

2019 ~ 2020 学年第一学期八年级期末考试

## 数学试卷

( 考试时间:上午 8:00——9:30 )

一、选择题 ( 本大题含 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分 ) 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请将其字母序号填入下表相应位置.

1. 实数 -8 的立方根是 ( )

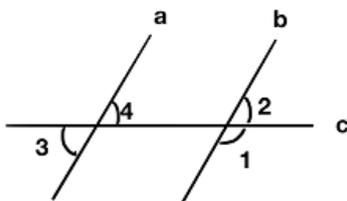
- A. -2                      B. 2                      C.  $\pm 2$                       D. 4

**【答案】** A

**【考点】** 立方根概念

**【解析】**  $\sqrt[3]{-8} = -2$

2. 如图, 直线 a, b 被直线 c 所截, 下列条件一定能判定直线 a // b 的是 ( )



- A.  $\angle 1 = \angle 3$                       B.  $\angle 1 = \angle 4$                       C.  $\angle 2 = \angle 3$                       D.  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

**【答案】** C

**【考点】** 平行线的判定

**【解析】** C.  $\because \angle 3 = \angle 4$  ( 对顶角相等 ), 又  $\because \angle 2 = \angle 3, \therefore \angle 2 = \angle 4, \therefore a // b$  ( 同位角相等, 两直线平行 )

3. 甲、乙、丙、丁四人进行射箭测试, 每人 10 次射箭成绩的平均数都是 9.1 环, 方差分别是  $S^2_{甲} = 0.63, S^2_{乙} = 20.58, S^2_{丙} = 0.49, S^2_{丁} = 0.46$ , 则本次测试射箭成绩最稳定的是 ( )

- A. 甲                      B. 乙                      C. 丙                      D. 丁

**【答案】** D

**【考点】** 方差

【解析】方差越小，稳定性越好. 故选 D

4. 满足下列条件的 $\triangle ABC$ 中，不是直角三角形的是 ( )

A.  $\angle A:\angle B:\angle C = 1:2:3$

B.  $AC = 1, BC = 2, AB = \sqrt{5}$

C.  $AC = 6, BC = 8, AB = 10$

D.  $AC = \sqrt{3}, BC = \sqrt{4}, AB = \sqrt{5}$

【答案】D

【考点】直角三角形的判定

【解析】A 考察角度判断直角， $\therefore \triangle ABC$ 中， $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$ ， $\therefore \angle A=30^\circ, \angle B=60^\circ, \angle C=90^\circ$ ， $\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，B, C, D 考察勾股定理逆定理判断直角三角形， $1^2 + 2^2 = (\sqrt{5})^2$ ， $6^2 + 8^2 = 10^2$ ， $(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{4})^2 \neq (\sqrt{5})^2$ . 故选 D.

5. 下列运算正确的是 ( )

A.  $\sqrt{(-3)^2} = -3$

B.  $(2\sqrt{3})^2 = 6$

C.  $\sqrt{16} = \pm 4$

D.  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$

【答案】D

【考点】二次根式的运算

【解析】A.  $\sqrt{(-3)^2} = 3$ ，B.  $(2\sqrt{3})^2 = 12$ ，C.  $\sqrt{16} = 4$ ，D. 正确

6. 下列命题中，假命题是 ( )

A. 对顶角相等

B. 平行于同一直线的两条直线互相平行

C. 若  $a > b$ ，则  $a^2 > b^2$

D. 三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角

【答案】C

【考点】命题的概念

【解析】错误的命题称之为假命题，A, B, D 都正确，C 中若  $a=1, b=-2$ ，则  $a^2 < b^2$  故选 C.

7. 自从太原市实施“煤改气”、“煤改电”清洁供暖改造工程以来，空气质量明显好转. 下表是 2019 年 12 月

1 日太原市各空气质量监测点空气质量指数的统计结果:

监测点	尖草坪	金胜	巨轮	南寨	上兰村	桃园	郛城	小店
空气质量指数 AQI	45	48	23	19	28	27	61	39
等级	优	优	优	优	优	优	良	优

这一天空气质量指数的中位数是 ( )

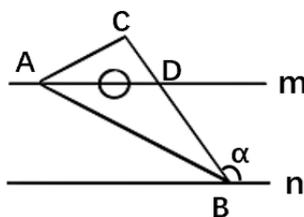
- A. 27                      B. 33.5                      C. 28                      D. 27.5

【答案】 B

【考点】 中位数

【解析】 中位数是指按顺序排列的一组数据中居于中间位置的数，数据排序：19、23、27、28、39、45、48、61，中位数为： $\frac{28+39}{2} = 33.5$ 。

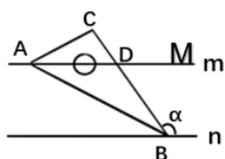
8.如图，已知直角三角板中 $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，顶点 A，B 分别在直线 m，n 上，边 BC 交直线 m 于点 D.若  $m \parallel n$ ，且 $\angle CAD = 25^\circ$ ，则 $\angle \alpha$ 的度数为 ( )



- A.  $105^\circ$                       B.  $115^\circ$                       C.  $125^\circ$                       D.  $135^\circ$

【答案】 B

【考点】 平行线的性质



【解析】 如图

由题可知 $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle CAD = 25^\circ$ ； $\therefore \angle CDM$  是 $\triangle ACD$  的外角， $\angle CDM = \angle C + \angle CAD = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$

$\therefore m \parallel n$ ， $\therefore \angle CDM = \angle \alpha$ ， $\therefore \angle \alpha = 115^\circ$ 。

9.一次函数  $y = kx + b$  的  $x$  与  $y$  的部分对应值如下表所示.根据表中数值分析，下列结论正确的是 ( )

A.  $y$  随  $x$  的增大而增大

B.  $x = 2$  是方程  $kx + b = 0$  的解

C. 一次函数  $y = kx + b$  的图象经过第一、二、四象限

D. 一次函数  $y = kx + b$  的图象与  $x$  轴交于点  $(\frac{1}{2}, 0)$

$x$	...	-1	0	1	2	...
$y$	...	5	2	-1	-4	...

【答案】 C

【考点】 一次函数

【解析】 设一次函数解析式为  $y = kx + b$ ，将  $(0, 2)$ 、 $(1, -1)$  两点坐标代入得： $y = -3x + 2$ ，所以  $y$  随  $x$  的增大而减小，A 错误；当  $x = 2$  时， $y = -4$ ，B 错误； $k = -3$ ， $b = 2$ ，所以图象经过一、二、四象限，C 正确；与  $x$  轴交点  $(\frac{2}{3}, 0)$ ，D 错误。

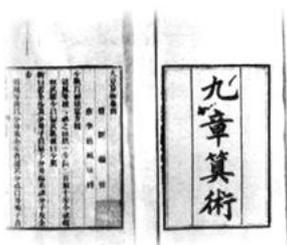
10. 《九章算术》是中国古代第一部数学专著，其中有这样一个问题：“今有甲乙二人持钱不知其数，甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而钱亦五十，问甲、乙持钱各几何？”题意为：今有甲乙二人，不知他们各自的钱数，若乙把自己一半的钱给甲，则甲的钱数为 50；若甲把自己  $\frac{2}{3}$  的钱给乙，则乙的钱数也为 50，问甲、乙各有多少钱？设甲的钱数为  $x$ ，乙的钱数为  $y$ ，则列出的方程组为（ ）

$$A. \begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ y + \frac{2}{3}x = 50 \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} y + \frac{1}{2}y = 50 \\ x + \frac{2}{3}x = 50 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x - \frac{1}{2}y = 50 \\ y - \frac{2}{3}x = 50 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} y - \frac{1}{2}y = 50 \\ x - \frac{2}{3}x = 50 \end{cases}$$



【答案】 A

**【考点】** 二元一次方程组

**【解析】** 设：甲的钱数为  $x$ ，乙的钱数为  $y$ ，根据题意得：

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ y + \frac{2}{3}x = 50 \end{cases}$$

二、填空题（本大题含 5 个小题，每小题 2 分，共 10 分）把答案写在题中横线上。

11. 计算  $(\sqrt{8} + \sqrt{2})(\sqrt{8} - \sqrt{2})$  的结果为\_\_\_\_\_.

**【答案】** 6

**【考点】** 实数的计算

**【解析】**  $(\sqrt{8} + \sqrt{2})(\sqrt{8} - \sqrt{2}) = 8 - 2 = 6$

12. 小明用加减消元法解二元一次方程组  $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \text{①} \\ 2x - 2y = 3 \text{②} \end{cases}$ ，由①-②得到的方程是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $5y = 3$

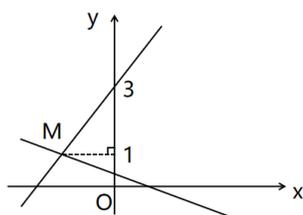
**【考点】** 加减消元法

**【解析】** ①-②得： $(2x + 3y) - (2x - 2y) = 6 - 3$

$$5y = 3$$

13. 如图，一次函数  $y = kx + b$  和  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$  的图象交于点 M，则关于  $x, y$  的二元一次方程组

$$\begin{cases} y = kx + b \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases} \text{的解是_____}.$$



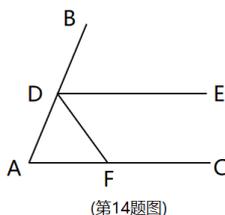
(第13题图)

**【答案】**  $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

【考点】一次函数与二元一次方程组的关系

【解析】将  $y=1$  代入  $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$  得： $x=-2$ 。∴该方程组的解为  $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

14.如图，已知点 D, F 分别在  $\angle BAC$  边 AB 和 AC 上，点 E 在  $\angle BAC$  的内部，DF 平分  $\angle ADE$ 。若  $\angle BAC = \angle BDE = 70^\circ$ ，则  $\angle AFD$  的度数为 \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。



【答案】55

【考点】平行线及角平分线的性质

【解析】∵DF 平分  $\angle ADE$  ∴ $\angle ADF = \angle EDF$

∵ $\angle BAC = \angle BDE = 70^\circ$  ∴ $DE \parallel AC$  ∴ $\angle AFD = \angle EDF$

∴ $\angle ADF + \angle EDF + \angle BDE = 180^\circ$

∴ $\angle ADF + \angle EDF = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

∴ $\angle ADF = \angle EDF = 55^\circ$

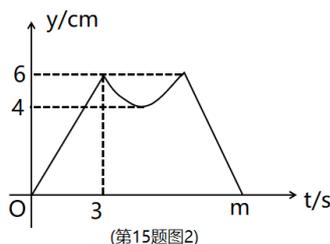
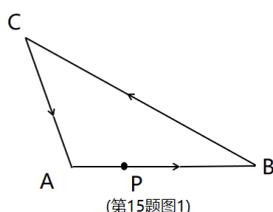
∴ $\angle AFD = 55^\circ$

15.如图 1，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ 。动点 P 从  $\triangle ABC$  的顶点 A 出发，以  $2\text{cm/s}$  速度沿  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  匀速运动到点 A。图 2 是点 P 运动过程中，线段 AP 的长度 y (cm) 随时间 t (s) 变化的图象，其中点 Q 为曲线部分的最低点。

请从下面 A、B 两题中任选一题作答，我选择 \_\_\_\_\_ 题

A.  $\triangle ABC$  的面积是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。

B. 图 2 中 m 的值是 \_\_\_\_\_。



【答案】 A :  $8\sqrt{5}$       B:  $6+2\sqrt{5}$

【考点】 等腰三角形的性质及一次函数图象综合题

【解析】 A : 由图 1 图 2 知 :

$0 \leq x \leq 3$  时, P 在 AB 上运动

$$\therefore AB = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore AB = AC \quad \therefore AC = 6$$

如下图, 过点 A 作  $AP_1 \perp BC$ , 垂足为  $P_1$ , 此时  $AP_1$  最短

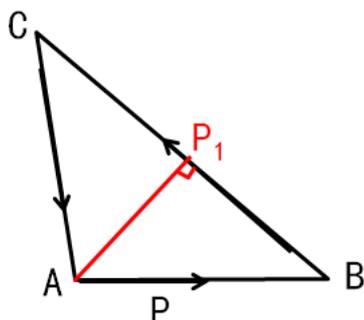
又  $\because Q$  是曲线上的最低点  $AP_1 = 4$

在  $Rt\triangle ABP_1$  中,  $AB = 6$ ,  $AP_1 = 4$

$$\text{根据勾股定理得: } BP_1 = \sqrt{AB^2 - AP_1^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore AB = AC \quad \therefore CP_1 = BP_1 = 2\sqrt{5} \quad BC = 2BP_1 = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AP_1 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$$



B : 由 A 题知 :  $AB = AC = 6$        $BC = 4\sqrt{5}$

$$\therefore AB + AC + BC = 12 + 4\sqrt{5}$$

$$\therefore m = (12 + 4\sqrt{5}) \div 2 = 6 + 2\sqrt{5}$$

三、解答题 ( 本大题含 8 个小题, 共 60 分) 解答应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程.

16. 计算 : ( 本题含 2 个小题, 每个小题 4 分, 共 8 分 )

$$(1) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{2}} - \sqrt{16};$$

$$(2) \sqrt{54} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + (2 - \sqrt{3})^2.$$

【答案】(1) 1      (2)  $7 - \sqrt{3}$

【考点】实数混合运算

【解析】(1) 解：原式 =  $\sqrt{\frac{8}{2}} + \sqrt{\frac{18}{2}} - 4$

$$= 2 + 3 - 4$$

$$= 1$$

(2) 解：原式 =  $\sqrt{54 \times \frac{1}{2}} + 4 - 4\sqrt{3} + 3$

$$= 3\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3}$$

$$= 7 - \sqrt{3}$$

17. 解方程组 (本题 5 分)

$$\begin{cases} 4x - y = 6 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

【考点】解二元一次方程组

【解析】 $\begin{cases} 4x - y = 6 & \text{①} \\ x + 2y = -3 & \text{②} \end{cases}$

解：①×2 得： $8x - 2y = 12$     ③

②+③得： $9x = 9$

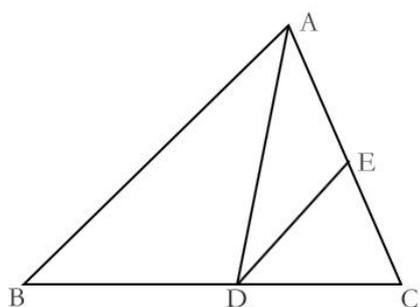
$x = 1$

将  $x = 1$  代入②得： $y = -2$

∴该方程组的解为： $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

18. (本题 6 分)

如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，点 D、E 分别在边 BC、AC 上，且  $DE \parallel AB$ ，若  $\angle CAD = 40^\circ$ ，求  $\angle ADE$  的度数。



**【答案】** 见解析

**【考点】** 三角形内外角定理及平行线的性质

**【解析】**  $\because$  在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B=40^\circ$ ,  $\angle C=60^\circ$

$$\therefore \angle BAC=180^\circ-40^\circ-60^\circ=80^\circ$$

$$\because DE//AB$$

$$\therefore \angle BAC+\angle AED=180^\circ$$

$$\therefore \angle AED=100^\circ$$

$$\text{又} \because \angle CAD=40^\circ$$

$$\therefore \angle ADE=180^\circ-40^\circ-100^\circ=40^\circ$$

19. ( 本题 6 分 )

太原市积极开展“举全市之力，创建文明城市”活动，为 2020 年进入全国文明城市行列奠定基础。某小区物业对面积为 3600 平方米的区域进行了绿化，整项工程由甲、乙两个园林队先后接力完成，甲园林队每天绿化 200 平方米，乙园林队每天绿化 160 平方米，两队共用 21 天。求甲、乙两个园林队在这项绿化工程中分别工作了多少天。

**【答案】** 甲工程队工作了 6 天，乙工程队工作了 15 天。

**【考点】** 二元一次方程组的应用

**【解析】** 解：设甲工程队工作了  $x$  天，乙工程队工作了  $y$  天。

$$\text{根据题意可列：} \begin{cases} x+y=21 \\ 200x+160y=3600 \end{cases}$$

$$\text{解方程组可得：} \begin{cases} x=6 \\ y=15 \end{cases}$$

答：甲工程队工作了 6 天，乙工程队工作了 15 天.

20. ( 本题 7 分 )

2019 年 12 月 13 日是我国第六个南京大屠杀死难者国家公祭日.某校决定开展“铭记历史，珍爱和平”主题演讲比赛.其中八(1)班要从甲，乙两名参赛选手中择优推荐一人参加校级决赛，他们预赛阶段的各项得分如下表：

选手	演讲内容	演讲技巧	仪表形象
甲	95	90	85
乙	88	92	93

( 1 ) 如果根据三项成绩的平均分确定推荐人选，请通过计算说明甲、乙两人谁会被推荐

( 2 ) 如果根据演讲内容，演讲技巧、仪表形象按 5:4:1 的比例确定成绩，请通过计算说明甲、乙两人谁会被推荐。并对另外一位同学提出合理的建议.

**【答案】**( 1 )  $\bar{x}_{甲} < \bar{x}_{乙}$ ，乙会被推荐

( 2 )  $\bar{x}_{甲} > \bar{x}_{乙}$ ，甲会被推荐

建议：乙同学可以对演讲的内容再进行充实（建议合理即可）

**【考点】**数据的分析

**【解析】**( 1 )  $\bar{x}_{甲} = \frac{95+90+85}{3} = 90$

$$\bar{x}_{乙} = \frac{88+92+93}{3} = 91$$

$$\bar{x}_{甲} < \bar{x}_{乙}$$

∴乙会被推荐

$$( 2 ) \bar{x}_{甲} = \frac{95 \times 5 + 90 \times 4 + 85 \times 1}{5 + 4 + 1} = 92$$

$$\bar{x}_{乙} = \frac{88 \times 5 + 92 \times 4 + 93 \times 1}{5 + 4 + 1} = 90.1$$

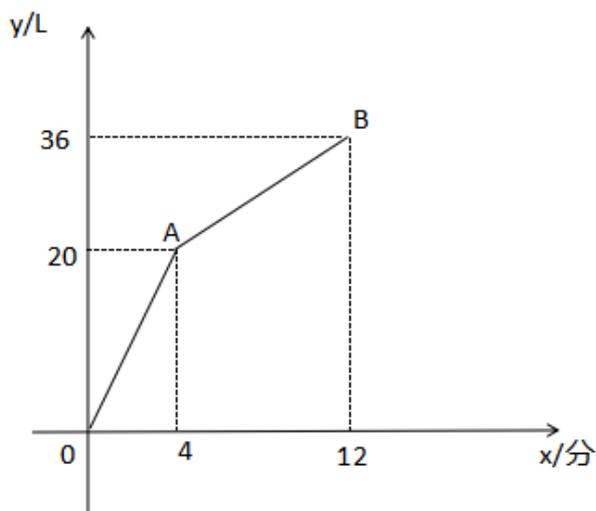
$$\bar{x}_{甲} > \bar{x}_{乙}$$

∴甲会被推荐

建议：乙同学可以对演讲的内容再进行充实

21. (本题 8 分)

一个有进水管与出水管的容器，从某时刻开始 4 分钟内只进水不出水，在随后的 8 分钟内既进水又出水，直到容器内的水量达到 36L.如图，坐标系中的折线段 OA-AB 表示这一过程中容器内的水量  $y$  (单位:L) 与时间  $x$  (单位:分) 之间的关系.



(1) 单独开进水管，每分钟可进水\_\_\_\_\_L;

(2) 求进水管与出水管同时打开时容器内的水量  $y$  与时间  $x$  的函数关系式 ( $4 \leq x \leq 12$ );

(3) 当容器内的水量达到 36L 时，立刻关闭进水管，直至容器内的水全部放完.请在同一坐标系中画出表示放水过程中容器内的水量  $y$  与时间  $x$  关系的线段 BC,并直接写出点 C 的坐标.

**【答案】** (1) 5 升/分 (2)  $y=2x+12$ , ( $4 \leq x \leq 12$ ) (3) C (24, 0), 图见解析

**【考点】** 一次函数的实际应用

**【解析】** (1) 由题可知 0~4 分钟只进水，故单独进水的速度为： $20 \div 4 = 5$  升/分

(2) 设 AB 段对应的函数关系式为： $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ )

将 A (4, 20), B (12, 36) 代入关系式得：
$$\begin{cases} 4k + b = 20 \\ 12k + b = 36 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k = 2 \\ b = 12 \end{cases}$$

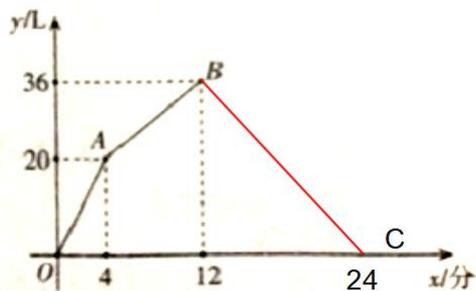
∴关系式为： $y=2x+12$ ，( $4 \leq x \leq 12$ )

(3) 4~12 分钟既进水又出水

∴可得 $(12-4)(v_{\text{进水}} - v_{\text{出水}}) = (36-20)$

可得出水速度为 3 升/分

水池内共 36 升，流完需要 12 分钟，C 点坐标为 (24, 0)，图如下



22. (本题 8 分) 阅读下面内容，并解答问题

在学习了平行线的性质后，老师请同学们证明命题：两条平行线被第三条直线所截，一组同旁内角的平分线互相垂直。

小颖根据命题画出图形并写出如下的已知条件。

已知如图1， $AB \parallel CD$ ，直线EF分别交AB，CD于点E，F

$\angle BEF$ 的平分线与 $\angle DFE$ 的平分线交于点G

求证：\_\_\_\_\_。

图1

(1) 请补充要求证的结论，并写出证明过程

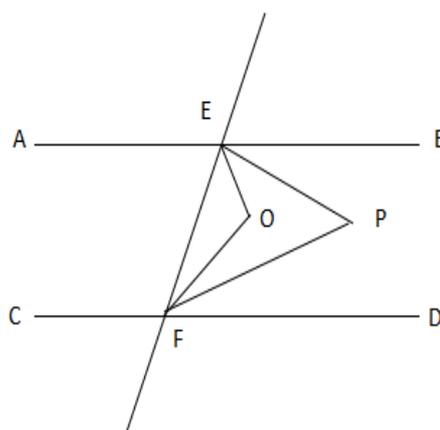
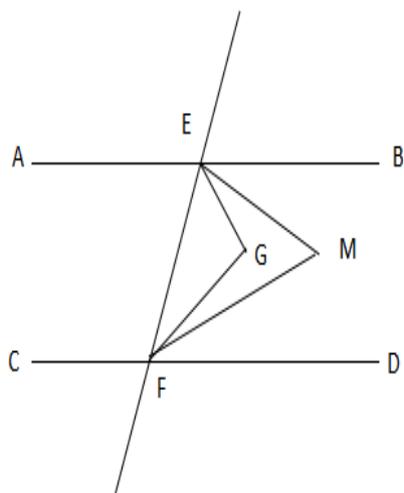


图 2

图 3

(2) 请从下列 A、B 两题中任选一题作答, 我选择\_\_\_\_\_题

A. 在图 1 的基础上, 分别作  $\angle BEG$  的平分线与  $\angle DFG$  的平分线交于点 M, 得到图 2, 则  $\angle EMF$  的度数为\_\_\_\_\_°

B. 如图 3,  $AB \parallel CD$ , 直线 EF 分别交 AB, CD 于点 E, F. 点 O 在直线 AB, CD 之间, 且在直线 EF 右侧,  $\angle BEO$  的平分线与  $\angle DFO$  的平分线交于点 P, 则  $\angle EOF$  与  $\angle EPF$  满足的数量关系为\_\_\_\_\_.

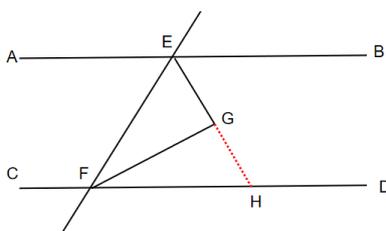
**【答案】** (1) 求证:  $EG \perp FG$ , 证明过见解析; (2) A 题,  $\angle EMF = 45^\circ$ ; B 题,  $\angle EOF = 2\angle EPF$

**【考点】** 平行线性质、三角形外角定理

**【解析】**

(1) 求证:  $EG \perp FG$ , 理由如下:

证明:



如图所示, 延长 EG 交 CD 于点 H

$\because EG$ 、 $FG$  分别平分  $\angle BEF$  和  $\angle DFE$

$$\therefore \angle BEH = \frac{1}{2} \angle BEF, \angle DFG = \frac{1}{2} \angle DFE$$

$\because AB \parallel CD$

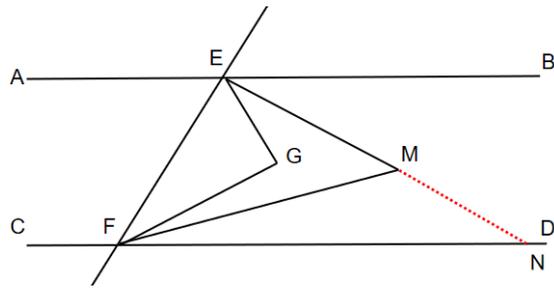
$$\therefore \angle BEF + \angle DFE = 180^\circ, \angle BEH = \angle EHF$$

$\because \angle EGF$  是  $\triangle FGH$  的一个外角

$$\therefore \angle EGF = \angle DFG + \angle EHF = \frac{1}{2} \angle DFE + \frac{1}{2} \angle BEF = 90^\circ$$

$\therefore EG \perp FG$

(2) 【A 题】



$\angle EMF=45^\circ$ ，理由如下：

如图所示，延长 EM 交 CD 于点 N

$\because$  EM、FM 分别平分  $\angle BEG$  和  $\angle DFG$

$$\therefore \angle BEM = \frac{1}{2} \angle BEG, \angle DFM = \frac{1}{2} \angle DFG$$

$\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle BEM = \angle ENF$

$\because \angle EMF$  是  $\triangle MFD$  的一个外角

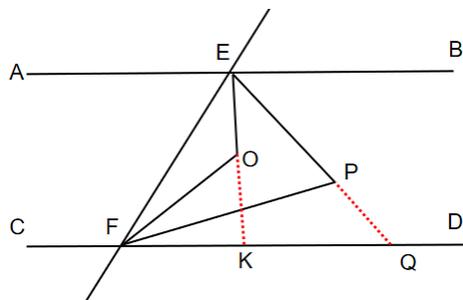
$$\therefore \angle EMF = \angle DFM + \angle ENF = \frac{1}{2} \angle DFG + \frac{1}{2} \angle BEG = \frac{1}{2} \angle EGF$$

由 (1) 得， $\angle EGF = 90^\circ$

$\therefore \angle EMF = 45^\circ$

**【B 题】**

$\angle EOF = 2\angle EPF$ ，理由如下：



如图所示，延长 EO 交 CD 于点 K，延长 EP 交 CD 于点 Q，

$\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle BEK = \angle FKE$

$\because \angle EOF$  是  $\triangle OFK$  的一个外角

$\therefore \angle EOF = \angle DFO + \angle FKE = \angle DFO + \angle BEK$

同理可证,  $\angle EPF = \angle DFP + \angle BEP$

$\because EP, FP$  分别平分  $\angle BEK$  和  $\angle DFO$

$\therefore \angle DFO = 2\angle DFP, \angle BEK = 2\angle BEP$

$\therefore \angle EOF = \angle DFO + \angle BEK = 2\angle DFP + 2\angle BEP = 2\angle DFO$ , 即  $\angle EOF = 2\angle EPF$

23. (本题 12 分)

如图 1, 平面直角坐标系中, 直线  $y = \frac{1}{2}x - 2$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $A, B$ , 直线  $y = -x + b$  经过点  $A$ , 并与  $y$  轴交于点  $C$ .

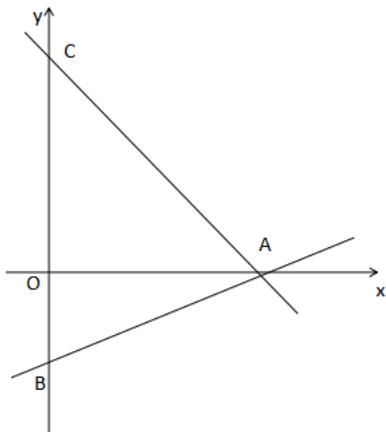


图 1

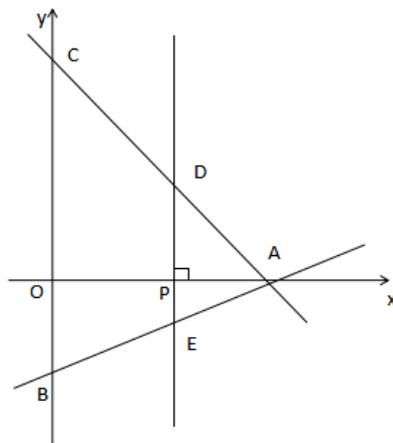


图 2

(1) 求  $A, B$  两点的坐标及  $b$  的值;

(2) 如图 2, 动点  $P$  从原点  $O$  出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿  $x$  轴正方向运动. 过点  $P$  作  $x$  轴的垂线, 分别交直线  $AC, AB$  于点  $D, E$ . 设点  $P$  运动的时间为  $t$ .

①点 D 的坐标为\_\_\_\_\_，点 E 的坐标为\_\_\_\_\_；(均用含 t 的式子表示)

②请从下面 A、B 两题中任选一题作答，我选择\_\_\_\_\_题

A.当点 P 在线段 OA 上时，探究是否存在某一时刻，使  $DE = OB$ ？若存在，求出此时  $\triangle ADE$  的面积；若不存在，说明理由.

B.点 Q 是线段 OA 上一点.当点 P 在射线 OA 上时，探究是否存在某一时刻，使  $DE = \frac{1}{2} OP$ ？若存在，求出此时 t 的值，并直接写出此时  $\triangle DEQ$  为等腰三角形时点 Q 的坐标；若不存在，说明理由.

**【答案】** (1)  $A(4, 0)$ ,  $B(0, -2)$ ,  $b=4$ ;

(2) ①  $D(t, -t+4)$ ,  $E(t, \frac{1}{2}t-2)$

② A 题，存在， $\triangle ADE$  的面积为  $\frac{4}{3}$ ；

B 题，存在，当  $0 \leq t \leq 4$  时， $t=3$ ,  $Q_1(3-\frac{\sqrt{5}}{2}, 0)$ ,  $Q_2(3-\sqrt{2}, 0)$ ;

$t > 4$  时， $t=6$ ,  $Q_3(6-\sqrt{5}, 0)$ ,  $Q_4(6-2\sqrt{2}, 0)$

**【考点】** 一次函数综合----求面积、等腰三角形存在性问题

**【解析】**

(1)  $\because$  直线  $y = \frac{1}{2}x - 2$  与 x 轴、y 轴分别交于点 A，点 B

$\therefore$  令  $y=0$ ，得  $\frac{1}{2}x - 2 = 0$ ,  $x=4$ ，令  $x=0$ ，得  $y=-2$

$\therefore A(4, 0)$ ,  $B(0, -2)$

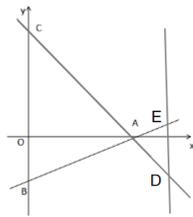
因为直线  $y = -x + b$  过点 A，则  $0 = -4 + b$ ,  $b=4$

即直线  $y = -x + 4$

(2) ①由题意知， $P(t, 0)$ ,  $D(t, -t+4)$ ,  $E(t, \frac{1}{2}t-2)$

② **【A 题】**





$$DE = \frac{1}{2}t - 2 - (-t + 4) = \frac{3}{2}t - 6, \quad OP = t, \quad \therefore \frac{3}{2}t - 6 = t, \quad \therefore t = 6$$

$$\therefore P(6, 0), D(6, -2), E(6, 1)$$

$$DE^2 = 9, \quad DQ^2 = (m-6)^2 + 4, \quad EQ^2 = (m-6)^2 + 1$$

当  $DE = DQ$  时,  $(m-6)^2 + 4 = 9$ ,  $m = 6 - \sqrt{5}$  或  $m = 6 + \sqrt{5}$  (不符合题意, 舍去)

$$\therefore Q_3(6 - \sqrt{5}, 0)$$

当  $ED = EQ$  时,  $(m-6)^2 + 1 = 9$ ,  $m = 6 - 2\sqrt{2}$  或  $m = 6 + 2\sqrt{2}$  (不符合题意, 舍去)

$$\therefore Q_4(6 - 2\sqrt{2}, 0)$$

当  $QD = QE$  时, 不存在.

综上所述, 当  $0 \leq t \leq 4$  时,  $t = 3$ ,  $Q_1(3 - \frac{\sqrt{5}}{2}, 0)$ ,  $Q_2(3 - \sqrt{2}, 0)$ ;

$t > 4$  时,  $t = 6$ ,  $Q_3(6 - \sqrt{5}, 0)$ ,  $Q_4(6 - 2\sqrt{2}, 0)$