

2019-2020 学年第一学期高二年级期末考试

数学试卷试卷分析

一、 选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1 命题 “若 $x=1$, 则 $x^2=1$ ” 的逆否命题是 ()

- A. 若 $x^2=1$, 则 $x=1$
- B. 若 $x \neq 1$, 则 $x^2 \neq 1$
- C. 若 $x=1$, 则 $x^2 \neq 1$
- D. 若 $x^2 \neq 1$, 则 $x \neq 1$

2 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的实轴长为 ()

- A. 9
- B. 6
- C. $2\sqrt{5}$
- D. 4

3 已知 $\vec{a} = (1, -1, 2\vec{b}) = -(\vec{m} \vec{n})$, 若 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$, 则实数 m, n 的值分别为 ()

- A. 1, -2
- B. -1, -2
- C. 1, 2
- D. -1, 2

4 已知 $p: a > b, q: a > b$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

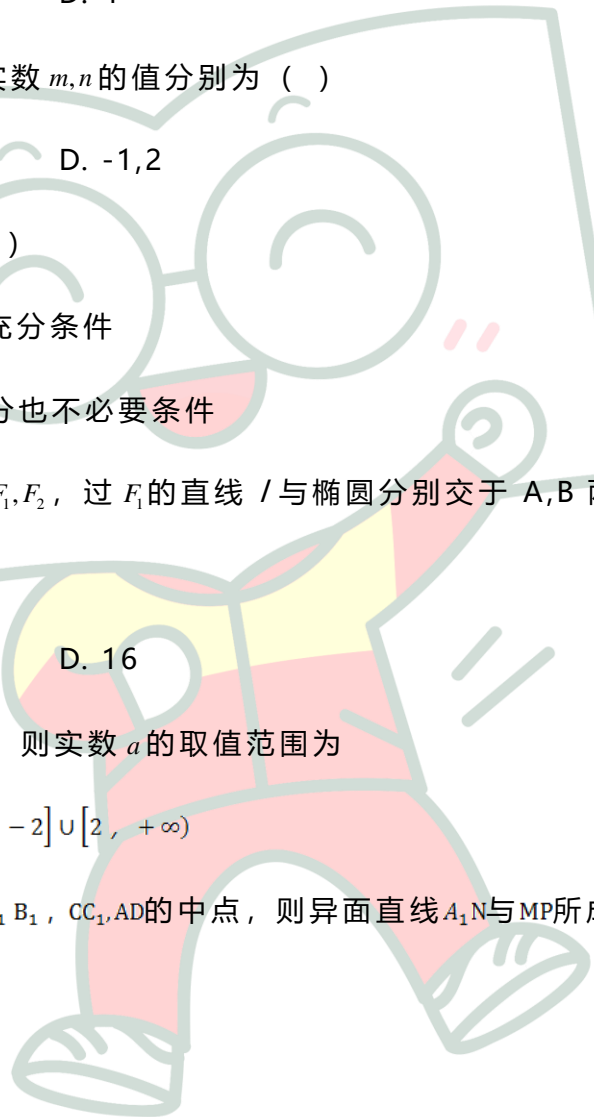
5 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的左右焦点分别是 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线 l 与椭圆分别交于 A, B 两点, 则 $\triangle ABF_2$ 的周长为 ()

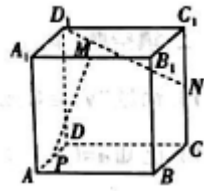
- A. $8+2\sqrt{7}$
- B. $16-2\sqrt{7}$
- C. 8
- D. 16

6 已知命题 “ $\forall x \in R, x^2 + ax + 1 > 0$ ” 是假命题, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(-\infty, -2]$
- B. $[2, +\infty)$
- C. $[-2, 2]$
- D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

7. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 A_1B_1, CC_1, AD 的中点, 则异面直线 A_1N 与 MP 所成角的大小是





- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

8 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 则椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率是

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9 已知 $a = (1, -1, 0)$, $b = (0, 1, 1)$, $c = (1, 2, m)$, 若 a, b, c 共面, 则实数 $m =$

- A. -1 B. 3 C. 1 D. -2

10 已知直线 l 与抛物线 $x^2 = 4y$ 相交于 A, B 两个不同点, 若线段 AB 中点坐标为 $(1, 2)$, 则直线 l 的方程为

- A. $2x - y = 0$ B. $x - y + 1 = 0$ C. $x - 4y + 7 = 0$ D. $x - 2y + 3 = 0$

11 如图, 把边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角, 若点 P 满足 $\vec{BP} = \vec{BA} + \vec{BC}$, 则 $|\vec{BP}|^2 =$

- A. 3 B. $4 - \sqrt{2}$ C. 4 D. $3 + \frac{\sqrt{6}}{2}$

12. 已知点 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右两个焦点, 点 P 是双曲线 C 右支

上一点, 且 $\vec{PF_2} \cdot (\vec{OF_1} - \vec{OF_2}) = 0$, 直线 PF_1 的斜率为 $\frac{1}{2}$, 则双曲线 C 的渐近线方程为

- A. $y = \pm x$ B. $y = \pm\sqrt{2}x$ C. $y = \pm 2x$ D. $y = \pm\sqrt{5}x$

二、 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 命题 " $\forall x \in \mathbb{R} \sin x \leq$ " 的否定是 _____

14. 已知 $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, 若 $(\vec{a} + \gamma\vec{b})$ 与 \vec{a} 垂直, 则实数 $\gamma =$ _____

15. 已知点 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点, 点 P 是 C 上一点, ΔPF_1F_2 的内心为 I , 过 I 作平行于 x 轴的直线分别交 PF_1, PF_2 于 A, B , 若椭圆 C 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{S_{\Delta PAB}}{S_{\Delta PF_1F_2}} =$ _____

16. 已知 A, B 是抛物线上的两个不同点, 点 $P(1, 2)$, 若直线 PA 与 PB 的倾斜角互补, 求线段 AB 中点的轨迹方程 _____

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 48 分)

17. 已知 $p: y = a$ 是增函数; $q: \text{方程 } \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 0)$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 若 $p \wedge (\neg q)$ 是真命题, 求实数 a 的取值范围。

18. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $P(1, 2)$ 在抛物线 C 上.

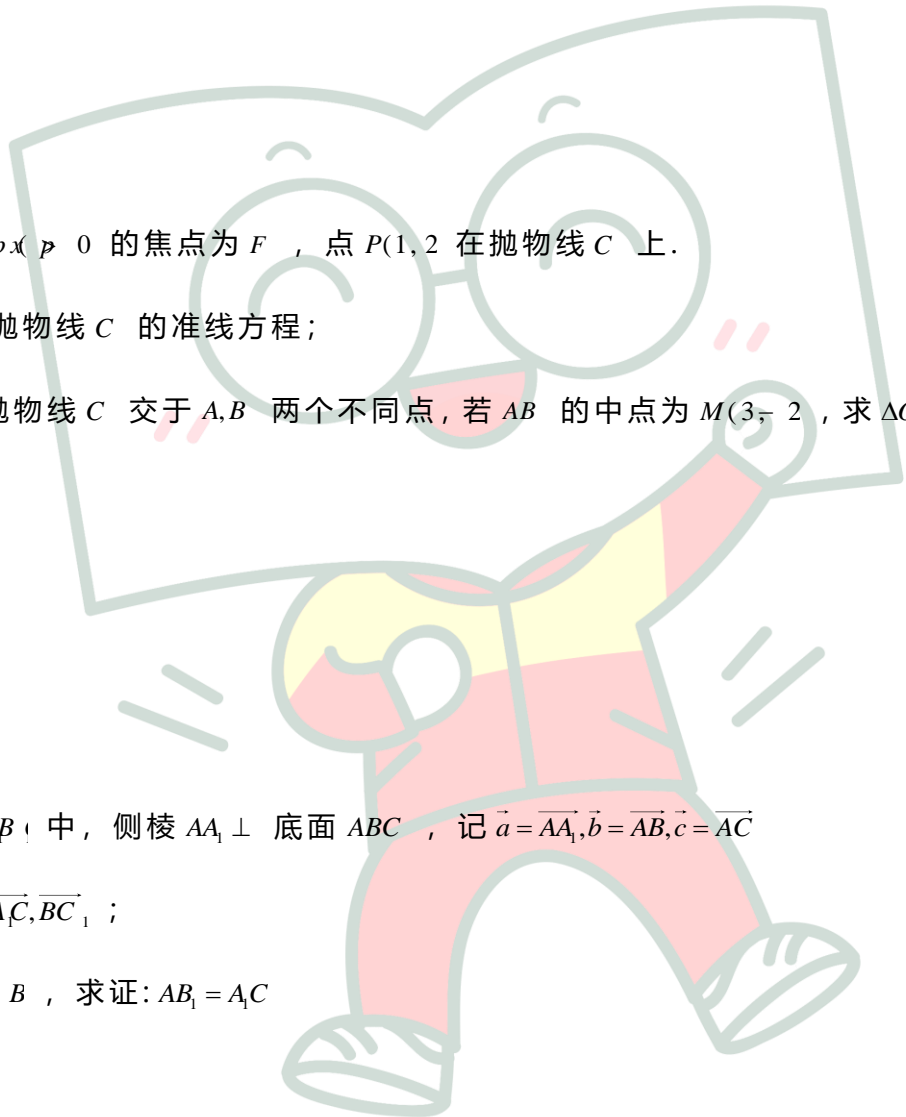
(1) 求点 F 的坐标和抛物线 C 的准线方程;

(2) 过点 F 的直线与抛物线 C 交于 A, B 两个不同点, 若 AB 的中点为 $M(3, -2)$, 求 $\triangle OAB$ 的面积

19. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , 记 $\vec{a} = \overrightarrow{AA_1}, \vec{b} = \overrightarrow{AB}, \vec{c} = \overrightarrow{AC}$

(1) 用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 表示 $\overrightarrow{AB_1}, \overrightarrow{A_1C}, \overrightarrow{BC_1}$;

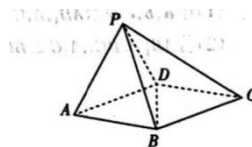
(2) 若 $AB \perp BC, A_1C \perp B$, 求证: $AB_1 = A_1C$



20. (A) 已知点 P 是菱形 $ABCD$ 所在平面外一点, $PA=PD=\sqrt{2}$, $PB=AB=BE$,

(1) 求证: 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$;

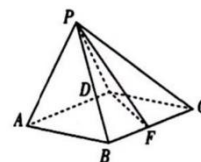
(2) 求二面角 $A-PB-$ 的余弦值。



(B) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD=60^\circ$, F 是 BC 的中点, $PA=PD$, $PA \perp PD$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$,

(1) 求证: $DF \perp$ 平面 PAD ;

(2) 求二面角 $A-PB-$ 的余弦值。



21 (本小题 10 分) 说明: 请考生在 (A) (B) 两个小题中任选一题作答

(A) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 其右焦点 F 到直线 $x-y+3=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 若过 F 做两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , A, B 是 l_1 与椭圆 C 的两个交点, 且 C, D 是 l_2 与椭圆的两个交点, M, N 分别是线段 AB, CD 的中点, 试判断直线 MN 是否过定点? 若过定点, 求出该定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由。

(B) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 F 到直线 $x - y + 3 = 0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$, 点 $P(1, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ 在椭圆 C 上.

(3) 求椭圆 C 的方程

(4) 若过 F 做两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , A, B 是 l_1 与椭圆 C 的两个交点, 且 C, D 是 l_2 与椭圆的两个交点, M, N 分别是线段 AB, CD 的中点试判断直线 MN 是否过定点? 若过定点, 求出该定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.

