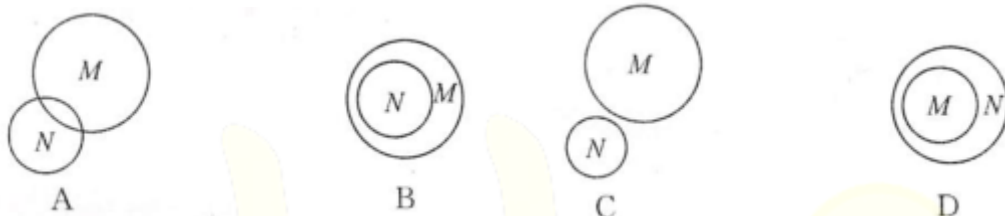


太原十二中 2019—2020 学年度十月份月考答案

高一数学

1. 能正确表示集合  $M = \{x \in \mathbf{R} | 0 \leq x \leq 2\}$  和集合  $N = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - x = 0\}$  关系的 Venn 图是



B

2. 如果集合  $M = \{x | x + 1 > 0\}$ , 那么

A.  $\emptyset \in M$

B.  $0 \subseteq M$

C.  $\{0\} \in M$

D.  $\{0\} \subseteq M$

D

3. 已知集合  $A = \{-2, 0, 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$

A.  $\emptyset$

B.  $\{2\}$

C.  $\{0\}$

D.  $\{-2\}$

B

4. 已知集合  $P = \{x | -1 < x < 1\}$ ,  $Q = \{x | 0 < x < 2\}$ , 则  $P \cup Q$  等于( )

A.  $(-1, 2)$

B.  $(0, 1)$

C.  $(-1, 0)$

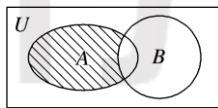
D.  $(1, 2)$

答案 A

解析  $\because P = \{x | -1 < x < 1\}$ ,  $Q = \{x | 0 < x < 2\}$ ,

$\therefore P \cup Q = \{x | -1 < x < 2\}$ .

5. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{R} | x \geq 2\}$ , 则图中阴影部分所表示的集合为( )



A.  $\{0, 1\}$

B.  $\{1\}$

C.  $\{1, 2\}$

D.  $\{0, 1, 2\}$

答案 B

解析 因为  $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ , 而图中阴影部分为集合 A 去掉  $A \cap B$  部分, 所以阴影部分所表示的集合为  $\{1\}$ .

6. 设  $A, B$  是全集  $I = \{1, 2, 3, 4\}$  的子集,  $A = \{1, 2\}$ , 则满足  $A \subseteq B$  的集合  $B$  的个数是( )

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

答案 B

解析  $\because \{1, 2\} \subseteq B, I = \{1, 2, 3, 4\}$ ,

$\therefore$  满足条件的集合  $B$  有  $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$ , 共 4 个.

7. 下列各组函数表示同一函数的是( )

A.  $y = \frac{x^2-9}{x-3}$  与  $y = x+3$

B.  $y = \sqrt{x^2-1}$  与  $y = x-1$

C.  $y = x^0 (x \neq 0)$  与  $y = 1 (x \neq 0)$

D.  $y = x+1, x \in \mathbf{Z}$  与  $y = x-1, x \in \mathbf{Z}$

解析: A 中两函数定义域不同; B 中两函数值域不同; D 中两函数对应法则不同.

答案: C

8. 下列函数中,既是奇函数又是增函数的为 ( )

A.  $y = x+1$

B.  $y = -x^3$

C.  $y = \frac{1}{x}$

D.  $y = x|x|$

D

9. 设集合  $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围是( )

A.  $-1 < a \leq 2$

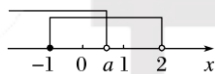
B.  $a > 2$

C.  $a \geq -1$

D.  $a > -1$

答案 D

解析 因为  $A \cap B \neq \emptyset$ , 所以集合  $A, B$  有公共元素, 作出数轴, 如图所示, 易知  $a > -1$ .



10. 当  $1 \leq x \leq 3$  时, 函数  $f(x) = 2x^2 - 6x + c$  的值域为( )

A.  $[f(1), f(3)]$

B.  $[f(1), f(\frac{3}{2})]$

C.  $[f(\frac{3}{2}), f(3)]$

D.  $[c, f(3)]$

答案 C

11. 已知集合  $P = \{x | x^2 \leq 1\}$ ,  $M = \{a\}$ . 若  $P \cup M = P$ , 则  $a$  的取值范围是( )

A.  $(-\infty, -1]$

B.  $[1, +\infty)$

C.  $[-1, 1]$

D.  $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

解析 因为  $P \cup M = P$ , 所以  $M \subseteq P$ , 即  $a \in P$ ,

得  $a^2 \leq 1$ , 解得  $-1 \leq a \leq 1$ , 所以  $a$  的取值范围是  $[-1, 1]$ .

答案 C

12. 已知  $f(x) = 3 - 2|x|$ ,  $g(x) = x^2 - 2x$ ,  $F(x) = \begin{cases} g(x), & \text{若 } f(x) \geq g(x), \\ f(x), & \text{若 } f(x) < g(x). \end{cases}$  则  $F(x)$  的最值是( )

A. 最大值为 3, 最小值 -1

B. 最大值为  $7 - 2\sqrt{7}$ , 无最小值

C. 最大值为 3, 无最小值      D. 既无最大值, 又无最小值

答案 B

13. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

答案  $\{x|x \geq 0 \text{ 且 } x \neq 1\}$

14. 函数  $y = -(x-4)|x|$  的单调递增区间是\_\_\_\_\_.

(0,2) 区间端点开闭都算对

15. 已知集合  $A = \{x|x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x|x < a\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

答案  $(3, +\infty)$

解析  $A = \{x|x^2 - 2x - 3 \leq 0\} = \{x|-1 \leq x \leq 3\}$ ,

$\because A \subseteq B, B = \{x|x < a\}, \therefore a > 3.$

16. 若函数  $f(x)$  是奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  内是增函数, 又  $f(-3) = 0$ , 则  $xf(x) < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

$(-3, 0) \cup (0, 3)$

解析  $A, B$  都表示点集,  $A \cap B$  即是由  $A$  中在直线  $x + y - 1 = 0$  上的所有点组成的集合, 代入验证即可.

### 三、解答题

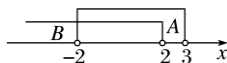
17. 已知集合  $A = \{x | (x-3)(3x+6) < 0\}$ , 集合  $B = \{m | 3 > 2m - 1\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B$ .

解 解不等式二次不等式, 得  $-2 < x < 3$ ,

则  $A = \{x | -2 < x < 3\}$ ,

解不等式  $3 > 2m - 1$  得  $m < 2$ , 则  $B = \{m | m < 2\}$ .

用数轴表示集合  $A$  和  $B$ , 如图所示,



则  $A \cap B = \{x | -2 < x < 2\}$ ,  $A \cup B = \{x | x < 3\}$ .

$\therefore$  实数  $m$  的取值范围是  $\{m | m > 5 \text{ 或 } m < -3\}$ .

18. 已知函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ .

(1) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性, 并加以证明;

(2) 用定义证明函数  $f(x)$  在区间  $[1, +\infty)$  上为增函数;

解:

(1)  $f(x)$  是奇函数理由如下:

函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  的定义域为  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ .

$$\text{且 } f(-x) = -x + \frac{1}{x} = -\left(x - \frac{1}{x}\right) = -f(x) \quad (\text{分})$$

... (3)

$\therefore f(x)$  是奇函数... (4分)

证明: (2) 任取  $x_1, x_2 \in [1, +\infty)$  且  $x_1 < x_2$ ,

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = x_1 - \frac{1}{x_1} - \left(x_2 - \frac{1}{x_2}\right) \quad (\text{分})$$

$$= (x_1 - x_2) \frac{x_1 x_2 + 1}{x_1 x_2} \quad \dots (6)$$

$$\because x_1 - x_2 < 0, x_1 x_2 + 1 > 0, x_1 x_2 > 0$$

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0,$$

即  $f(x_1) < f(x_2)$ .

$\therefore f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上单调递增; ...

19. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c, & x \leq 0, \\ 2, & x > 0, \end{cases}$  若  $f(-2) = f(0)$ ,  $f(-1) = -3$ ,

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 求关于  $x$  的方程  $f(x) = x$  的解.

$$\text{解 } \because x \leq 0 \text{ 时, } f(x) = x^2 + bx + c,$$

$$\therefore f(-2) = (-2)^2 - 2b + c,$$

$$f(0) = c, \quad f(-1) = (-1)^2 - b + c.$$

$$\because f(-2) = f(0), \quad f(-1) = -3,$$

$$\therefore \begin{cases} (-2)^2 - 2b + c = c, \\ (-1)^2 - b + c = -3, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} b = 2, \\ c = -2. \end{cases}$$

$$\text{则 } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 2, & x \leq 0, \\ 2, & x > 0, \end{cases}$$

当  $x \leq 0$  时, 由  $f(x) = x$  得,  $x^2 + 2x - 2 = x$ ,

得  $x = -2$  或  $x = 1$ .

由于  $x = 1 > 0$ , 所以舍去.

当  $x > 0$  时, 由  $f(x) = x$  得  $x = 2$ ,

$\therefore$  方程  $f(x) = x$  的解为  $-2, 2$ .

20. 已知函数  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = -x^2 + ax$ .

(1) 若  $a = -2$ , 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若函数  $f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的单调减函数,

① 求  $a$  的取值范围;

② 若对任意实数  $m$ ,  $f(m-1) + f(m^2+t) < 0$  恒成立, 求实数  $t$  的取值范围.

解 (1) 当  $x < 0$  时,  $-x > 0$ ,

又  $\because f(x)$  为奇函数, 且  $a = -2$ ,

$$\therefore f(x) = -f(-x) = x^2 - 2x,$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x < 0, \\ -x^2 - 2x, & x \geq 0. \end{cases}$$

(2) ① 当  $a \leq 0$  时, 对称轴  $x = \frac{a}{2} \leq 0$ ,

$\therefore f(x) = -x^2 + ax$  在  $[0, +\infty)$  上单调递减,

由于奇函数在关于原点对称的区间上单调性相同,

$\therefore f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上单调递减,

又在  $(-\infty, 0)$  上  $f(x) > 0$ , 在  $(0, +\infty)$  上  $f(x) < 0$ ,

$\therefore$  当  $a \leq 0$  时,  $f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的单调减函数.

当  $a > 0$  时,  $f(x)$  在  $(0, \frac{a}{2})$  上单调递增, 在  $(\frac{a}{2}, +\infty)$  上单调递减, 不合题意.

$\therefore$  函数  $f(x)$  为单调减函数时,  $a$  的取值范围为  $a \leq 0$ .

②  $\because f(m-1) + f(m^2+t) < 0$ ,

$$\therefore f(m-1) < -f(m^2+t),$$

又  $\because f(x)$  是奇函数,  $\therefore f(m-1) < f(-t-m^2)$ ,

又  $\because f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的单调减函数,

$\therefore m - 1 > -t - m^2$  恒成立,

$\therefore t > -m^2 - m + 1 = -(m + \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}$  恒成立,

$\therefore t > \frac{5}{4}$ .



# 升学

# 太原研究所