2019-2020 学年第一学期高二年级期末考试

数学试卷试卷分析

一、 选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1 命题“若 $x=1$，则 $x^2=1$”的逆否命题是（ ）

A．若 $x^2=1$，则 $x=1$　　B．若 $x\neq1$，则 $x^2\neq1$

C．若 $x=1$，则 $x^2\neq1$　　D．若 $x^2\neq1$，则 $x\neq1$

【答案】：D

【解析】：A 是逆命题，B 是否命题，C 是命题的否定，D 是逆否命题

2 双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$的实轴长为（ ）

A. 9　　B. 6　　C． $2\sqrt{5}$　　D. 4

【答案】：B

【解析】： $a^2=9,a=3,2a=6$，所以实轴长为 6

3 已知 $\vec{a}=(1,-1,2),\vec{b}=(-1,m,n)$，若 $\vec{a}=\lambda\vec{b}$，则实数 m,n 的值分别为（ ）

A. 1,-2　　B. -1,-2　　C. 1,2　　D. -1,2

【答案】：A

【解析】：有题意可知 $\lambda=-1,\therefore m=1,n=-$

4 已知 $p:a>b,q:a-c>b-c$，则 p 是 q 的（ ）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【答案】：C

【解析】：p 与 q 可以互推，所以是充要条件

5 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 的左右焦点分别是 F_1,F_2，过 F_1 的直线 l 与椭圆分别交于 A,B 两点，则 $\triangle ABF_2$ 的周长为（ ）

A. $8+2\sqrt{7}$　　B. $16-2\sqrt{7}$　　C. 8　　D. 16

【答案】：D

【解析】：周长 $=|AB|+|AF_2|+|AF_2|+|AF_1|+|AF_1|+|AF_2|+|AF_2|\ \ 4$

6 已知命题 “$\forall x\in R,x^2+ax+1>0$” 是假命题，则实数啊的取值范围为

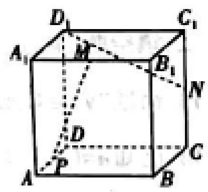
$A.(-\infty,-2]$　$B.[2,+\infty)$　$C.[-2,2]$　$D.(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

【答案】D

【解析】因为命题 “$\forall x\in R,x^2+ax+1>0$” 是假命题，

所以不等式 $x^2+ax+1\le 0$ 在 $x\in R$ 上恒成立，由函数 $y=x^2+ax+1$ 的图象是一条开口向上的抛物线可知，判别式 $\Delta\ge 0$ 即 $a2-4\ge 0\Rightarrow -2\ge a$ 或 $a\ge 2$,

7.已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M,N分别是 A_1B_1，CC_1,AD的中点，则异面直线 A_1N 与MP所成角的大小是



A. 90°　B. 60°　C. 45°　D. 30°

【答案】A

【解析】取 BB_1 中 N_1 连接 A_1N,则 $D_1N//A_1N$，取 B_1N_1，A_1B_1 中点并连接，设正方体边长为 2a，则由勾股定理可得 D_1N 与 MP垂直。

8 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{6}}{2}$，则椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率是

$A.\frac{\sqrt{2}}{2}$　$B.\frac{\sqrt{3}}{2}$　$C.\frac{\sqrt{6}}{3}$　$D.\frac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】A

【解析】由题意可设双曲线中$a=2k$，$c=\sqrt{6}k$，则$b=\sqrt{2}k$。在椭圆中$a=2k$，$b=\sqrt{2}k$，所以$c=\sqrt{2}k$，所以椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$。

9 已知$\mathbf{a}=(1,-1,0)$，$\mathbf{b}=(0,1,1)$，$\mathbf{c}=(1,2,m)$，若$\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}$共面，则实数$m=$

A. -1　B. 3　C. 1　D. -2

【答案】B

【解析】因为$\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}$共面，所以$\mathbf{c}=\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{b}$，则$1=\alpha$，$2=-\alpha+\beta$，$m=\beta$，则$\alpha=1$，$\beta=3$

10 已知直线l与抛物线$x^2=4y$相交于A, B两个不同点，若线段AB中点坐标为（1，2），则直线l的方程为

A. $2x-y=0$　B. $x-y+1=0$　C. $x-4y+7=0$　D. $x-2y+3=0$

【答案】D

【解析】设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则$x_1{}^2=4y_1$，$x_2{}^2=4y_2$，两式相减得

$(x_1+x_2)(x_1-x_2)=4(y_1-y_2)$因为中点坐标为（1，2），则$x_1+x_2=2$，代入化简得

$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{1}{2}$，由点斜式得$x-2y+3=0$

11 如图，把边长为1的正方形$ABCD$沿对角线BD折成直二面角，若点P满足

$\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{B}-\overrightarrow{A}+B\overrightarrow{C}$，则$\left|\overrightarrow{BP}\right|^2=$

A. 3　　B. $4-\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $3+\frac{\sqrt{6}}{2}$

【答案】A

【解析】由题意，翻折后$AC=AB=BC$，

则$|\overrightarrow{BP}|^2=\overrightarrow{BP}^2$

$=(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD})^2=(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD})^2=|\overrightarrow{CA}|^2+|\overrightarrow{BD}|^2+2\cdot\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BD}$

由$\left|\overrightarrow{CA}\right|=1$，$\left|\overrightarrow{BD}\right|=\sqrt{2}$，$\overrightarrow{CA}\perp\overrightarrow{BD}$

解得$|\overrightarrow{BP}|^2=3$.

故答案为：A

12．已知点 F_1,F_2 分别是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左右两个焦点，点 P 是双曲线 C 右支上一点，且 $\overrightarrow{PF_2}\cdot\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OF_2}\right)=0$，直线 PF_1 的斜率为 $\frac{1}{2}$，则双曲线 C 的渐近线方程为

$A.y=\pm x$　　　　$B.y=\pm\sqrt{2}x$　　　　$C.y=\pm 2x$　　　　$D.y=\pm\sqrt{5}x$

【答案】C

【解析】设 PF_2 的中点为 M，由 $\overrightarrow{PF_2}\cdot\left(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF_2}\right)=0$，可得 $OM\perp PF_2$，因为 O 为 F_1F_2 中点，所以 $OM\underset{=}{//}\frac{1}{2}PF_1$，即 $\angle F_1PF_1$ 为直角

又因 $\angle F_1PF_1$ 为直角，$\therefore$ 直线 PF_1 的斜率为 $\frac{1}{2}$，直线 PF_1 的方程为：$y=\frac{1}{2}(x-c)$，

两直线联立，解得交点 P 的坐标为 $(\frac{3c}{5}，-\frac{c}{5})$，如图.

将 P 的坐标代入双曲线方程，得

$$\frac{(\frac{3c}{5})^2}{a^2}-\frac{(-\frac{c}{5})^2}{b^2}=1,$$

即 $9b^2c^2-a^2c^2=25a^2b^2$，又 $b^2=c^2-a^2$，

代入得：$9(c^2-a^2)c^2-a^2c^2=25a^2(c^2-a^2)$．

解得 $c^2=5a^2$．可得 $b^2=4a^2$，$b=2a$，

则双曲线的渐近线方程是：$y=\pm 2x$．

故答案为：C

二、　填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

13.命题“$\forall x\in R, \sin x\le$”的否定是______

【答案】$\exists x_0\in R,\sin x_0>1$

【解析】略

14.已知 $\vec{a}=(1,1,0),\vec{b}=(0,1,1)$，若 $(\vec{a}+\overrightarrow{\gamma b})$ 与 $\vec{a}$ 垂直，则实数 $\gamma=$ ______

【答案】-2

【解析】由题可知 $(\vec{a}+\gamma\vec{b})\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2+\gamma\vec{a}\cdot\vec{b}=2+\gamma=0$,所以 $\gamma=-2$

15.已知点 F_1,F_2 分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点，点 P 是 C 上一点，ΔPF_1F_2 的内心为 I，过 I 作平行于 x 轴的直线分别交分别交 PF_1,PF_2 于 A,B，若椭圆 C 的离心率 $e=\frac{1}{2}$，则 $\frac{S_{\Delta PAB}}{S_{\Delta PF_1F_2}}=$ ______

【答案】$\frac{4}{9}$

【解析】如图椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{1}{2}$

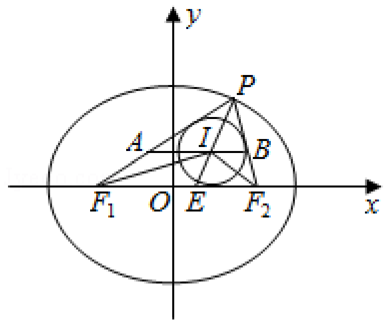
$\because I$ 为 ΔPF_1F_2 的内心，

$$\frac{PI}{IE}=\frac{PF_1}{F_1E}=\frac{PF_2}{F_2E}=\frac{PF_1+PF_2}{F_1E+F_2E}=\frac{2a}{2c}=2$$

$\therefore \frac{PI}{PE}=\frac{2}{3}$

由 $S_{\Delta PAB}\sim S_{\Delta PF_1F_2}$ $\therefore \frac{AB}{F_1F_2}=\frac{2}{3}$

故 $\frac{S_{\Delta PAB}}{S_{\Delta PF_1F_2}}=\frac{4}{9}$



16.已知 A,B 是抛物线上的两个不同点，点 $P(1,2)$，若直线 PA 与 PB 的倾斜角互补，求线段 AB 中点的轨迹方程______________

【答案】$y=-2(x>1)$

【解析】设直线 PA 的斜率为 k_{PA}，直线 PB 的斜率为 k_{PB}，则可分别表示 k_{PA} 和 k_{PB}，根据倾斜角互补可知

$k_{PA}=-k_{PB}$，

且 $k_{PA}=\frac{y_1-2}{x_1-1}(x_1\neq 1)$，$k_{PB}=\frac{y_2-2}{x_2-1}(x_2\neq 1)$，

由 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 在抛物线上，得 $y_1^2=4x_1$（1），$y_2^2=8x_2$（2），

$\therefore \frac{y_1-2}{\frac{1}{4}y_1^2-1}=-\frac{y_2-2}{\frac{1}{4}y_2^2-1}$，$\therefore y_1+2=-(y_2+2)$，$\therefore y_1+y_2=-4$．

设 AB 的中点坐标为 (x,y)，则 $y=\frac{y_1+y_2}{2}=-2$，$x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{y_1^2}{4}+\frac{y_2^2}{4}}{2}=\frac{(y_1+y_2)^2-2y_1y_2}{8}$

$=\dfrac{16-2y_1y_2}{8}$． 由题意知，$y_1<0$，$y_2<0$，

$(-y_1)+(-y_2)=4>2\sqrt{y_1y_2}$，$\therefore y_1y_2<4$，$\therefore \dfrac{16-2y_1y_2}{8}>\dfrac{16-2\times8}{8}=1$，即 $x>1$，

故线段 AB 中点的轨迹方程为 $y=-2$ （$x>1$）.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 48 分）

17.已知 p: $y=a$ 是增函数； q:方程 $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>0$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆，若 $p\wedge(\neg q)$ 是真命题，求实数 a 的取值范围。

【答案】$(0,1]$

【解析】若 $p\wedge(\neg q)$ 是真命题，则 p 为真命题，有：$a>0$；$\neg q$ 为真命题，有 $0<a^2\le1$，即 $0<a\le1$；两者取交集可得 $a\in(0,1]$

18.已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0$ 的焦点为 F，点 $P(1,2$ 在抛物线 C 上.

（1）求点 F 的坐标和抛物线 C 的准线方程；

（2）过点 F 的直线与抛物线 C 交于 A,B 两个不同点，若 AB 的中点为 $M(3,-2$，求 ΔOAB 的面积

[答案]（1）点 F 的坐标为 $(1,0)$，抛物线 C 的准线方程为 $x=-1$

（2）$2\sqrt{2}$

[解析]（1）$\because$ 点 $P(1,2)$ 在抛物线 C 上，$\therefore 4=2p$ $\therefore p=$

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(1,0)$，抛物线 C 的准线方程为 $x=-1$；

（2）设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2$ 则 $|AB|=x_1+x_2+2=8$,

$\because k_{MF}=-1,\therefore$ 直线 AB 的方程为 $y=-x+1$

点 O 到直线 AB 的距离 $d=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ，

$\therefore S_{OAB}=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot \mathrm{d}=2\sqrt{2}$ ；

19.已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1\perp$ 底面 ABC ，记 $\vec{a}=\overrightarrow{AA_1},\vec{b}=\overrightarrow{AB},\vec{c}=\overrightarrow{AC}$

（1）用 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 表示 $\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{A_1C},\overrightarrow{BC_1}$ ；

（2）若 $AB_1\perp BC_1$，$A_1C\perp BC_1$ ，求证：$AB_1=A_1C$

[答案] （1） $\overrightarrow{AB_1}=\vec{a}+\vec{b},\overrightarrow{A_1C}=\vec{c}-\vec{a}$ ，

$\overrightarrow{BC_1}=\vec{a}+\vec{c}-\vec{b}$

(2)详见解析

[解析]（1） $\overrightarrow{AB_1}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}=\vec{a}+\vec{b},\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}-\vec{a}$ ，

$\overrightarrow{BC_1}=\overrightarrow{AC_1}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{a}+\vec{c}-\vec{b}$

（2）证明：$\because$ $AA_1\perp$ 底面 ABC，$\therefore AA_1\perp AC,AA_1\perp AB,$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{c}=0,\vec{a}\cdot\vec{b}=0,$

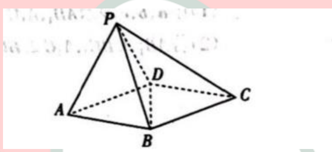
$\because$ $AB_1\perp BC_1,\therefore(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}+\vec{c}-\vec{b})=0,$

$\therefore|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2+\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2+\vec{b}\cdot\vec{c}=0$

$\because$ $A_1C\perp BC_1\ \therefore(\vec{c}-\vec{a})(\vec{a}+\vec{c}-\vec{b})=0,\ \therefore|\vec{c}|^2-|\vec{a}|^2-\vec{b}\cdot\vec{c}=0$

$\therefore|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2,\therefore|\vec{b}|=|\vec{c}|,$ 即 $AB_1=A_1C$

20.（A）已知点 P 是菱形 $ABCD$ 所在平面外一点，$PA=PD=\sqrt{2}$，$PB=AB=BD=2$,



(1)求证：平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$;

(2)求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值。

【答案】(1)如下，(2) $-\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$

【解析】(1)证明：设 AD 中点为 O，连接 PO，BO，

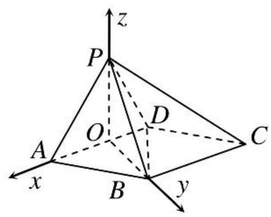
$\because$ $PA=PD=\sqrt{2}$，所以 $PO\perp AD$，且 $PO=1$，

$\because$ $ABCD$ 是菱形，$AB=BD=2$，$\therefore$ $OB\perp AD$，$OB=\sqrt{3}$，

$\therefore PB^2=OP^2+OB^2=4, \therefore OP\perp OB, \therefore OP\perp$ 平面 $ABCD$，

$\therefore$ 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，

(2)由(1)得 $OB\perp AD, OP\perp OA, OP\perp OB$，以点 O 为坐标原点，建立空间直角坐标系，如图，



则 $A(1,0,0), B\left(0,\sqrt{3},0\right), C\left(-2,\sqrt{3},0\right), P\left(0,0,1\right)$，

设 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$ 是平面 PAB 的一个法向量，

则 $\begin{cases}\vec{m}\perp\overrightarrow{PA}\\ \vec{m}\perp\overrightarrow{AB}\end{cases}\therefore\begin{cases}x_1-z_1=0\\ -x_1+\sqrt{3}y_1=0\end{cases}$，

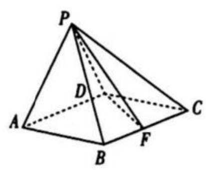
令 $x_1=\sqrt{3}$，则 $\vec{m}=\left(\sqrt{3},1,\sqrt{3}\right)$，

设 $\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$ 是平面 PBC 的一个法向量，则 $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{PC}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{BC}\end{cases}\therefore\begin{cases}2x_2-\sqrt{3}y_2+z_2=0\\ -2x_2=0\end{cases}$，

令 $z_2=\sqrt{3}$，则 $\vec{n}=\left(0,1,\sqrt{3}\right)$，

$\therefore \cos<\vec{m},\vec{n}>=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$，$\therefore$ 二面角 $A-PB-C$ 的余弦值为 $-\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$。

(B)如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=60^0$，F 是 BC 的中点，$PA=PD$，$PA\perp PF$，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，



(1)求证：$DF\perp$ 平面 PAD；

(2)求二面角 $A-PB-F$ 的余弦值。

【答案】(1)如下，(2) $-\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$

【解析】(1)证明：设 $AB=2a, \therefore CF=a$，

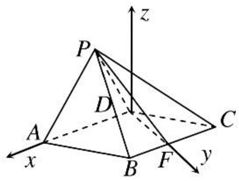
由题意得 $DF^2 = CD^2 + CF^2 - 2CD\cdot CF\cos\angle DCF = 4a^2 + a^2 - 2a^2\cos 60^\circ =$,

$\therefore DF^2 + CF^2 = CD^2 = 4a^2$, $\therefore DF \perp BC$, $\because ABCD$是菱形，$\therefore AD // BC$, $\therefore DF \perp AD$,

$\because$ 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $\therefore$ $DF \perp$ 平面 PAD,

(2) 由 (1) 得 $DF \perp AD$, 以点 D 为坐标原点，建立空间直角坐标系，如图，设 $AB = 2$，则

$A(2,0,0), B(0,\sqrt{3},0), F(0,\sqrt{3},0), P(1,0,1)$,



设 $\vec{m} = (x_1, y_1, z_1)$ 是平面 PAB 的一个法向量，

则 $\begin{cases} \vec{m} \perp \overrightarrow{PA} \\ \vec{m} \perp \overrightarrow{AB} \end{cases} \therefore \begin{cases} -x_1 + z_1 = 0 \\ -x_1 + \sqrt{3}y_1 = 0 \end{cases}$,

令 $x_1 = \sqrt{3}$，则 $\vec{m} = (\sqrt{3}, 1, \sqrt{3})$,

设 $\vec{n} = (x_2, y_2, z_2)$ 是平面 PBF 的一个法向量，则 $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{PF} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{BF} \end{cases} \therefore \begin{cases} x_2 - \sqrt{3}y_2 + z_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases}$,

令 $z_2 = \sqrt{3}$，则 $\vec{n} = (0, 1, \sqrt{3})$,

$\therefore \cos < \vec{m}, \vec{n} > = \dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|} = \dfrac{2\sqrt{7}}{7}$ ，$\therefore$ 二面角 $A-PB-F$ 的余弦值为 $-\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$。

21（本小题 10 分）说明：请考生在（A）（B）两个小题中任选一题作答

（A）已知椭圆 $C: \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，其右焦点 F 到直线 $x - y + 3 = 0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 若过 F 做两条互相垂直的直线 l_1, l_2, A, B 是 l_1 与椭圆 C 的两个交点，且 C, D 是 l_2 与椭圆的两个交点，M, N 分别是线段 AB, CD 的中点，试判断直线 MN 是否过定点？若过定点，求出该定点的坐标；若不过定点，请说明理由。

【答案】(1) $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{2} = 1$ (2) 直线过定点 $(\dfrac{3}{5}, 0$

【解析】

（1）由题意得 $\begin{cases} \dfrac{|c+3|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}, \\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}, \end{cases}$，所以 $\begin{cases} a=\sqrt{3}, \\ b=\sqrt{2}, \end{cases}$，所以椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$

（2）由（1）得 F $(1,0)$，设直线 l_1 的方程为 $x=my+$，点 A,B 的坐标分别为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$

当 $m\neq 0$ 时，由 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1, \\ x=my+1, \end{cases}$ 得 $(3+2m^2)y^2+4my-4=0$

$\therefore \begin{cases} y_1+y_2=-\dfrac{4m}{3+2m^2}, \\ y_1y_2=-\dfrac{4}{3+2m^2}, \end{cases}$ $\therefore M\left(\dfrac{3}{3+2m^2},-\dfrac{2m}{3+2m^2}\right)$

同理，由 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1, \\ x=-\dfrac{1}{m}y+1, \end{cases}$ $\therefore N\left(\dfrac{3m^2}{3+2m^2},\dfrac{2m}{3+2m^2}\right)$

$$\therefore K_{MN}=\frac{\dfrac{2m}{3+2m^2}+\dfrac{3m^2}{3+2m^2}}{\dfrac{3m^2}{3+2m^2}-\dfrac{3}{3+2m^2}}=\frac{5m}{3(m^2-1)}$$

$\therefore$ 直线 MN 的方程为 $y=\dfrac{5m}{3(m^2-1)}\left(x-\dfrac{3}{5}\right)$，过定点 $(\dfrac{3}{5},0)$

当 $m=0$ 时，直线 l_1 的方程为 $x=1$，$M(1,0)$，$N(0,0)$，

$\therefore$ 直线 MN 的方程过定点 $(\dfrac{3}{5},0)$

综上，直线 MN 的方程过定点 $(\dfrac{3}{5},0)$

（B）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点 F 到直线 $x-y+3=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$，点 $P(1,\dfrac{2\sqrt{3}}{3})$ 在椭圆 C 上.

(3) 求椭圆 C 的方程

(4) 若过 F 做两条互相垂直的直线 l_1,l_2，A,B 是 l_1 与椭圆 C 的两个交点，且 C,D 是 l_2 与椭圆的两个交点，M,N 分别是线段 AB,CD 的中点试判断直线 MN 是否过定点？若过定点，求出该定点的坐标；若不过定点，请说明理由。

【答案】（1）$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ （2）直线过定点 $(\frac{3}{5},0$

【解析】（1）由题意得 $\begin{cases}\frac{|c+3|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2},\\ \frac{1}{a^2}+\frac{4}{3b^2}=1,\end{cases}$，所以 $\begin{cases}a=\sqrt{3},\\ b=\sqrt{2},\end{cases}$，所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$

（2）同 A（2）