

2019~2020 学年第一学期高三年级阶段性测评数学试卷及分析

一. 选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请将其字母标号填入下表相应的位置)

1. 设全集 $U=R$, 若 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, $B=\{x|y=\log_2(1-x)\}$, 则 $A\cap(C_U B)=$

- A. $\{1,2\}$ B. $\{2\}$ C. $\{-1,-2,0\}$ D. $\{-1,-2\}$

答案：A.

解析： $B=\{x|x<1\}$; $\therefore C_U B=\{x|x\geq 1\}$; $\therefore A\cap(C_U B)=\{1,2\}$. 故选：A.

2. 已知命题 p, q , 则 “ $p\wedge q$ 是真命题” 是 “ $\neg p$ 是假命题” 的

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

答案：B.

解析：若是 $p\wedge q$ 真命题, 则 p, q 都是真命题, 则 $\neg p$ 是假命题, 即充分性成立, 若 $\neg p$ 是假命题, 则 p 是真命题, 此时 $p\wedge q$ 是真命题, 不一定成立, 即必要性不成立, 故 “ $p\wedge q$ 是真命题” 是 “ $\neg p$ 是假命题” 的充分不必要条件, 故选：B.

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$, 若 a_1, a_5 是方程 $x^2-2x-3=0$ 的解, 则其前 5 项的和 $S_5=$

- A. 3 B. 25 C. 10 D. 5

答案：D.

解析：由题知 $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)=0$, 解得方程的两根为 $x_1=-1, x_2=3$, 因为 a_1, a_5 是方程 $x^2-2x-3=0$ 的解, 所以有 $a_1=-1, a_5=3$ 或 $a_1=3, a_5=-1$; 又 $\{a_n\}$ 为等差数列, 可知 $S_5=\frac{5(a_1+a_5)}{2}=5$. 故选：D.

4. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 则函数 $y=f(2-x)$ 的定义域为

- A. $[-1,0]$ B. $[0,2]$ C. $[-2,0]$ D. $[-1,+\infty]$

答案：A.

解析：因为函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 即 $0\leq x\leq 2$.

由 $0\leq 2-x\leq 2$, 解得 $-1\leq x\leq 0$, 即函数 $y=f(2-x)$ 的定义域是 $[-1, 0]$. 故选：A.

以选 A

10. 已知定义在 R 上的函数 $f(x+2) = \frac{-4}{f(x)}$, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = x+1$, 则 $f(1)+f(2)+\dots+f(2019) =$

A. -840 B. 840 C. 843 D. -843

答案：C

解析：根据 $f(x+2) = \frac{-4}{f(x)}$ 得 $f(x+4) = \frac{-4}{f(x+2)} = \frac{-4}{\frac{-4}{f(x)}} = f(x)$, 所以该函数的周期为 4,

$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = f(1+2) = \frac{-4}{f(1)} = -2$, 同理 $f(4) = -\frac{4}{3}$,

所以 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{5}{3}$, 所以 $f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{5}{3} \times 504 + f(1) + f(2) + f(3) =$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2 & x \leq 0 \\ e^x + 1 & x > 0 \end{cases}$ 若 $g(x) = f(x) - x - m$ 有两个不同的零点, 则实数 m 的取值范围是

A. $[2, +\infty)$ B. $(\frac{7}{4}, +\infty)$ C. $[\frac{7}{4}, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

答案：D

解析：若 $g(x) = f(x) - x - m$ 有两个不同的零点, 则 $f(x)$ 的图像与 $y = x + m$ 的图像有两个交点, 当 $f(x)$ 切线的斜率为 1 时, 可以求得切点为 $(0, 2)$, 即 $y = x + 2$ 与函数 $f(x)$ 有一个交点, 所以当 $m \in (2, +\infty)$ 时, 图像有两个交点

12. 已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的连续函数, 对 $\forall x \in R$, 都有 $f(x) = e^x + e^{-x} - f(-x)$, 且 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f'(x) < e^x - 2$,

若 $f(m+2) \geq f(-m) + \frac{e^{2m+2} - 1}{e^m} - 4(m+1)$, 则实数 m 的取值范围是

A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, -1]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

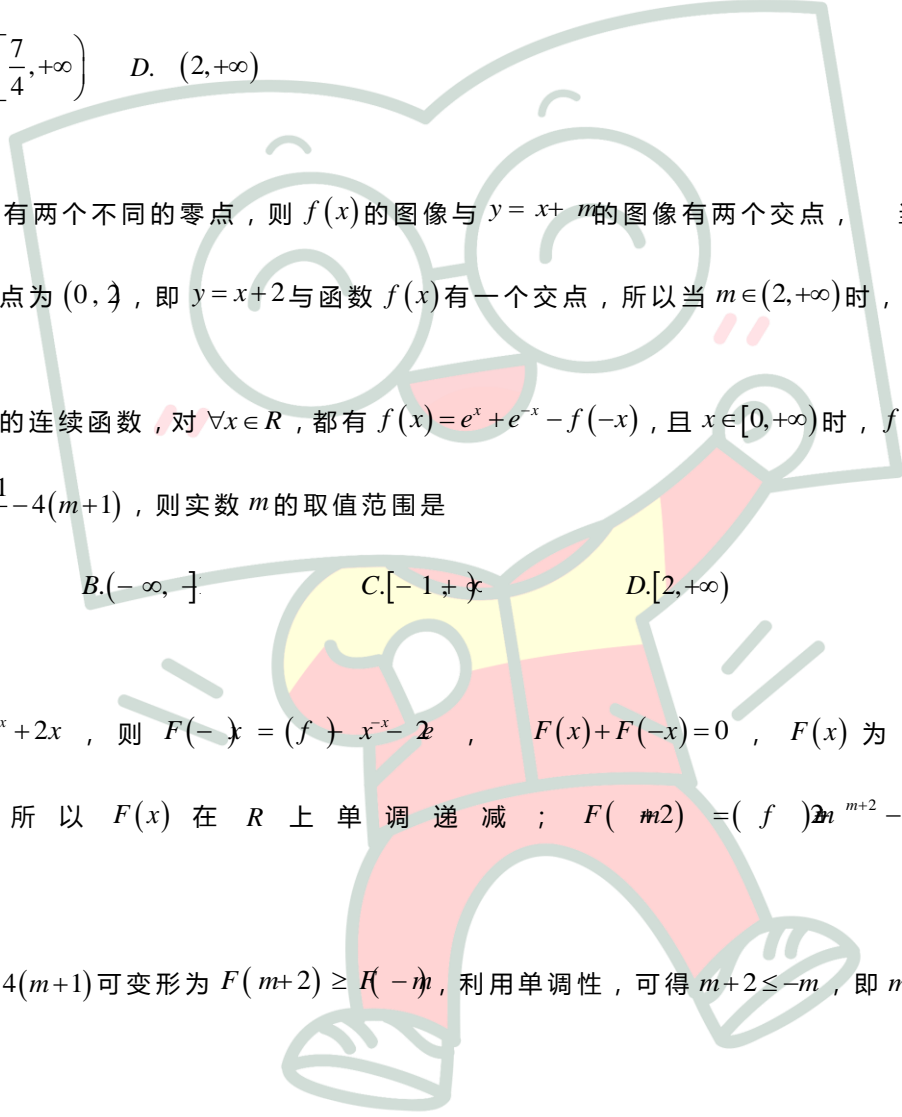
答案：B

解析：令 $F(x) = f(x) - e^x + 2x$, 则 $F(-x) = f(-x) - e^{-x} - 2x$, $F(x) + F(-x) = 0$, $F(x)$ 为奇函数;

$F'(x) = f'(x) - e^x + 2 < 0$, 所以 $F(x)$ 在 R 上单调递减; $F(m+2) = f(m+2) - e^{m+2} + 2(m+2)$;

$F(-m) = f(-m) - e^{-m} - 2m$

$f(m+2) \geq f(-m) + \frac{e^{2m+2} - 1}{e^m} - 4(m+1)$ 可变形为 $F(m+2) \geq F(-m)$, 利用单调性, 可得 $m+2 \leq -m$, 即 $m \leq -1$



二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 不等式 $2^{x-2} > 3^{x-2}$ 的解集为_____.

答案： $\{x | x < 2\}$

解析：利用幂函数的性质，可得 $x-2 < 0$ ，即 $x < 2$

14. 偶函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=3$ 对称，若 $f(4)=2$ ，则 $f(-2)=$ _____.

答案： 2

解析：由函数 $f(x)$ 为偶函数及对称轴为 $x=3$ ，可得： $f(x)$ 的周期为 $T=2|3-0|=6$ ，则由周期性 $f(-2)=f(4)=2$.

15. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_{33}=77$ ， $q=2$ ，则 $a_1+a_4+a_7+\dots+a_{31}$ _____.

答案： 11

解析：结合等比数列的性质，不妨设 $a_1+a_4+a_7+\dots+a_{31}=M$ ，则 $S_{33}=M+2M+2^2M=77$ ，可得： $M=11$ ，

16. 已知 $f(x)=|\log(x-1)|$ ，若 $f(a)=f(b)$ ，则 $2a+b$ 的最小值为_____.

答案： $3+2\sqrt{2}$

解析：函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\begin{cases} -\log_2(x-1), & 1 < x < 2 \\ \log_2(x-1), & x \geq 2 \end{cases}$ ，令 $f(a)=f(b)=m$ ，则 $m > 0, 1 < a < 2, b > 2$ ，且

$-\log_2(a-1)=\log_2(b-1)$ ，化简得 $(a-1)(b-1)=1$ ，原式 $2a+b=2(a-1)(b-1)+3\sqrt{(a-1)(b-1)}+3\sqrt{2}$ ，当

且仅当 $a=1+\frac{\sqrt{2}}{2}, b=1+\sqrt{2}$ 时，等号成立，最小值为 $3+2\sqrt{2}$.

三 解答题（本大题共4小题，共40分，解答需写文字说明，证明过程或演算过程）

17.（本小题共8分）

已知函数 $f(x)=\frac{\ln(x-1)}{\sqrt{x^2-x-2}}$ 的定义域为 A ， $g(x)=\frac{x+1}{x-1}(x \in A)$

(1) 求集合 A

(2) 求 $y=g(x)$ 的值域

答案：(1) $A=\{x|x>2\}$ (2) $(0,3)$

解析：(1) 由 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2-x-2 > 0 \end{cases}$ 解得 $x > 2$ ，所以集合 $A=\{x|x>2\}$

(2) $g(x)=\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}(x \in A)$ ，因为 $x > 2$ ，所以 $1 < g(x) < 3$ ，所以 $y=g(x)$ 的值域为 $(1,3)$

18. (本小题满分 10 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 点 (n, S_n) 都在曲线 $y = 2 \cdot 3^{n+1} - 6$ 上, $n \in N^*$

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log_3 a_n - \log_3 4$, 求 $\left\{ \frac{1}{b_n b_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和 T_n

答案: (1) $a_n = 4 \cdot 3^n$ (2) $T_n = \frac{n}{n+1}$

解析: (1) $S_n = 2 \cdot 3^{n+1} - 6$

当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3^2 - 6 = 12$;

当 $n \geq 2$ 时, $S_{n-1} = 2 \cdot 3^n - 6$ $a_n = S_n - S_{n-1} = 2 \cdot 3^{n+1} - 6 - (2 \cdot 3^n - 6) = 4 \cdot 3^n$

验证, 当 $n=1$ 时, 满足 $a_n = 4 \cdot 3^n$; 所以, $a_n = 4 \cdot 3^n$

(2) 由 (1) 得 $a_n = 4 \cdot 3^n$, 则 $b_n = \log_3 4 \cdot 3^n - \log_3 4 = \log_3 4 + \log_3 3^n - \log_3 4 = n$

令 $c_n = \frac{1}{b_n b_{n+1}} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$T_n = c_1 + c_2 + \dots + c_{n-1} + c_n$
所以 $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$
 $= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

19. (本小题满分 10 分)

600名工人分成两组, 一组完成 A 场馆的甲级标准地基 $2000m^2$ 时, 同时另一组完成 B 场馆的乙级标准地基 $3000m^2$; 据测算, 完成甲级标准地基每平方米的工程量为 50 人天, 完成乙级标准地基每平方米的工程量为 30 人天.

(1) 若工程队分配 x 名工人去 A 场馆, 求 A 场馆地基和 B 场地基建造时间 $f(x)$ 和 $g(x)$ (单位: 天) 的函数解析式:

(2) A, B 两个场馆同时开工, 该工程队如何分配两个场馆的工人数量, 可以使得工期最短.

(参考数据: $\frac{6000}{19} \approx 315.79, \frac{100000}{315} \approx 317.46, \frac{90000}{284} \approx 316.90$)

备注: 若地基面积为 S 平方米, 每平方米的工程量为 m 人天, 工人数 n 人, 则工期为 $\frac{Sm}{n}$ (天)

答案: (1) $f(x) = \frac{100000}{x}; g(x) = \frac{90000}{600-x}, x \in (0, 600), x \in Z$

(2) 分配 316 名工人去 A 场馆, 284 名工人去 B 场馆.

解析: (1) 由题意, 得 $f(x) = \frac{2000 \times 50}{x} = \frac{100000}{x}; g(x) = \frac{3000 \times 30}{600-x} = \frac{90000}{600-x}, x \in (0, 600), x \in Z$

(2) 当两个场馆一起完成时，工期最短，即 $f(x)=g(x)$ ，所以 $\frac{100000}{x} = \frac{900}{600-x}$ ，解得 $x = \frac{6000}{19} \approx 316$ ，所以分配 316 名工人去 A 场馆，284 名工人去 B 场馆。

20. 已知函数 $f(x) = e^x(x-a-1) - \frac{1}{2}(x^2+1) + ax + e$

(1) 若 $a=2$ ，求 $f(x)$ 的极大值；

(2) 证明：当 $a \leq 2$ 时， $f(x) \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 恒成立。

答案：(1) $e - \frac{7}{2}$

解析：(1) $a=2$ 时， $f(x) = e^x(x-3) - \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{2} + e$

$$\text{则 } f'(x) = e^x(x-2) - x + 2 = (x-2)(e^x - 1)$$

$$\text{令 } f'(x) = 0, \text{ 解得 } x = 2 \text{ 或 } x = 0$$

所以 $f(x)$ 在 $x \in (-\infty, 0)$ 单调递增；在 $x \in (0, 2)$ 单调递减；在 $x \in (2, +\infty)$ 单调递增；

所以 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极大值，极大值为 $f(0) = e - \frac{7}{2}$ 。

$$(2) f'(x) = e^x(x-a) - x + a = (x-a)(e^x - 1)$$

(i) 当 $a \leq 0$ 时， $f(x)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 单调递增， $f(0) = -a - 1 - \frac{1}{2} + e > 0$ ，所以 $f(x) > f(0) > 0$ ；

(ii) 当 $0 < a \leq 1$ 时， $f(x)$ 在 $x \in (0, a)$ 单调递减；在 $x \in (a, +\infty)$ 单调递增；

$$f(x)_{\min} = f(a) = -e^a + \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2} + e; f'(a) = -e^a + a < 0, a \in (0, 1], \text{ 所以 } f(a) \text{ 在 } a \in (0, 1] \text{ 单调递减，所}$$

$$\text{以 } f(a)_{\min} = f(1) = -e + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + e = 0, \text{ 所以 } f(x) > f(a) \geq 0;$$

综上所述，当 $a \leq 2$ 时， $f(x) \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 恒成立。

【选修 4-4】极坐标与参数方程

一、选择题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 曲线 C 经过变换 $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 3y \end{cases}$ 得到曲线 $C': x'^2 + 4y'^2 = 4$ ，则曲线 C 的方程为

A. $x^2 + 9y^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ C. $x^2 + 9y^2 = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1$

答案：A

解析：将 $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 3y \end{cases}$ 代入曲线 $x^2 + 4y^2 = 4$ ，可得到 $x^2 + 9y^2 = 1$ ，即为曲线 C 的方程

2. 已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)，点 $P(m, n)$ 是曲线 C 上任意一点，则 $z = 2m + n + 1$ 的取值范围是

- A. $[-3, 2]$ B. $[-6,]$ C. $[-4,]$ D. $[-2,]$

答案：C

解析：由题意设点 $P(2\cos\theta, 3\sin\theta)$ ，即 $z = 2m + n + 1 = 4\cos\theta + 3\sin\theta + 1 = 5\sin(\theta + \varphi) + 1$ ，
当 $\sin(\theta + \varphi) = 1$ 时， $z_{\max} = 6$ ，当 $\sin(\theta + \varphi) = -1$ 时， $z_{\min} = -4$ ， $\therefore z \in [-4, 6]$

二、填空题

3. 极坐标方程 $\rho^2 \sin 2\theta = 2$ 表示曲线的直角坐标方程为 _____

答案：xy = 1

解析： $\rho^2 \sin 2\theta = 2 \Rightarrow 2\rho^2 \sin\theta \cos\theta = 2 \Rightarrow xy = 1$

4. 已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases}$ (t 为参数)，则曲线 C 的普通方程为 _____

答案： $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

解析： $x^2 = t^2 + \frac{1}{t^2} + 2, y^2 = t^2 + \frac{1}{t^2} - 2$ ，则 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

三、(本大题共 1 小题，共 10 分，解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤)

5. (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，以坐标原点 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。曲线 C_1 的极坐标方程为

$\rho = 3\sin\theta$ ，曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$)。

(1) 写出曲线 C_1 的直角坐标方程与曲线 C_2 的普通方程；

(2) 若射线 $\theta = \alpha, \alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ 与曲线 C_1, C_2 分别交于 A, B 两点 (不是原点)，求 $\frac{|OA|}{|OB|}$ 的最大值。

考点：方程互化，极坐标的应用

解析：(1) $C_1: \rho^2 = 3\rho \sin\theta \Rightarrow x^2 + y^2 - 3y = 0$ ； $C_2: x + y - 2 = 0$

(2) $|OA| = 3\sin\alpha$ ， $|OB| = \frac{2}{\sin\alpha + \cos\alpha}$

$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{3}{2}(\sin^2\alpha + \sin\alpha\cos\alpha) = \frac{3}{4}(\sin 2\alpha - \cos 2\alpha + 1) = \frac{3\sqrt{2}}{4}\sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{4}$

当 $2\alpha - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ ，即 $\alpha = \frac{3\pi}{8}$ 时， $\frac{|OA|}{|OB|}$ 取得最大值，为 $\frac{3(\sqrt{2}+1)}{4}$ 。

【选修 4-5】不等式选讲

一、选择题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将该字母标号填入下表相应位置）

1. 不等式 $|x-2| + 2x \leq 2$ 的解集为 ()，则 $M \cup N = ()$

- A. $(-\infty, \frac{4}{3}]$ B. $(-\infty, 0]$
 C. $[0, \frac{4}{3}]$ D. $(-\infty, 0] \cup [\frac{4}{3}, +\infty)$

答案：B

解析：令 $f(x) = |x-2| + 2x = \begin{cases} 3x-2 & x \geq 2 \\ x+2 & x < 2 \end{cases}$ ，则求解 $f(x) \leq 2$ ，解得 $x \in (-\infty, 0]$

2. 若不等式 $|ax+1| < 2$ 的解集为 $(-1, 3)$ ，则 a 的值为 ()

- A. -1 B. $\frac{1}{3}$
 C. -1 或 3 D. -1 或 $\frac{1}{3}$

答案：A

解析：将不等式两边直接平方可得 $a^2x^2 + 2ax - 3 < 0$ ，由题可知 -1 和 3 为该一元二次不等式的两个根，由韦达定理可求出 $a = -1$ 。

二、填空题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

3. 函数 $y = |x-4| + |x-6|$ 的最小值是——

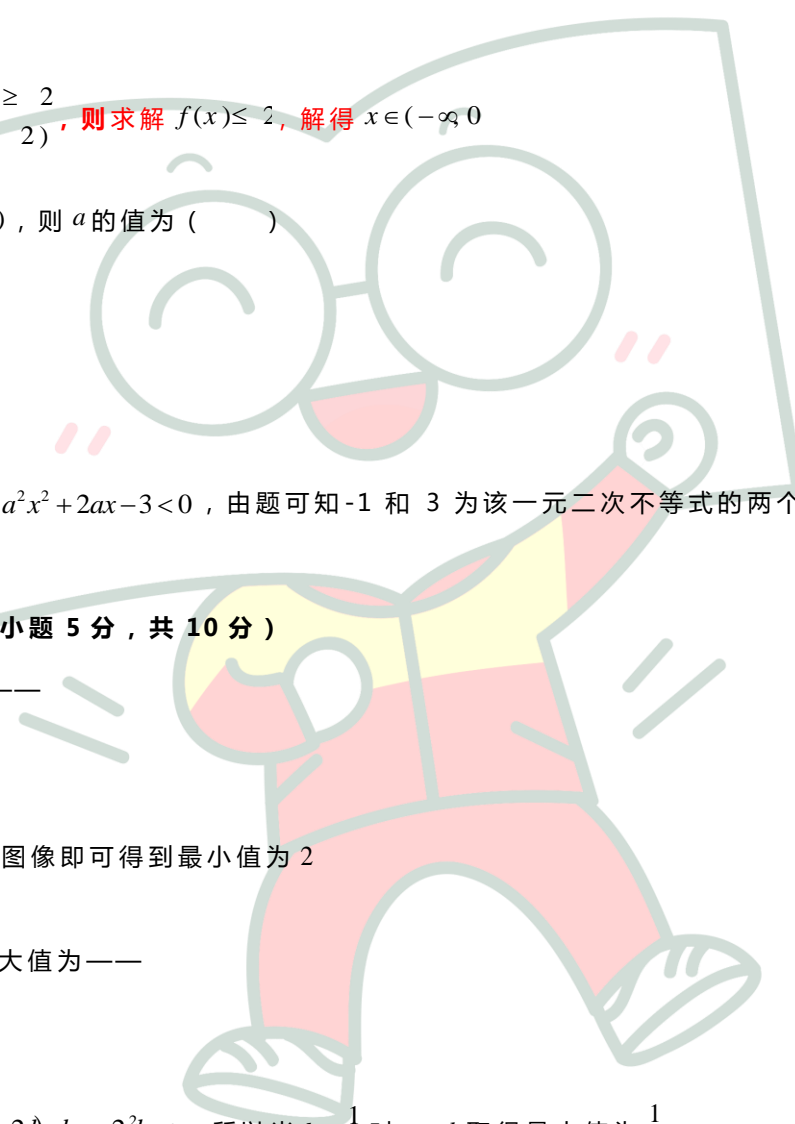
答案：2

解析： $y = \begin{cases} 10-2x & x < 4 \\ 2 & 4 \leq x < 6 \\ 2x-10 & x \geq 6 \end{cases}$ 画出函数图像即可得到最小值为 2

4. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $a + 2b = 1$ ，则 ab 的最大值为——

答案： $\frac{1}{8}$

解析：因为 $a = 1 - 2b$ ，所以 $ab = (1 - 2b)b = -2b^2 + b$ ，所以当 $b = \frac{1}{4}$ 时， ab 取得最大值为 $\frac{1}{8}$



三、(本大题共 1 小题, 共 10 分, 解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

5. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |x-1| + |ax-4|$.

(1) 若 $a = -1$, 解不等式 $f(x) \geq 7$;

(2) 如果对于 $\forall x \in \mathbb{R}$, 恒有 $f(x) \geq 3$, 求 a 的取值范围.

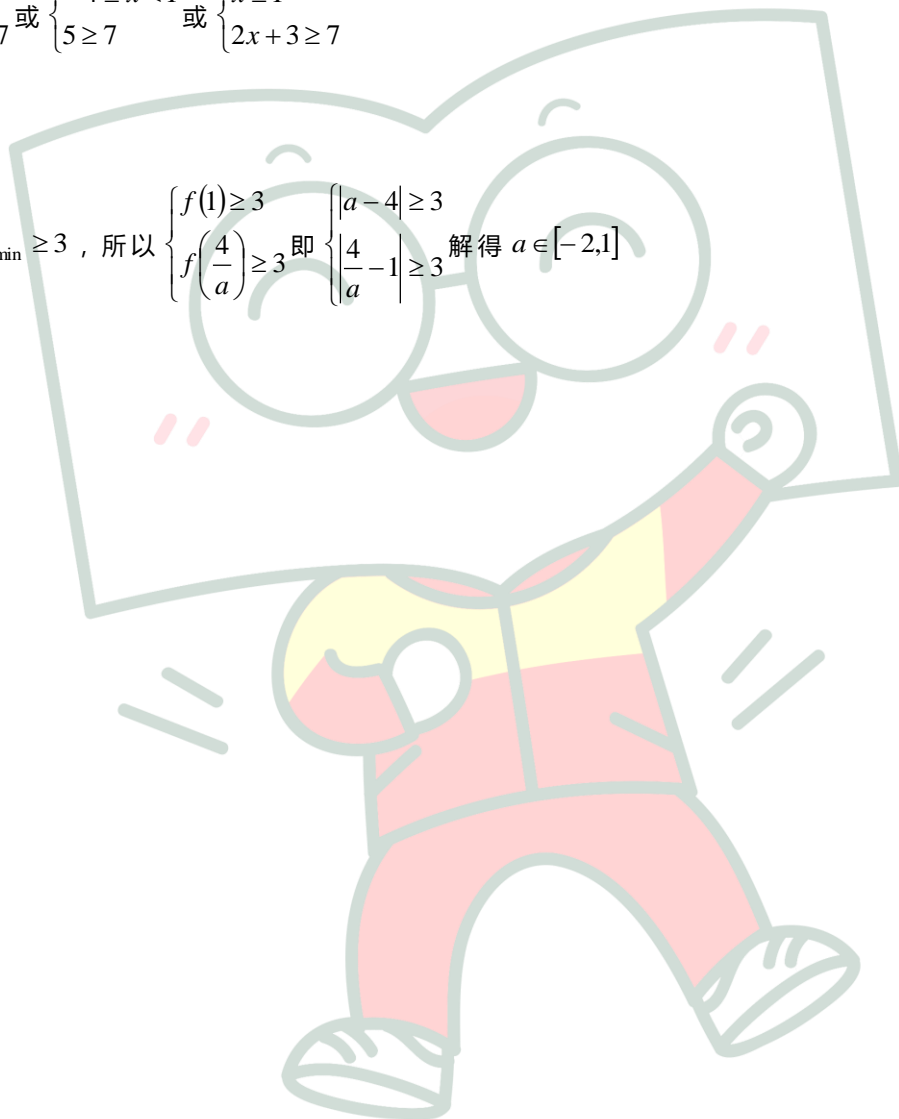
答案: (1) $(-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$; (2) $[-2, 1]$

解析: (1) 由题知 $f(x) = \begin{cases} -2x-3, & x < -4 \\ 5, & -4 \leq x < 1 \\ 2x+3, & x \geq 1 \end{cases}$

原不等式等价于 $\begin{cases} x < -4 \\ -2x-3 \geq 7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -4 \leq x < 1 \\ 5 \geq 7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \geq 1 \\ 2x+3 \geq 7 \end{cases}$

解得 $x \in (-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$

(2) 原不等式等价于 $f(x)_{\min} \geq 3$, 所以 $\begin{cases} f(1) \geq 3 \\ f\left(\frac{4}{a}\right) \geq 3 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} |a-4| \geq 3 \\ \left|\frac{4}{a}-1\right| \geq 3 \end{cases}$ 解得 $a \in [-2, 1]$



【新生专享】

—— 中小学VIP课程拼团享折扣 ——

来新东方 拼团啦!

团战在即

不玩套路,走心优惠,一年只此一次! 更大优惠力度,等你来拼!



多对一的服务,更优惠的价格!



互助式2-6人小班学习,有伙伴才是真课堂!



新东方自主研发教材,考点掌握更精准!

11月18日 恢复原价

3人即可成团

成团即可享 **8**折



长按识别二维码参与拼团

新东方 老师好!

咨询: 0351-5600688

【新生专享】
—— 中小学一对一课程 ——

500元
好课直减券

0元筹

筹学费 抵现金

各年级 各学科 任意时间段 均可使用

(报名10节课以上可使用此优惠)

11月9日—11月17日

- 筹课发起者:** 筹得定金可抵扣相应金额学费，筹多少，抵多少，500元封顶!
- 帮筹学员:** 可领取新东方内部资料一本，还有机会获得新东方为您准备的帮筹大礼~
- 前15名筹课成功:** 添加小新还可领取新东方定制四季学习礼盒一个!
- 发起者、帮筹学员:** 均可参加抽奖，有机会获得**幸运大礼!**



500元直减券
0元筹



长按识别二维码发起活动