z) = (3x+y)^2 - z^2 = 9x^2 + 6xy + y^2 - z^2$$



17. (本题 5 分) 先化简 , 再求值 :

$$(x+2y)^2 - (8x^2y^2 + 10xy^3 - 2xy) \div 2xy, \text{ 其中 } x=-1, y=-2.$$

【答案】 -2

【考点】 整式化简求值

【解析】 $(x+2y)^2 - (8x^2y^2 + 10xy^3 - 2xy) \div 2xy$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 - (4xy + 5y^2 - 1)$$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 - 4xy - 5y^2 + 1$$

$$= x^2 - y^2 + 1$$

当 $x=-1, y=-2$ 时 ,

$$\text{原式} = (-1)^2 - (-2)^2 + 1 = 1 - 4 + 1 = -2$$

18. (本题 5 分)

某餐厅新开业 , 为了吸引顾客 , 推出 “摸球有礼” 优惠活动 , 餐厅在一个不透明的纸箱中装入除颜色外完全相同的小球共 50 个 , 其中红色球 3 个、黄色球 5 个、蓝色球 12 个 , 剩余为绿色 . 用餐结束后 , 顾客在结账前有一次摸奖机会 , 可以从纸箱中任意摸出一球 (记下颜色后放回) , 根据摸到的小球颜色决定这一次用餐可享受的优惠 (如下表所示) . 求某顾客通过摸球获得餐费打折优惠的概率 .

小球颜色	所享优惠
红色	餐费七折
黄色	餐费八折
蓝色	餐费九折
绿色	赠纸巾一盒



【答案】0.4

【考点】概率及其应用

【解析】解：所有的小球个数为 50 个；

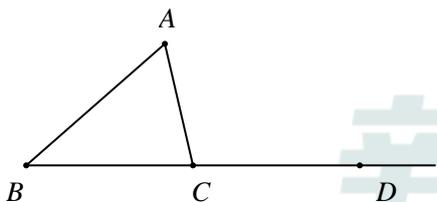
能获得餐费打折优惠的小球个数为 $3+5+12=20$ 个；

$$\therefore P(\text{获得餐费打折优惠}) = \frac{20}{50} = 0.4 .$$

19. (本题 4 分)

已知：如图， $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 延长线上的一点，且 $CD=BC$.

求作： $\triangle ECD$ ，使 $\triangle ECD \cong \triangle ABC$ 且点 E 与点 A 在 BC 同侧. (要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)

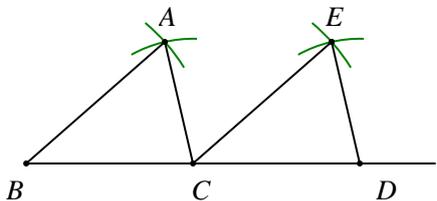


【答案】详见解析

【考点】尺规作图

【解析】分别以点 C 和点 D 为圆心，AB 和 AC 为半径作弧，两弧在 BC 的上方交于点 E，连接 CE 和 CD，

$\triangle ECD$ 即为所求 .

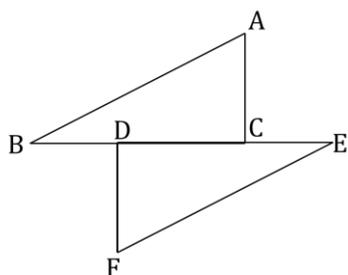


20. (本题 6 分)

如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 的边 BC 和 ED 在同一直线上， $BD=CE$ ，点 A，F 在直线 BE 的两侧， $AB \parallel EF$ ，

$\angle A = \angle F$ ，判断 AC 与 FD 的数量关系和位置关系，并说明理由.





【答案】 详见解析

【考点】 全等三角形的判定，平行线的判定和性质

【解析】 解：数量关系： $AC=DF$ 。 位置关系： $AC \parallel DF$

$$\therefore BD=CE$$

$$\therefore BD+CD=CE+CD$$

$$\text{即：} BC=DE$$

$$\text{又：} AB \parallel EF,$$

$$\therefore \angle B = \angle E$$

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle FDE$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle F \\ \angle B = \angle E \\ BC = ED \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle FDE \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AC=FD, \angle ACB = \angle FDE$$

$$\therefore AC \parallel DF$$

21. (本题 6 分)

在某地，人们发现在一定温度下某种蟋蟀叫的次数与温度之间有如下的近似关系：



当地温度 $x(^{\circ}\text{C})$	5	6	7	8	9	...
蟋蟀 1min 叫的次数 y (次)	14	21	28	35	42	...

- (1) 在这个变化过程中，自变量是_____，因变量是_____；
- (2) 当地温度 x 每增加 1°C ，这种蟋蟀 1min 叫的次数 y 是怎样变化的？
- (3) 这种蟋蟀 1min 叫的次数 y (次) 与当地温度 $x (^{\circ}\text{C})$ 之间的关系式为_____；
- (4) 当这种蟋蟀 1min 叫的次数 $y=105$ 时，求当时该地的温度.

【答案】 (1) 当地温度 蟋蟀 1 分钟的叫次数

(2) 当地温度 x 每增加 1°C ，这种蟋蟀 1 分钟叫的次数 y 增加 7 次.

(3) $y=7x-21$

(4) 18°C

【考点】 表格法，关系式法表示变量之间的关系

【解析】

- (1) 自变量是当地温度，因变量是蟋蟀 1 分钟叫的次数.
- (2) 当地温度 x 每增加 1°C ，这种蟋蟀 1 分钟叫的次数 y 增加 7 次.
- (3) 这种蟋蟀 1 分钟叫的次数 y (次) 与当地温度 $x (^{\circ}\text{C})$ 之间的关系式为： $y=7x-21$
- (4) 当 $y=105$ 时，解得 $x=18$ ，则当时该地的温度为 18°C .

22.(本题 7 分)

阅读下列材料，完成相应的任务：

全等四边形

根据全等图形的定义可知：四条边分别相等，四个角也分别相等的两个四边形全等.在“探索三角形全等



的条件”时，我们把两个三角形中“一条边相等”或“一个角相等”称为一个条件.智慧小组的同学类比“探索三角形全等条件”的方法，探索“四边形全等的条件”，进行了如下思考：如图 1，四边形 ABCD 和四边形 A'B'C'D'中，连接对角线 AC, A'C'，这样两个四边形全等的问题就转化为“ $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ”与“ $\triangle ACD \cong \triangle A'C'D'$ ”的问题.若先给定“ $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ”的条件，只要再增加 2 个条件使“ $\triangle ACD \cong \triangle A'C'D'$ ”即可推出两个四边形中“四条边分别相等，四个角也分别相等”，从而说明两个四边形全等.

按照智慧小组的思路，小明对图 1 中的四边形 ABCD 和四边形 A'B'C'D'先给出如下条件：

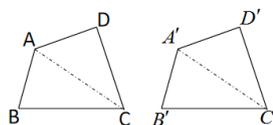


图1

$AB=A'B'$ ， $\angle B=\angle B'$ ， $BC=B'C'$ ，小亮在此基础上又给出“ $AD=A'D'$ ， $CD=C'D'$ ”两个条件，他们认为满足这五个条件能得到“四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$ ”。

- (1) 请根据小明和小亮给出的条件，说明“四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$ ”的理由；
- (2) 请从下面 A, B 两题中任选一题作答，我选择_____题.

A.在材料中“小明所给条件”的基础上，小颖又给出两个条件“ $AD=A'D'$ ， $\angle BCD=\angle B'C'D'$ ”，满足这五个条件_____ (填“能”或“不能”)得到“四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$ ”。

B.在材料中“小明所给条件”的基础上，再添加两个关于原四边形的条件(要求:不同于小亮的条件)，使“四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$ ”，你添加的条件是：①_____；②_____。

【答案】 (1) 详见解析； (2) A.不能 B.① $\angle D=\angle D'$ ；② $\angle DAC=\angle D'A'C'$

【考点】 阅读材料自主能力及思维；全等三角形的判定

【解析】

(1) 证明：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AB = A'B' \\ \angle B = \angle B' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (SAS)

$$\therefore AC = A'C' \quad \angle BAC = \angle B'A'C' \quad \angle BCA = \angle B'C'A'$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle A'C'D'$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AD = A'D' \\ AC = A'C' \\ CD = C'D' \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle A'C'D'$ (SSS)

$$\therefore \angle DAC = \angle D'A'C' \quad \angle DCA = \angle D'C'A' \quad \angle D = \angle D'$$

$$\therefore \angle DAC + \angle BAC = \angle D'A'C' + \angle B'A'C' \quad \angle BCA + \angle DCA = \angle D'C'A' + \angle B'C'A'$$

$$\text{即: } \angle DAB = \angle D'A'B' \quad \angle DCB = \angle D'C'B'$$

$$\therefore AB = A'B', BC = B'C', CD = C'D', DA = D'A',$$

$$\angle DAB = \angle D'A'B', \angle B = \angle B', \angle DCB = \angle D'C'B', \angle D = \angle D'$$

\therefore 四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$

(2)

A 题. 小明给出的条件可得: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = A'B' \\ \angle B = \angle B' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (SAS)

$$\therefore AC = A'C'$$

根据 $AD = A'D', \angle BCD = \angle B'C'D'$, 不能判定 $\triangle ACD \cong \triangle A'C'D'$



∴不能得到四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$

B 题.小明给出的条件可得：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AB = A'B' \\ \angle B = \angle B' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (SAS)

$$\therefore AC = A'C' \quad \angle BAC = \angle B'A'C' \quad \angle BCA = \angle B'C'A'$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle A'C'D'$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle D = \angle D' \\ \angle DAC = \angle D'A'C' \\ AC = A'C' \end{cases}$$

∴ $\triangle ACD \cong \triangle A'C'D'$ (AAS)

$$\therefore AD = A'D' \quad CD = C'D' \quad \angle DCA = \angle D'C'A'$$

$$\therefore \angle DAC + \angle BAC = \angle D'A'C' + \angle B'A'C' \quad \angle BCA + \angle DCA = \angle D'C'A' + \angle B'C'A'$$

$$\text{即：} \angle DAB = \angle D'A'B' \quad \angle DCB = \angle D'C'B'$$

$$\therefore AB = A'B', BC = B'C', CD = C'D', DA = D'A',$$

$$\angle DAB = \angle D'A'B', \angle B = \angle B', \angle DCB = \angle D'C'B', \angle D = \angle D'$$

∴ 四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$

23. (本题 10 分) 综合与探究

数学课上，老师让同学们利用三角形纸片进行操作活动，探究有关线段之间的关系.

问题情境：

如图 1，三角形纸片 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$. 将点 C 放在直线 l 上，点 A, B 位于直线 l 的同侧，过

点 A 作 $AD \perp l$ 于点 D .



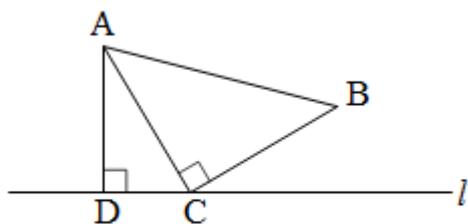


图 1

初步探究：

(1) 在图 1 的直线 l 上取点 E ，使 $BE=BC$ ，得到图 2. 猜想线段 CE 与 AD 的数量关系，并说明理由；

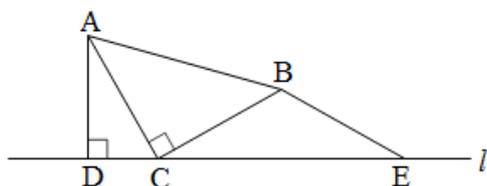


图 2

变式拓展：

(2) 小颖又拿了一张三角形纸片 MPN 继续进行拼图操作，其中 $\angle MPN=90^\circ$ ， $MP=NP$. 小颖在图 1 的基础上，将三角形纸片 MPN 的顶点 P 放在直线 l 上，点 M 与点 B 重合，过点 N 作 $NH \perp l$ 于点 H .

请从下面 A, B 两题中任选一题作答，我选择 _____ 题.

A. 如图 3，当点 N 与点 M 在直线 l 的异侧时，探究此时线段 CP ， AD ， NH 之间的数量关系，并说明理由.

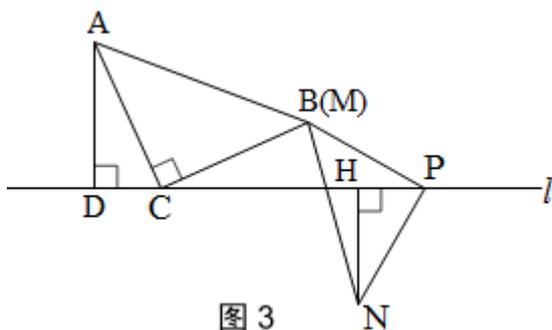


图 3

B. 如图 4，当点 N 与点 M 在直线 l 的同侧，且点 P 在线段 CD 的中点时，探究此时线段 CD ， AD ， NH 之间的数量关系，并说明理由.



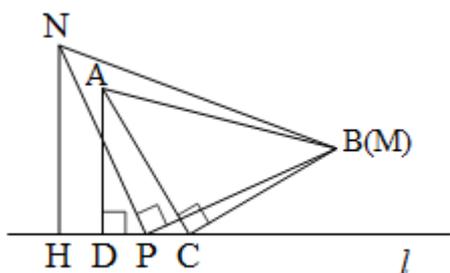


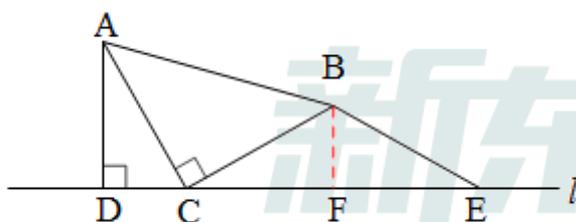
图 4

【答案】 (1) $CE=2AD$ (2) A: $CP=AD+NH$ B: $NH=\frac{1}{2}CD+AD$

【考点】 全等模型——一线三垂直；

【解析】 (1) $CE=2AD$ ，理由如下：

过点 B 作 $BF \perp l$ 于点 F，易得 $\angle CFB=90^\circ$



$\therefore AD \perp l$

$\therefore \angle ADC=90^\circ$ ， $\angle CAD+\angle DCA=90^\circ$

$\therefore \angle ADC=\angle CFB$

$\therefore \angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle DCA+\angle BCF=90^\circ$

$\therefore \angle CAD=\angle BCF$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBF$ 中

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CFB \\ \angle CAD = \angle BCF \\ AC = BC \end{cases} \quad \therefore \triangle ACD \cong \triangle CBF \text{ (AAS)}$$

$\therefore AD=CF$

$\therefore BE=BC$ ， $BF \perp l$

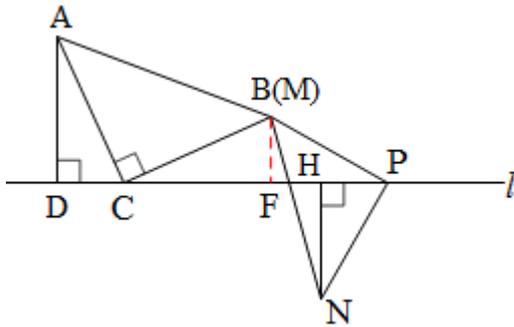
$\therefore CF=EF$



$$\therefore CE = 2CF = 2AD$$

(2) A. $CP = AD + NH$, 理由如下:

过点 B 作 $BF \perp l$ 于点 F, 易得 $\angle BFP = 90^\circ$,



由 (1) 可得: $\triangle ACD \cong \triangle CBF$ $\therefore AD = CF$

$\therefore NH \perp l$ $\therefore \angle PHN = 90^\circ, \angle HNP + \angle HPN = 90^\circ$

$\therefore \angle BFP = \angle PHN$

$\therefore \angle MPN = 90^\circ$ $\therefore \angle HPN + \angle FPB = 90^\circ$

$\therefore \angle HNP = \angle FPB$

在 $\triangle BFP$ 和 $\triangle PHN$ 中

$$\begin{cases} \angle BFP = \angle PHN \\ \angle HNP = \angle FPB \\ MP = NP \end{cases} \therefore \triangle BFP \cong \triangle PHN \text{ (AAS)}$$

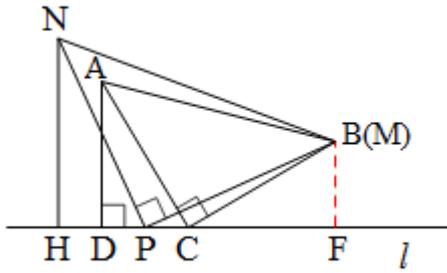
$\therefore NH = PF$

$\therefore CP = CF + PF$ $\therefore CP = AD + NH$

B. $NH = \frac{1}{2} CD + AD$, 理由如下:

过点 B 作 $BF \perp l$ 于点 F, 易得 $\angle BFC = 90^\circ$,





由 (1) 可得： $\triangle ACD \cong \triangle CBF$ $\therefore AD = CF$

$\therefore NH \perp l$ $\therefore \angle PHN = 90^\circ$, $\angle HNP + \angle HPN = 90^\circ$

$\therefore \angle BFP = \angle PHN$

$\therefore \angle MPN = 90^\circ$ $\therefore \angle HPN + \angle FPB = 90^\circ$

$\therefore \angle HNP = \angle FPB$

在 $\triangle BFP$ 和 $\triangle PHN$ 中

$$\begin{cases} \angle BFP = \angle PHN \\ \angle HNP = \angle FPB \\ MP = NP \end{cases} \therefore \triangle BFP \cong \triangle PHN \text{ (AAS)}$$

$\therefore NH = PF$

\therefore 点 P 在线段 CD 的中点 $\therefore CP = DP = \frac{1}{2} CD$

由图得： $PF = PC + CF$

$\therefore NH = \frac{1}{2} CD + AD$

