2019--2020 学年第一学期高二年级阶段性测评
数学试题参考答案及评分建议

一．选择题:

1. D　2. B　3. A　4. D　5. C　6. B　7. C　8. A　9. C　10. D　11. C　12. B

二．填空题:

13. $\sqrt{2}$　　14. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$　　15. $x^2+y^2=a^2(a>0)$　　16. $[\dfrac{3\sqrt{2}}{4},\dfrac{\sqrt{5}}{2}]$

三．解答题:

17 解：（1）设 $C(x,y)$，由题意得 $\begin{cases}-2+x=0,\\-1+y=2,\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}x=2,\\y=3,\end{cases}$ $\therefore C(2,3)$，　　………2 分

$\therefore$ 直线 AC 的方程为 $x+3y-11=0$；　　………4 分

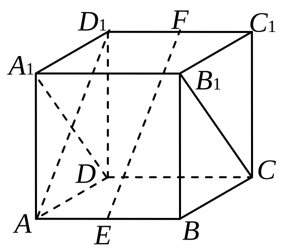
（2）$\because A(-1,4)$，$C(2,3)$，$\therefore k_{AC}=-\dfrac{1}{3}$，

$\therefore$ AC 边上的高所在直线的斜率 $k=3$，　　………6 分

$\therefore$ AC 边上的高所在直线方程为 $3x-y+5=0$．　　………8 分

18.（1）解：连接 AD_1，$\because ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，$\therefore AB // C_1D_1$，$AB=C_1D_1$，

$\because E,F$ 分别是 AB,C_1D_1 的中点，$\therefore AE // FD_1$，$AE=FD_1$，



$\therefore AEFD_1$ 是平行四边形，$\therefore EF // AD_1$，　　…………3 分

$\because EF\not\subset$ 平面 ADD_1A_1，$AD_1\subset$ 平面 ADD_1A_1，

$\therefore EF //$ 平面 ADD_1A_1；　　…………5 分

（2）由（1）得 $EF // AD_1$，$\because ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，

$\therefore A_1B_1\perp$ 平面 ADD_1A_1，$\therefore A_1B_1\perp AD_1$，$\therefore A_1B_1\perp EF$，

$\because ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，$\therefore ADD_1A_1$ 是正方形，

$\therefore A_1D\perp AD_1$，$\therefore A_1D\perp EF$，　　………8 分

$\because A_1D\subset$ 平面 A_1B_1CD，$A_1B_1\subset$ 平面 A_1B_1CD，$A_1B_1\cap A_1D=A_1$，

$\therefore EF\perp$ 平面 A_1B_1CD．　　………10 分

19 解：（1）$\because x^2+y^2=1$，$\therefore C_1(0,0)$，$r_1=1$，　　………2 分

$\because x^2+y^2-6x+m=0$，$\therefore (x-3)^2+y^2=9-m$，$\therefore C_2(3,0)$，$r_2=\sqrt{9-m}$，　　………4 分

$\because$ 圆 C_1 与圆 C_2 外切，$\therefore |C_1C_2|=r_1+r_2$，$\therefore 3=1+\sqrt{9-m}$，$\therefore m=5$；　　………5 分

（2）由（1）得 $m=5$，圆 C_2 的方程为 $(x-3)^2+y^2=4$，$C_2(3,0)$，$r_2=2$，

由题意可得圆心 C_2 到直线 $x+2y+n=0$ 的距离 $d=\dfrac{|3+n|}{\sqrt{5}}=\sqrt{r_2^{\,2}-3}=1$， ………8 分

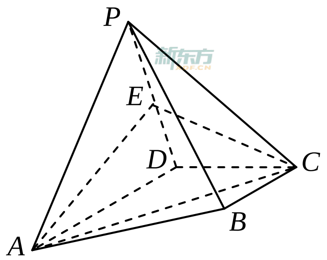
$\therefore n=-3+\sqrt{5}$ 或 $n=-3-\sqrt{5}$． ………10 分

20.（A）（1）证明：$\because \Delta PAD$ 是正三角形，$AD=2CD=4$，

$\therefore PD=4$，$CD=2$，$\therefore PC^2=PD^2+CD^2=20$，$\therefore CD\perp PD$， ………`2 分

$\because AD\perp CD$，$\therefore CD\perp$ 平面 PAD，$\therefore CD\perp PA$； ………`5 分

（2）设点 E 是 PD 的中点，连接 AE,CE，


(B)图

$\because \Delta PAD$ 是正三角形，$\therefore AE\perp PD$，$AE=2\sqrt{3}$，

由（1）得 $CD\perp$ 平面 PAD，$\therefore$ 平面 $PCD\perp$ 平面 PAD，

$\therefore AE\perp$ 平面 PCD，

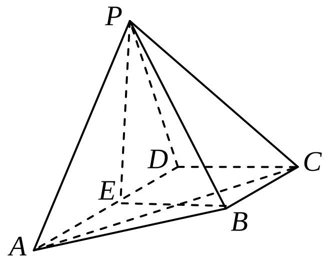
$\therefore AC$ 与平面 PCD 所成角为 $\angle ACE$， ………8 分

$\because AD\perp CD$，$\therefore AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=2\sqrt{5}$，

$\therefore \sin\angle ACE=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$． ………10 分

21.（B）（1）同（A）（1）；

（2）设点 E 是 AD 的中点，连接 PE,BE，


(A)图

$\because \Delta PAD$ 是正三角形，$\therefore PE\perp AD$，$PE=2\sqrt{3}$，

$\because AD//BC$，$\therefore BC\perp BE$，

$\because AD=2BC=2CD=4$，$\therefore DE=BC=2$，

$\because AD\perp CD$，$AD//BC$，$\therefore BCDE$ 是正方形，

$\therefore BC\perp BE$，$\therefore BC\perp$ 平面 PBE，$\therefore BC\perp PB$，

$\therefore \angle PBE$ 是二面角 $P-BC-A$ 的平面角， ………8 分

由（1）得 $CD\perp$ 平面 PAD，$\therefore CD\perp PE$，$\therefore BE\perp PE$，

$\therefore \tan\angle PBE=\dfrac{PE}{BE}=\sqrt{3}$，$\therefore \angle PBE=60^\circ$． ………`10 分

21 解：（A）（1）设 $P(x,y)$，$\because x^2+y^2=4$，$\therefore O(0,0)$，$r=2$，

$\because |PA|=2\sqrt{3}$，$\therefore |OP|=\sqrt{r^2+|PA|^2}=4$， ………2 分

$\therefore \begin{cases}x^2+y^2=16,\\ x-2y-8=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=0,\\ y=-4,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\dfrac{16}{5},\\ y=-\dfrac{12}{5},\end{cases}$ ………4 分

$\therefore P(0,-4)$ 或 $P(\frac{16}{5},-\frac{12}{5})$； ………5 分

（2）由题意可知当 $OP\perp l$ 时，$\angle APB$ 取最大值，设此时 $P(x,y)$，

由 $\begin{cases} y=-2x, \\ x-2y-8=0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{8}{5}, \\ y=-\frac{16}{5}, \end{cases}$ $\therefore P(\frac{8}{5},-\frac{16}{5})$， ………8 分

$\therefore \Delta APO$ 的外接圆方程为 $(x-\frac{4}{5})^2+(y+\frac{8}{5})^2=\frac{16}{5}$； ………10 分

21.（1）同（A）（1）；

（2）设 $P(x_0,y_0)$，则 $M(\frac{x_0}{2},\frac{y_0}{2})$，

$\therefore \Delta APO$ 的外接圆方程为 $x^2-x_0x+y^2-y_0y=0$， ………7 分

$\because x_0-2y_0-8=0$，$\therefore x_0=2y_0+8$，

$\therefore (x^2-8x+y^2)-y_0(2x+y)=0$，令 $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x^2-8x+y^2=0, \end{cases}$

则 $\begin{cases} x=\frac{8}{5}, \\ y=-\frac{16}{5}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=0, \\ y=0 \end{cases}$（舍去），$\therefore$ 圆 M 过定点 $(\frac{8}{5},-\frac{16}{5})$. ………10 分