

# 江西省 2020 年中等学校招生考试

## 数学科说明

江西省 2020 年中等学校招生考试数学科说明是以《义务教育数学课程标准（2011 年版）》为依据编制而成的。数学学科学业考试应当在知识与技能、数学思考、问题解决、情感与态度等方面对学生进行全面的考查，不仅要考查对知识与技能的掌握情况，而且要更多地关注对数学思想方法本身意义的理解和在理解基础上的应用；不仅要考查学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、创新意识与应用意识，而且要重视对学生的思维过程以及发现问题、提出问题、分析问题、解决问题和数学表达等方面的考查。

### 一、指导思想

全面贯彻党的教育方针，落实立德树人根本任务，深化考试内容改革，坚持正确育人导向。中考数学学业评价应有利于全面考察学生的学习状况、激励学生的学习热情、激发学生的创新意识和创造精神；有利于体现素质教育导向、促进学生的全面发展、进一步推进基础教育课程改革的实施；有利于高一级学校选拔合格的、具有学习潜能的新生。

### 二、考试形式和试卷结构

考试采用闭卷笔试形式，全卷满分为 120 分，考试时间为 120 分钟。

“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”三个领域所占分值比例约为 45%、40%、15%，并将综合与实践应用的考查渗透到上述三个领域的内容之中。

试题由客观性试题和主观性试题两部分组成，客观性试题和主观性试题两部分的分值比例为 30%：70%。

客观性试题包括选择题和填空题，选择题 6 道，每道 3 分，共 18 分；填空题 6 道，每道 3 分，共 18 分；主观性试题有 11 道，包括操作(作图)题和解答题(含计算题、证明题、开放题、探索题、应用题等)，共 84 分（见下表）。选择题是四选一型的单项选择题；填空题只要求写出结果，不必写出计算过程或推证过程；作图题只要求保留作图痕迹，不要求写作法；解答题在解答时都应写出文字说明、演算步骤或推理过程。

题型	选择题	填空题	解答题				
题号	一	二	三	四	五	六	合计
题量	6	6	5	3	2	1	23
分值	18	18	30	24	18	12	120

试题按其难度分为容易题、中等题和较难题，三种试题分值之比为 5：3.5：1.5。整卷试题的难度系数约为 0.6。

### 三、考试内容与要求

#### (一)数与代数部分

##### 1. 数与式

- (1)理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，会比较有理数的大小。
- (2)借助数轴理解相反数和绝对值的意义，会求有理数的相反数与绝对值
- (3)理解乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方以及简单的混合运算(以三步为主)。
- (4)理解有理数的运算律，并能运用运算律简化运算。

(5) 能运用有理数的运算解决简单的问题。

(6) 了解平方根、算术平方根、立方根的概念，了解开方与乘方互为逆运算，会用平方运算求某些非负数的平方根，会用立方运算求某些数的立方根。

(7) 了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应。能用有理数估计一个无理数的大致范围。

(8) 了解近似数，并能按问题的要求对结果取近似值。

(9) 了解二次根式、最简二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则，会用它们进行有关实数的简单四则运算。

(10) 能分析简单问题的数量关系，并用代数式表示。能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义。

(11) 会求代数式的值。

(12) 了解整数指数幂的意义和基本性质，会用科学记数法表示数。

(13) 理解整式的概念，会进行简单的整式加、减、乘、除运算(其中，多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘)。

(14) 了解公式  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ； $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$  的几何背景，并能进行简单计算。

(15) 会用提公因式法、公式法(直接用公式不超过二次)进行因式分解(其中指数是正整数)。

(16) 了解分式和最简分式的概念，会利用分式的基本性质进行约分和通分，会进行简单的分式加、减、乘、除运算。

## 2. 方程与不等式

(1) 能够根据具体问题中的数量关系，列出方程，体会方程是刻画现实世界数量关系的有效数学模型。

(2) 能用观察、画图等手段估计方程的解。

(3) 会解一元一次方程、二元一次方程组、可化为一元一次方程的分式方程。

(4) 理解配方法，会用因式分解法、公式法、配方法解数字系数的一元二次方程。会用一元二次方程根的判别式判别方程根的情况；了解一元二次方程根与系数的关系。

(5) 结合具体问题，了解不等式的意义，掌握不等式的基本性质。

(6) 会解一元一次不等式组，并会用数轴确定解集。

(7) 能够根据具体问题中的数量关系，列出一元一次不等式解决简单的问题。

(8) 能根据具体问题的实际意义，检验结果是否合理。

## 3. 函数

(1) 能探索简单、具体问题中的数量关系和变化规律。

(2) 了解常量、变量的意义，了解函数的概念和三种表示方法。

(3) 能结合图象对简单实际问题中的函数关系进行分析，能用适当的函数表示法刻画某些实际问题中变量之间的关系。

(4) 能确定简单的整式、分式和简单实际问题中的函数的自变量取值范围，并会求出函数值。

(5) 结合对函数关系的分析，能对变量的变化情况进行初步讨论。

(6) 了解一次函数(正比例函数)、反比例函数、二次函数的意义，根据已知条件确定一次函数(正比例函数)、反比例函数、二次函数的表达式，会用待定系数法求函数表达式。

(7) 会画一次函数(正比例函数)、反比例函数、二次函数的图象，根据一次函数(正比例函数)、反比例函数、二次函数的图象和解析表达式理解其性质，会用配方法确定二次函

数图象的顶点坐标，开口方向和对称轴。

(8) 能根据一次函数的图象求二元一次方程组的近似解。会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解。

(9) 能用一次函数(正比例函数)、反比例函数、二次函数解决简单的实际问题。

## (二) 图形与几何部分

### 1. 图形的性质

(1) 会比较线段的大小，理解线段的和、差，以及线段中点的意义。理解两点间距离的意义，会度量两点之间的距离。

(2) 理解角的概念，能比较角的大小，能估计一个角的大小，会计算角的和与差，认识度、分、秒，会对度、分、秒进行简单的换算。

(3) 理解角平分线及其性质。

(4) 理解补角、余角、对顶角等概念及有关性质。

(5) 理解垂线、垂线段等概念及有关性质。

(6) 知道过一点有且仅有一条直线垂直于已知直线，会用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线。

(7) 理解线段垂直平分线及其性质。

(8) 掌握两直线平行的判定定理和有关性质。

(9) 知道过直线外一点有且仅有一条直线平行于已知直线，会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线。

(10) 理解点到直线距离的意义、两条平行线之间距离的意义，会度量点到直线的距离，两条平行线之间的距离。

(11) 理解三角形及其内角、外角、中线、高线、角平分线等有关概念，会画任意三角形的角平分线、中线和高，了解三角形的稳定性。

(12) 掌握三角形中位线定理、三角形内角和定理及推论，了解三角形重心的概念，知道三角形的内心、外心。

(13) 理解全等三角形的概念，掌握两个三角形全等的条件。

(14) 了解等腰三角形的有关概念，掌握等腰三角形的性质和一个三角形为等腰三角形的条件；了解等边三角形的概念及性质。

(15) 了解直角三角形的概念，掌握直角三角形的性质和一个三角形是直角三角形的条件。

(16) 会运用勾股定理解决简单问题；会用勾股定理的逆定理判定一个三角形是否为直角三角形。

(17) 了解多边形的内角和与外角和公式，了解正多边形的概念及正多边形和圆的关系。

(18) 掌握平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念、性质和一个四边形是平行四边形、矩形、菱形、正方形的条件，了解它们之间的关系；了解四边形的不稳定性。

(19) 理解圆、弧、圆心角、圆周角的概念，了解等弧、等圆的概念，了解点与圆、直线与圆的位置关系。

(20) 掌握垂径定理

(21) 了解圆周角定理及其推论：圆周角与圆心角及其所对弧的关系、直径所对圆周角的特征，圆内接四边形的对角互补。

(22) 掌握切线的概念，理解切线与过切点的半径之间的关系；能判定一条直线是否为圆的切线，会过圆上一点画圆的切线，了解切线长定理。

(23) 会计算圆的弧长及扇形的面积。

(24)能完成以下基本作图：作一条线段等于已知线段，作一个角等于已知角，作角的平分线，作线段的垂直平分线；过一点作已知直线的垂线。

(25)能利用基本作图作三角形；已知三边作三角形；已知两边及其夹角作三角形；已知两角及其夹边作三角形；已知底边及底边上的高作等腰三角形。已知一直角边和斜边做直角三角形。

(26)能过一点、两点和不在同一直线上的三点作圆。

(27)了解尺规作图的步骤，对于尺规作图题，会写已知、求作，保留作图痕迹，不要求写出作法。

(28)会画基本几何体(直棱柱、圆柱、圆锥、球)的三视图(主视图、左视图、俯视图)，会判断简单物体的三视图，能根据三视图描述简单的几何体或实物原型。

(29)了解直棱柱、圆锥的侧面展开图，能根据展开图想象和制作立体模型。

(30)了解基本几何体与其三视图、展开图(球除外)之间的关系；知道这种关系在现实生活中的应用(如物体的包装)。

(31)能根据光线的方向辨认实物的阴影。

(32)了解中心投影和平行投影的概念。

## 2. 图形的变化

(1)了解轴对称及它的基本性质，理解对应点所连的线段被对称轴垂直平分的性质。

(2)能够按要求作出简单平面图形，经过一次或两次轴对称后的图形；知道简单图形之间的轴对称关系，并能指出对称轴。

(3)了解轴对称图形的概念，理解基本图形(等腰三角形、矩形、菱形、正多边形、圆)的轴对称性及其相关性质。

(4)能欣赏现实生活中的轴对称图形。

(5)了解平移的意义，理解它的基本性质，能按要求作出简单平面图形平移后的图形。

(6)了解旋转的意义，理解它的基本性质；了解中心对称、中心对称图形的概念及其基本性质。

(7)了解线段、平行四边形、正多边形、圆的中心对称性质，能够按要求作出简单平面图形旋转后的图形。

(8)知道图形之间的变换关系(轴对称、平移、旋转及其组合)。能灵活运用轴对称、平移和旋转及其组合进行图案设计。

(9)了解比例的基本性质，了解线段的比、成比例线段与黄金分割。

(10)了解相似的意义；理解相似图形的性质，了解相似三角形判定定理和性质定理。

(11)了解图形的位似，能够利用位似将一个图形放大或缩小。

(12)利用图形的相似解决一些实际问题(如利用相似测量旗杆的高度。)

(13)认识锐角三角函数( $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\tan A$ )，知道 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 角的三角函数值。

(14)运用三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题。

## 3. 图形与坐标

(1)理解平面直角坐标系的有关概念，能画出平面直角坐标系；在给定的直角坐标中，会根据坐标描出点的位置，由点的位置写出它的坐标。

(2)能在方格纸上建立适当的直角坐标系，描述物体的位置。

(3)在同一直角坐标系中，感受图形变换后点的坐标的变化。

(4)灵活运用不同的方式确定物体的位置。

## 4. 图形与证明

(1)了解证明的含义，理解证明的必要性。了解定义、命题、定理的含义，会区分命题的条件(题设)和结论。了解逆命题的概念，会识别两个互逆命题，并知道原命题成立其逆

命题不一定成立。

(2) 理解反例的作用，知道利用反例可以证明一个命题是错误的。

(3) 知道反证法的含义。

(4) 掌握用综合法证明的格式，知道证明的过程要步步有据。

(5) 掌握以下基本事实：

① 两点确定一条直线；两点之间线段最短；过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行。

② 两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。

③ 若两个三角形的两边及其夹角(或两角及其夹边、或三边)分别相等，则这两个三角形全等。

④ 两角及其夹边分别相等的两个三角形全等。

⑤ 全等三角形的对应边、对应角分别相等。

(6) 掌握下列定理与推论：

① 平行线的性质定理和判定定理。

② 三角形的内角和定理及推论。

③ 直角三角形全等的判定原理。

④ 角平分线性质定理及逆定理：三角形的三条角平分线交于一点(内心)。

⑤ 垂直平分线性质定理及逆定理：三角形的三边的垂直平分线交于一点(外心)。

⑥ 三角形中位线定理。

⑦ 等腰三角形、等边三角形、直角三角形的性质和判定定理。

⑧ 平行四边形、矩形、菱形、正方形的性质和判定定理。

### (三) 统计与概率部分

#### 1. 抽样与数据分析

(1) 能从事收集、整理、描述和分析数据的活动，能用计算器处理较为复杂的数据。

(2) 了解抽样的必要性、简单随机抽样的概念，能指出总体、个体、样本，知道不同的抽样可能得到不同的结果。

(3) 会制作扇形统计图，能用扇形统计图描述数据。

(4) 理解平均数的意义，会计算中位数、众数、在具体情境中理解并会计算加权平均数；根据具体问题，能选择合适的统计量表示数据的集中程度。

(5) 会表示一组数据的离散程度，会计算方差，并会用它们表示数据的离散程度。

(6) 理解频数、频率的概念，了解频数分布的意义和作用，会列频数分布表，画频数分布直方图和频数折线图，并能解决简单的实际问题。

(7) 了解用样本估计总体的思想，能用样本的平均数、方差来估计总体的平均数和方差。

(8) 根据统计结果作出合理的判断和预测，了解统计对决策的作用，能比较清晰地表达自己的观点。

(9) 能用统计知识解决一些简单的实际问题，能对日常生活中的某些数据发表自己的看法。

#### 2. 概率

(1) 了解概率的意义，会运用列举法(包括列表、画树状图)计算简单事件发生的概率。

(2) 知道大量重复实验时频率可作为事件发生概率的估计值。

### (四) 综合与实践部分

1. 结合实际情境，经历由设计方案到解决具体问题的过程，体验建立模型解决问题的过程，并在过程中发现和提出问题。

2. 通过对一系列问题的探究，了解获得研究问题的一般方法和经验，了解所学过知识（包括其他学科知识）之间的关联，发展应用意识和能力。

## 数学试题卷样卷（一）

**说明：** 1. 全卷满分 120 分，考试时间 120 分钟。

2. 请将答案写在答题卡上，否则不给分。

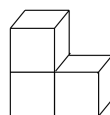
### 一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。每小题只有一个正确选项）

1. 计算  $-1+2$  的结果是

- A.  $-1$                       B.  $1$                       C.  $-3$                       D.  $3$

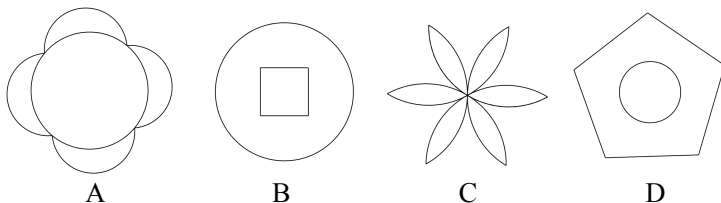
2. 如图是一个由相同立方块搭成的几何体，则下列说法正确的是

- A. 主视图的面积最大              B. 俯视图的面积最大  
C. 左视图的面积最大              D. 三个视图的面积一样大

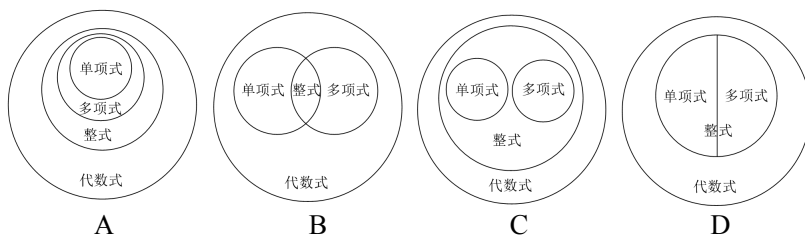


(第 2 题)

3. 下列图形中对称轴条数最多的是

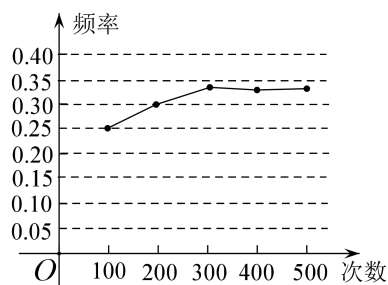


4. 某九年级学生复习了整式有关概念后，他用一个圆代表所有代数式，画了下列图形来表示整式，多项式，单项式的关系，正确的是



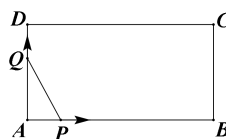
5. 在“用频率估计概率”的实验中，统计了某种结果出现的频率，绘制了下面的折线图，那么符合这一结果的实验最有可能的是

- A. 洗匀后的 1 张红桃，2 张黑桃牌，从中随机抽取一张牌是黑桃  
B. “石头、剪刀、布”的游戏，小王随机出的是“剪刀”  
C. 掷一枚质地均匀的硬币，落地时结果是“正面向上”  
D. 掷一个质地均匀的正六面体骰子，落地时朝上面的点数是 6

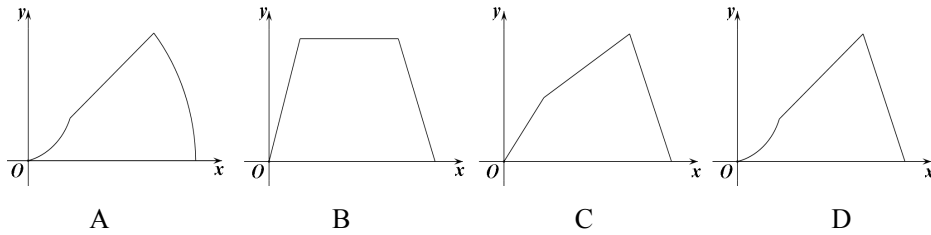


(第 5 题)

6. 如图，矩形  $ABCD$  中， $AB=6\text{cm}$ ， $BC=3\text{cm}$ ，动点  $P$  从  $A$  点出发以  $1\text{cm/秒}$  向终点  $B$  运动，动点  $Q$  同时从  $A$  点出发以  $2\text{cm/秒}$  按  $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$  的方向在边  $AD$ ， $DC$ ， $CB$  上运动，设运动时间为  $x$  (秒)，那么  $\triangle APQ$  的面积  $y(\text{cm}^2)$  随着时间  $x$  (秒) 变化的函数图象大致为



(第 6 题)



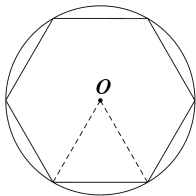
**二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）**

7. 二次根式  $\sqrt{x-2}$  有意义， $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
8. 据统计，2017 年中国与 71 个“一带一路”沿线国家的进出口额超过 14400 亿美元. 将数 14400 用科学记数法表示应为\_\_\_\_\_.
9. 中国魏晋时期的数学家刘徽首创“割圆术”，奠定了中国圆周率计算在世界上的领先地位. 刘徽提出：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”，由此求得圆周率  $\pi$  的近似值.

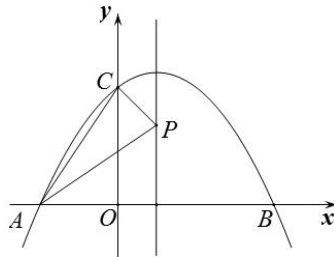
如图，设半径为  $r$  的圆内接正  $n$  边形的周长为  $C$ ，圆的直径为  $d$ ，当  $n=6$  时， $\pi \approx \frac{C}{d} = \frac{6r}{2r} = 3$ ，

则当  $n=12$  时， $\pi \approx \frac{C}{d} =$ \_\_\_\_\_。（结果精确到 0.01，参考数据： $\sin 15^\circ = \cos 75^\circ \approx 0.259$ ， $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ \approx 0.966$ ）

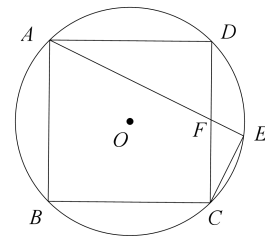
10. 如图，抛物线  $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$  与  $x$  轴交于点  $A, B$ （点  $A$  在点  $B$  的左边），交  $y$  轴于点  $C$ ，点  $P$  为抛物线对称轴上一点. 则  $\triangle APC$  的周长最小值是\_\_\_\_\_.
11. 正方形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ，点  $F$  为  $CD$  的中点，连接  $AF$  并延长交  $\odot O$  于点  $E$ ，连接  $CE$ ，则  $\sin \angle DCE =$ \_\_\_\_\_.



（第 9 题）



（第 10 题）



（第 11 题）

12. 已知一元二次方程  $x^2 + (a-2)x + 3-a = 0$  的两根是  $x_1, x_2$ ，若  $x_1(x_1^2 - x_2^2) = 0$ ，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

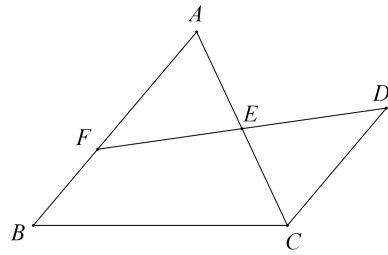
**三、（本大题 共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）**

13. (1) 计算： $|-3| - 2^{-1} + \sqrt{\frac{1}{4}}$ ;

(2) 因式分解： $a^2b - 4ab + 4b$ .



14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ，点 $E$ 为 $AC$ 的中点，且 $\angle DCA=\angle ACB$ ， $DE$ 的延长线交 $AB$ 于点 $F$ 。求证： $ED=EF$ 。



15. 如图，已知四边形 $ABCD$ 为菱形，对角线 $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$ ， $E$ 为 $AO$ 上一点，过点 $E$ 作 $EF \perp AC$ ，请仅用无刻度的直尺，分别按下列要求画图（保留画图痕迹）。

- (1) 在图1中， $EF$ 交 $AD$ 于点 $F$ ，画出线段 $EF$ 关于 $BD$ 的对称线段 $E'F'$ ；  
 (2) 在图2中，点 $F$ 在 $AD$ 外时，画出线段 $EF$ 关于 $BD$ 的对称线段 $E'F'$ 。

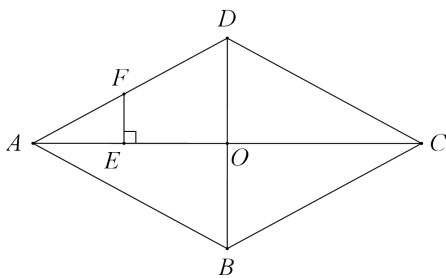


图1

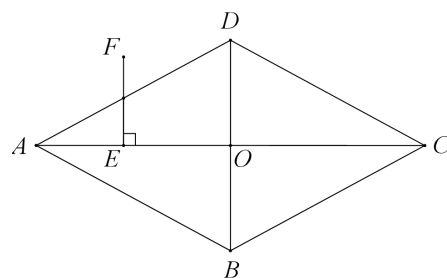


图2

16. 某校团委准备暑期组织一次“研学之旅”活动，现有四个“研学”地方可选择：井冈山、龙虎山、庐山、瑞金（其中井冈山、瑞金是红色旅游胜地）。校团委决定通过抽签方式确定其中两个地方。

**抽签规则：**将四个地方分别写在4张完全相同的纸牌正面，把4张纸牌背面朝上，洗匀后放在桌面上，团委书记小明先从中随机抽取一张纸牌，记下地名，再从剩下的纸牌中随机抽取第二张，记下地名。

- (1) 下列说法中，正确的序号是\_\_\_\_\_。

- ①第一次“抽中井冈山”的概率是 $\frac{1}{4}$ ；  
 ②“抽中的是两个地方是红色旅游胜地”是必然事件；  
 ③“抽中的是两个地方是红色旅游胜地”是随机事件；  
 ④“抽中的是两个地方是红色旅游胜地”是不可能事件。

- (2) 用树状图（或列表法）表示两次抽牌所有可能出现的结果，并求“抽中的是两个地方是红色旅游胜地”的概率。

17. 图 1 是一种纸巾盒，由盒身和圆弧盖组成，通过圆弧盖的旋转来开关纸巾盒. 图 2 是其侧面简化示意图，已知矩形  $ABCD$  的长  $AB=16\text{cm}$ ，宽  $AD=12\text{cm}$ ，圆弧盖板侧面  $\widehat{DC}$  所在圆的圆心  $O$  是矩形  $ABCD$  的中心，绕点  $D$  旋转开关（所有结果保留小数点后一位）.

(1) 求  $\widehat{DC}$  所在  $\odot O$  的半径长及  $\widehat{DC}$  所对的圆心角度数；

(2) 如图 3，当圆弧盖板侧面  $\widehat{DC}$  从起始位置  $\widehat{DC'}$  绕点  $D$  旋转  $90^\circ$  时，求  $\widehat{DC}$  在这个旋转过程中扫过的的面积.

参考数据： $\tan 36.87^\circ \approx 0.75$ ， $\tan 53.06^\circ \approx 1.33$ ， $\pi$  取 3.14.



图 1

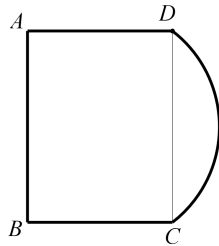


图 2

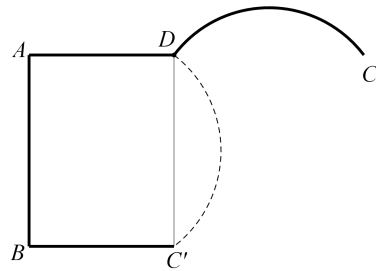


图 3

#### 四、（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

18. 2018 年某省实施人才引进政策，对引进人才给予资金扶持和落户优惠，海内外英才纷纷向组织部门递交报名表. 为了了解报名人员年龄结构情况，抽样调查了 50 名报名人员的年龄（单位：岁），将抽样得到的数据分成 5 组，统计如下表：

分组	频数（人数）	频率
30 岁以下		0.16
大于 30 岁不大于 40 岁	20	0.40
大于 40 岁不大于 50 岁	14	
大于 50 岁不大于 60 岁	6	0.12
60 岁以上		

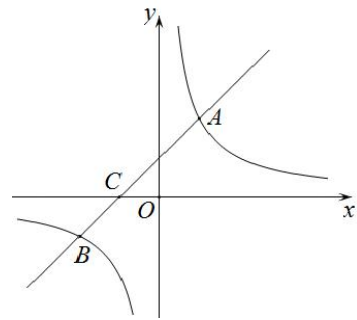
(1) 请将表格中空格填写完整；

(2) 样本数据的中位数落在\_\_\_\_\_，若把样本数据制成扇形统计图，则“大于 30 岁不大于 40 岁”的圆心角为\_\_\_\_\_度；

(3) 如果共有 2000 人报名，请你根据上面数据，估计年龄不大于 40 岁的报名人员会有多少人？

19. 如图，一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m \neq 0$ ) 的图象相交于点  $A(1, 2)$ ,  $B(a, -1)$ .

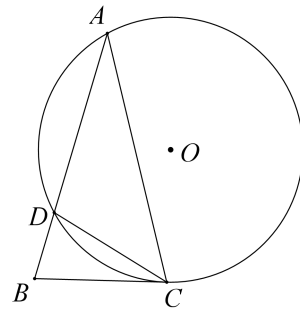
- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式；  
 (2) 若直线  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $C$ ,  $x$  轴上是否存在一点  $P$ , 使  $S_{\triangle APC} = 4$ , 若存在, 请求出点  $P$  坐标; 若不存在, 说明理由.



20. 如图,  $\triangle ABC$  的点  $A, C$  在  $\odot O$  上,  $\odot O$  与  $AB$  相交于点  $D$ , 连接  $CD$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle ACD = 45^\circ$ ,

$$DC = \sqrt{2}.$$

- (1) 求圆心  $O$  到弦  $DC$  的距离;  
 (2) 若  $\angle ACB + \angle ADC = 180^\circ$ .  
 ① 求证:  $BC$  是  $\odot O$  的切线;  
 ② 求  $BD$  的长.



### 五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 今年某水果加工公司分两次采购了一批桃子, 第一次费用为 25 万元, 第二次费用为 30 万元. 已知第一次采购时每吨桃子的价格比去年的平均价格上涨了 0.1 万元, 第二次采购时每吨桃子的价格比去年的平均价格下降了 0.1 万元, 第二次采购的数量是第一次采购数量的 2 倍.

- (1) 试问去年每吨桃子的平均价格是多少万元? 两次采购的总数量是多少吨?  
 (2) 该公司可将桃子加工成桃脯或桃汁, 每天只能加工其中一种. 若单独加工成桃脯, 每天可加工 3 吨桃子, 每吨可获利 0.7 万元; 若单独加工成桃汁, 每天可加工 9 吨桃子, 每吨可获利 0.2 万元. 为出口需要, 所有采购的桃子必须在 30 天内加工完毕.  
 ① 根据该公司的生产能力, 加工桃脯的时间不能超过多少天?  
 ② 在这次加工生产过程中, 应将多少吨桃子加工成桃脯才能获取最大利润? 最大利润为多少?

22. 已知：矩形  $ABCD$  中， $AB=2\sqrt{3}$ ， $BC=8$ ，点  $P$  是对角线  $BD$  上的一个动点，连接  $AP$ ，

以  $AP$  为边在  $AP$  的右侧作等边  $\triangle APE$ 。

(1) ①如图 1，当点  $P$  运动到与点  $D$  重合时，记等边  $\triangle$

$APE$  为等边  $\triangle AP_1E_1$ ，则点  $E_1$  到  $BC$  的距离

是 \_\_\_\_\_；

②如图 2，当点  $P$  运动到点  $E$  落在  $AD$  上时，记等边

$\triangle APE$  为等边  $\triangle AP_2E_2$ 。则等边  $\triangle AP_2E_2$  的边长

$AE_2$  是 \_\_\_\_\_；

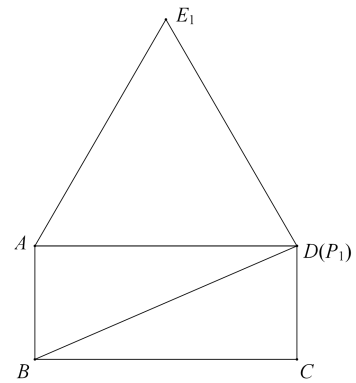


图 1

(2) 如图 3，当点  $P$  运动到与点  $B$  重合时，记等边  $\triangle APE$  为等边  $\triangle AP_3E_3$ ，过点  $E_3$  作

$E_3F \parallel AB$  交  $BD$  于点  $F$ ，求  $E_3F$  的长；

(3) ①在上述变化过程中的点  $E_1, E_2, E_3$  是否在同一直线上？请建立平面直角坐标系

加以判断，并说明理由。

②点  $E$  的位置随着动点  $P$  在线段  $BD$  上的位置变化而变化，猜想关于所有点  $E$  的位置的一个数学结论，试用一句话表述：\_\_\_\_\_。

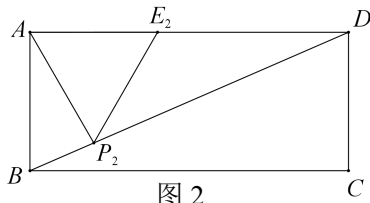


图 2

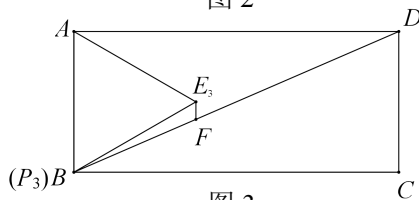
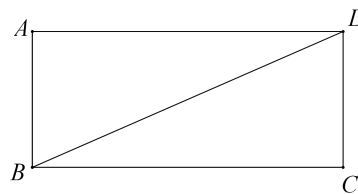


图 3



(备用图)

六、（本大题共 12 分）

23. 已知抛物线  $y = -x^2 + 2x + 3$  和抛物线  $y_n = \frac{n}{3}x^2 - \frac{2n}{3}x - n$  ( $n$  为正整数).

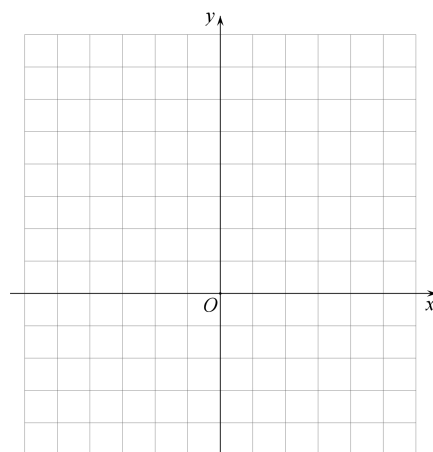
(1) 抛物线  $y = -x^2 + 2x + 3$  与  $x$  轴的交点\_\_\_\_\_，顶点坐标\_\_\_\_\_；

(2) 当  $n=1$  时，请解答下列问题.

①直接写出  $y_n$  与  $x$  轴的交点\_\_\_\_\_，顶点坐标\_\_\_\_\_，请写出抛物线  $y$ ， $y_n$  的一条相同的图象性质\_\_\_\_\_；

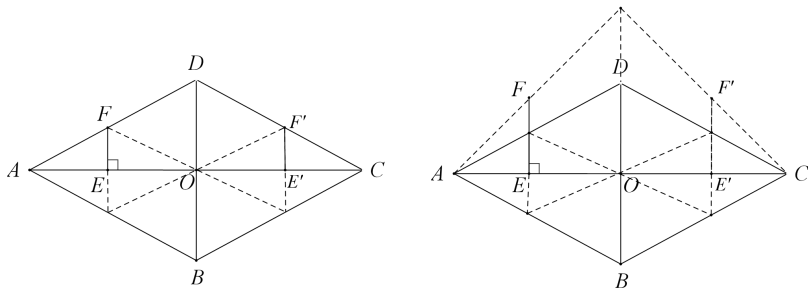
②当直线  $y = \frac{1}{2}x + m$  与  $y$ ， $y_n$  相交共有 4 个交点时，求  $m$  的取值范围.

(3) 若直线  $y=k$  ( $k<0$ ) 与抛物线  $y = -x^2 + 2x + 3$ ，抛物线  $y_n = \frac{n}{3}x^2 - \frac{2n}{3}x - n$  ( $n$  为正整数) 共有 4 个交点，从左至右依次标记为点  $A$ ，点  $B$ ，点  $C$ ，点  $D$ ，当  $AB=BC=CD$  时，求出  $k$ ， $n$  之间满足的关系式.



(备用图)





答案：(1)  $E'F'$ 即为所求 (2)  $E'F'$ 即为所求

.....6分

(说明：每画对一个图形给3分，其它画法参照给分)

16. 解：(1) ①③ .....2分

(2) 把井冈山、龙虎山、庐山、瑞金记为A、B、C、D,列表如下：

第1次	第2次	A	B	C	D
A			(A,B)	(A,C)	(A,D)
B		(B,A)		(B,C)	(B,D)
C		(C,A)	(C,B)		(C,D)
D		(D,A)	(D,B)	(D,C)	

由上表可以得出，所有出现的结果共有12种，这些结果出现的可能性相等，小明“抽中的是两个地方是红色旅游胜地”地结果有2种，所以 .....4分

$P(\text{抽中的是两个地方是红色旅游胜地}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ . .....6分

17. 解：(1) 如图，连接AC, BD相交于点O, 为矩形ABCD的中心

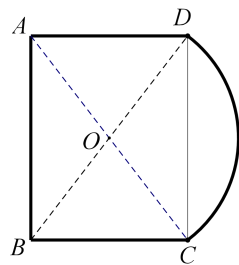
∵ 四边形ABCD为矩形,  $AB=16, AD=12$

∴  $\angle A=90^\circ$ .

在Rt $\triangle ABD$ 中,

∴  $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{256 + 144} = 20$ .

∴  $\odot O$  半径长为:  $OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 20 = 10$  (cm). .....2分



$\tan \angle ADB = \frac{AB}{AD} = \frac{16}{12} \approx 1.33$ .

∴  $\angle ADB \approx 53.06^\circ$ .

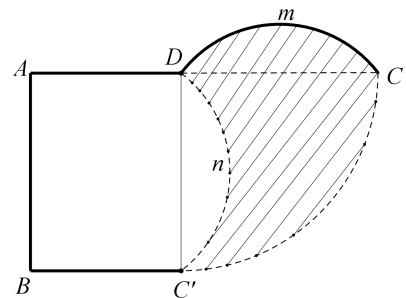
∴  $\angle DOC = 2\angle ADB = 2 \times 53.06^\circ \approx 106.1^\circ$  .....3分

(2) 如图,

∵  $S_{\text{弓形}DmC} = S_{\text{弓形}DnC'}$ ,

∴  $\widehat{DC}$  扫过的的面积:

$S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形}CDC'} = \frac{90\pi \times 16^2}{360} \approx 201.0$  (cm<sup>2</sup>). .....6分



四、(本大题共3小题，每小题8分，共24分)

18. 解: (1)

分组	频数 (人数)	频率
30 岁以下	8	0.16
大于 30 岁不大于 40 岁	20	0.40
大于 40 岁不大于 50 岁	14	<b>0.28</b>
大于 50 岁不大于 60 岁	6	0.12
60 岁以上	2	<b>0.04</b>

...

.....4 分

(2) 大于 30 岁不大于 40 岁 .....5 分

144 .....6 分

(3)  $2000 \times \frac{20+8}{50} = 1120$  (人). .....8 分

19. 解: (1) 把点  $A(1, 2)$  代入反比例函数  $y = \frac{m}{x}$ , 得

$\therefore 1 = \frac{m}{2}, m = 2$ . .....1 分

$\therefore y = \frac{2}{x}$ . .....2 分

把点  $B(a, -1)$  代入反比例函数  $y = \frac{2}{x}$ , 得

$a = -2$ .

$\therefore$  把点  $A(1, 2), B(-2, -1)$  代入一次函数  $y = kx + b$ , 得

$\begin{cases} k + b = 2 \\ -2k + b = -1 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ . .....3 分

$\therefore y = x + 1$ . .....4 分

(2) 当  $y = 0$  时,  $0 = x + 1, x = -1$

$\therefore C(-1, 0)$ . .....5 分

设点  $P(x, 0)$ , 则

$$S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \times |x + 1| \times 2 = 4,$$

$\therefore x = 3$  或  $x = -5$ . .....7 分

$\therefore P(3, 0)$  或  $P(-5, 0)$ . .....8 分

20. 解: (1) 分别连接  $OD, OC$ , 过点  $O$  作  $OE \perp DC$  于点  $E$ ,

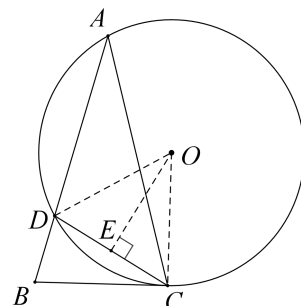
$\because \triangle ADC$  内接于  $\odot O, \angle A = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle DOC = 60^\circ$ .

$\because OD = OC, DC = \sqrt{2}$ ,

$\therefore \triangle ODC$  为等边三角形.

$\therefore OD = OC = DC = \sqrt{2}$ .





$\because OE \perp DC,$

$\therefore DE = \frac{\sqrt{2}}{2}, \angle DEO = 90^\circ, \angle DOE = 30^\circ.$

$\therefore OE = \sqrt{3} DE = \frac{\sqrt{6}}{2},$  即圆心  $O$  到  $DC$  的距离为  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ . .....3 分

(2) ①由(1)得  $\triangle ODC$  为等边三角形,

$\therefore \angle OCD = 60^\circ.$

$\because \angle ACB + \angle ADC = 180^\circ,$

$\angle CDB + \angle ADC = 180^\circ,$

$\therefore \angle ACB = \angle CDB.$

$\because \angle B = \angle B,$

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle CDB.$

$\therefore \angle A = \angle BCD = 30^\circ.$

$\therefore \angle OCB = 90^\circ.$

$\therefore BC$  是  $\odot O$  的切线. ....5 分

②由  $\triangle ACB \sim \triangle CDB,$  得  $\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB},$  即  $CB^2 = AB \cdot DB.$

过点  $D$  作  $DF \perp AC$  于点  $F,$

$\therefore \angle AFD = \angle CFD = 90^\circ.$

$\because \angle A = 30^\circ, \angle ACD = 45^\circ, DC = \sqrt{2},$

$\therefore DF = \frac{\sqrt{2}}{2} DC = 1, AD = 2DF = 2.$

$\because \angle A = \angle BCD = 30^\circ, \angle ACD = 45^\circ,$

$\therefore \angle B = \angle CDB = 75^\circ.$

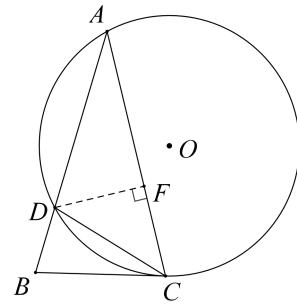
$\therefore CB = CD = \sqrt{2}.$

设  $BD$  为  $x,$  则:  $(\sqrt{2})^2 = x(2+x),$

解得  $x = \pm\sqrt{3} - 1.$

$\therefore x = \sqrt{3} - 1. (x > 0)$

$\therefore BD = \sqrt{3} - 1. ....8 分$



(其它解法合理即可)

**五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)**

21. 解: (1) 设去年每吨桃子的平均价格是  $a$  万元/吨, 依题意, 得

$2 \times \frac{25}{a+0.1} = \frac{30}{a-0.1},$  .....2 分

解得:  $a = 0.4.$

经检验,  $a = 0.4$  是原方程的解.

$\frac{25}{a+0.1} + \frac{30}{a-0.1} = \frac{25}{0.4+0.1} + \frac{30}{0.4-0.1} = 150$  (吨).

答：去年每吨桃子的平均价格是 0.4 万元/吨，两次采购的总数量为 150 吨. ……3 分

(2) ①设该公司加工桃脯用  $x$  天，则

$$x + \frac{150 - 3x}{9} \leq 30. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

解得：  $x \leq 20$ .

所以加工桃脯的时间不能超过 20 天. ……6 分

②设该公司加工桃脯  $x$  天，获得最大利润为  $w$  万元，依题意，得

$$w = 0.73x + 0.2 \times (150 - 3x) = 1.5x + 30. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$\because k = 1.5 > 0$ ,

$\therefore y$  随  $x$  的增大而增大.

$\because x \leq 20$ ,

$\therefore$  当  $x = 20$  时，  $w_{\text{最大值}} = 1.5 \times 20 + 30 = 60$  (万元)

$\therefore 3 \times 20 = 60$  (吨).

答：应将 60 吨桃子加工成桃脯才能获取最大利润，最大利润为 60 万元. ……9 分

22. 解：(1) ①  $6\sqrt{3}$ ； ②  $\frac{16}{5}$ ； ……2 分

(2) 解：过  $E_3$  作  $E_3H \perp AB$  于点  $H$ ，延长  $HE_3$  交  $BD$  于点  $M$ . 在矩形  $ABCD$  中，

$\because \triangle ABE_3$  是等边三角形，

$$\therefore AH = HB = \frac{1}{2} AB = \sqrt{3}; E_3H = 3,$$

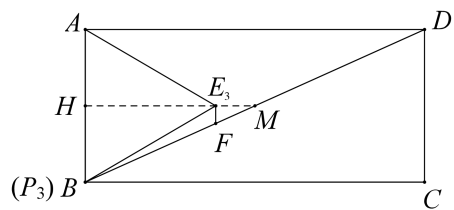
$$\therefore HM = \frac{1}{2} AD = 4.$$

$\because E_3F \parallel AB$ ,

$$\therefore \frac{E_3F}{HB} = \frac{E_3M}{HM} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{即 } \frac{E_3F}{HB} = \frac{4-3}{4}$$

$$\therefore E_3F = \frac{\sqrt{3}}{4} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



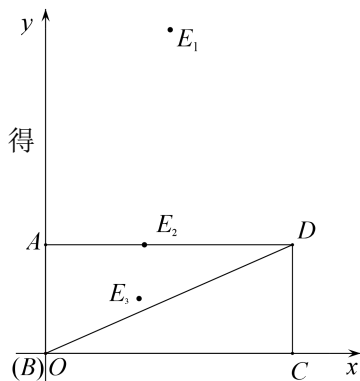
(3) 解：①以  $B$  为坐标原点，以  $BC$  所在直线为  $x$  轴， $AB$  所在直线为  $y$  轴，建立平面直角坐标系. 由 (1) ①② (2) 所求，得

$$E_1(4, 6\sqrt{3}), E_2(\frac{16}{5}, 2\sqrt{3}), E_3(3, \sqrt{3}),$$

设经过  $E_1, E_3$  的直线解析式为  $y = kx + b (k \neq 0)$ ，依题意，得

$$\begin{cases} 3k + b = \sqrt{3}, \\ 4k + b = 6\sqrt{3}. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = 5\sqrt{3}, \\ b = -14\sqrt{3}. \end{cases}$$

$$\therefore y = 5\sqrt{3}x - 14\sqrt{3}. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



把  $E_2(\frac{16}{5}, 2\sqrt{3})$  代入一次函数解析式, 得

$$y = 5\sqrt{3}x - 14\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \times \frac{16}{5} - 14\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

∴ 点  $E_2$  在直线  $E_1E_3$  上, 即  $E_1, E_2, E_3$  在同一条直线上. ....8 分

② 点  $E$  都在同一条线段 (或直线) 上. ....9 分

**六、(本大题共 12 分)**

23. (1)  $(-1, 0), (3, 0)$  .....1 分

$(1, 4)$  .....2 分

(2) ①  $(-1, 0), (3, 0)$  .....3 分

$(1, -\frac{2n}{3})$  .....4 分

对称轴为直线  $x=1$  (或与  $x$  轴交点为  $(-1, 0), (3, 0)$ ) .....5 分

② 当直线  $y = \frac{1}{2}x + m$  与  $y$  相交只有 1 个交点时,

$$\text{由 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + m \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases}, \text{ 得 } x^2 - \frac{3}{2}x + m - 3 = 0,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 0,$$

$$\therefore (\frac{3}{2})^2 - 4(m-3) = 0.$$

$$\therefore m = \frac{57}{16}. \text{ .....7 分}$$

当直线  $y = \frac{1}{2}x + m$  与  $y_n$  相交只有 1 个交点时,

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + m \\ y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1 \end{cases}, \text{ 得 } 2x^2 - 7x - (6+6m) = 0,$$

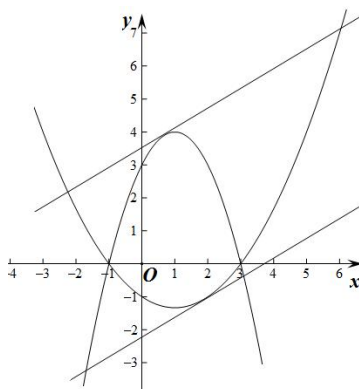
$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 0,$$

$$\therefore m = -\frac{97}{48}. \text{ .....8 分}$$

$$\therefore -\frac{97}{48} < m < \frac{57}{16}. \text{ .....9 分}$$

把  $(-1, 0)$ , 代入  $y = \frac{1}{2}x + m$ , 得  $m=2$ ; 把  $(3, 0)$ , 代入  $y = \frac{1}{2}x + m$ , 得  $m = -\frac{3}{2}$ ,

$$\therefore -\frac{97}{48} < m < \frac{57}{16}, \text{ 且 } m \neq -\frac{3}{2}, m \neq 2. \text{ .....10 分}$$



(3) 由  $\begin{cases} y = k \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases}$ , 得  $x^2 - 2x + k - 3 = 0$ ,

$$\therefore AD^2 = |x_1 - x_2|^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 - 4k.$$

由  $\begin{cases} y = k \\ y = \frac{n}{3}x^2 - \frac{2n}{3}x - n \end{cases}$ , 得  $nx^2 - 2nx - (3n + 3k) = 0$ ,

$$\therefore BC^2 = |x_3 - x_4|^2 = (x_3 + x_4)^2 - 4x_3x_4 = 16 + \frac{12k}{n}. \dots\dots 11 \text{ 分}$$

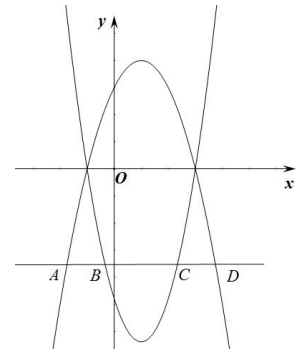
$$\because AB = BC = CD,$$

$$\therefore AD^2 = 9 BC^2$$

$$\therefore |x_1 - x_2|^2 = 9|x_3 - x_4|^2.$$

$$\therefore 16 - 4k = 9\left(16 + \frac{12k}{n}\right).$$

$$\therefore 32n + 27k + nk = 0. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



## 数学试题卷样卷（二）

**说明：**1. 本卷共有六个大题，23 小题，全卷满分 120 分，考试时间 120 分钟；

2. 本卷分为试题卷和答题卷，答案要求写在答题卷上，否则不给分。

### 一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

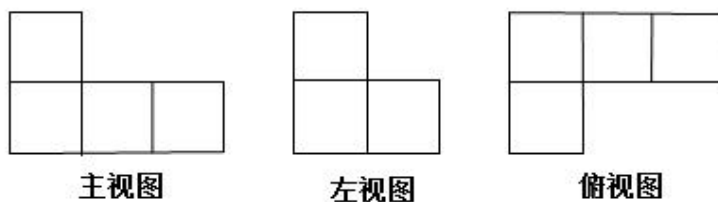
1. 在下列实数中： $-\frac{1}{2019}$ ， $\sqrt{2019}$ ，2019，0，最大的数是（ ）。

- A.  $-\frac{1}{2019}$                       B.  $\sqrt{2019}$                       C. 2019                      D. 0

2. “嫦娥四号”探测器上的火箭发动机是由我国航天科技六院研制，推力不大，仅有 7500 牛，但这小发动机，具有一项大型火箭发动机不具备的能力：变推力. 将数字 7500 用科学记数法表示应为（ ）

- A.  $75 \times 10^2$                       B.  $7.5 \times 10^3$                       C.  $0.75 \times 10^4$                       D.  $0.75 \times 10^5$

3. 如图是由一些相同的小正方体组合成的几何体的三视图，则小正方体的个数是（ ）。

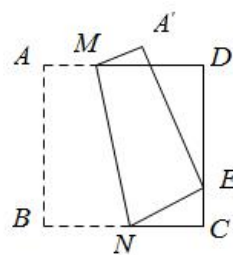


- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7

4. 下列运算正确的是（ ）

- A.  $a^2 + a^2 = 2a^4$     B.  $3a^3 - a = 2a^2$     C.  $-a^3 \cdot 2a^4 = -2a^{12}$     D.  $3a^2b^5 \div (-2ab^3) = -\frac{3}{2}ab^2$

5. 如图，把正方形纸片  $ABCD$  沿对边上的两点  $M$ 、 $N$  所在的直线对折，使点  $B$  落在边  $CD$  上的点  $E$  处，折痕为  $MN$ ，其中  $CE = \frac{1}{4}CD$ . 若  $AB$  的长为 2，则  $MN$  的长为（ ）



- A. 3                      B.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$                       C.  $\sqrt{17}$                       D.  $\sqrt{5}$

6. 关于抛物线  $y = x^2 - (a+1)x + a - 3$ ，下列说法错误的是（ ）

- A. 开口向上                      B. 当  $a = 3$  时，经过坐标原点  $O$   
 C. 抛物线与直线  $y=1$  无公共点                      D. 不论  $a$  为何值，都过定点

### 二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

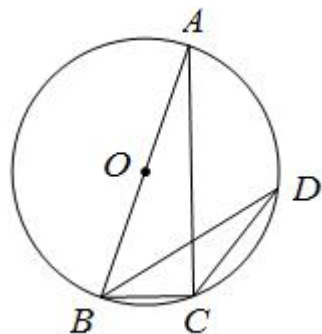
7. 计算： $-2019 - 3 =$  \_\_\_\_\_.

8. 一组数据 3, 4,  $x$ , 7, 8 的平均数是 6，这组数据的中位数为\_\_\_\_\_.

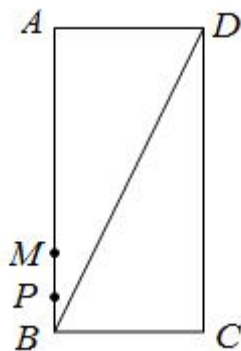
9. 分式方程:  $\frac{1}{1-x} - 1 = \frac{2}{x-1}$  的解是\_\_\_\_\_.

10. 我国古代数学名著《九章算术》中有一题: “今有凫起南海, 七日至北海; 雁起北海, 九日至南海. 今凫雁俱起, 问何日相逢?” (凫: 野鸭) 设野鸭与大雁从南海和北海同时起飞, 经过  $x$  天相遇, 则可列方程\_\_\_\_\_.

11. 如图  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $D$  是  $\odot O$  上的任意一点,  $\angle BDC = 20^\circ$ , 则  $\angle ABC =$ \_\_\_\_\_.



第 11 题



第 12 题

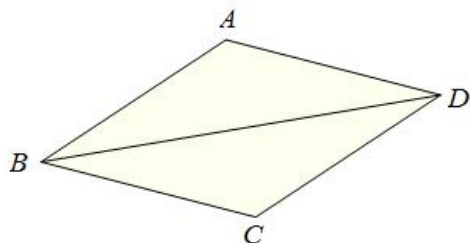
12. 如图, 矩形  $ABCD$  中, 动点  $P$  沿  $B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  路线运动, 点  $M$  是  $AB$  边上的一点, 且  $MB = \frac{1}{4}AB$ , 已知  $AB=4, BC=2, AP=2MP$ , 则点  $P$  到边  $AD$  的距离为\_\_\_\_\_.

**三、(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)**

13. (本题 2 小题, 每小题 3 分)

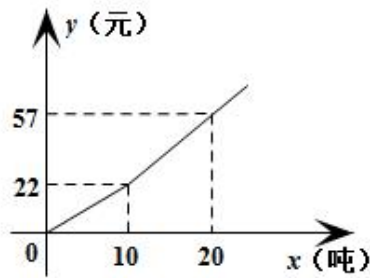
(1) 化简:  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}$  ;

(2) 如图,  $\square ABCD$  中, 对角线  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 求证:  $\square ABCD$  是菱形.



14. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2x+3 > 3(x-1) \\ 1 \leq \frac{x+1}{2} \end{cases}$$

15. 为鼓励市民节约用水,某市自来水公司按分段收费标准收费,右图反映的是每月收水费  $y$ (元)与用水量  $x$ (吨)之间的函数关系.



- (1) 小红家五月份用水 8 吨, 应交水费 \_\_\_\_\_ 元;
- (2) 按上述分段收费标准, 小红家三、四月份分别交水费 36 元和 19.8 元, 问四月份比三月份节约用水多少吨?
16. 有红、黄两个布袋, 红布袋中有两个完全相同的小球, 分别标有数字 2 和 4. 黄布袋中有三个完全相同的小球, 分别标有数字 -2, -4 和 -6. 小贤先从红布袋中随机取出一个小球, 记录其标有的数字为  $x$ , 再从黄布袋中随机取出一个小球, 记录其标有的数字为  $y$ , 这样就确定点  $M$  的一个坐标为  $(x, y)$ .
- (1) 用列表或画树状图的方法写出点  $M$  的所有可能坐标;
- (2) 求点  $M$  落在双曲线  $y = -\frac{8}{x}$  上的概率.
17. 请分别在下列图中使用无刻度的直尺按要求画图.

- (1) 在图 1 中, 点  $P$  是  $\square ABCD$  边  $AD$  上的中点, 过点  $P$  画一条线段  $PM$ , 使  $PM = \frac{1}{2} AB$ ;

- (2) 在图 2 中, 点  $A$ 、 $D$  分别是  $\square BCEF$  边  $FB$  和  $EC$  上的中点, 且点  $P$  是边  $EC$  上的动点,

画出  $\triangle PAB$  的一条中位线.

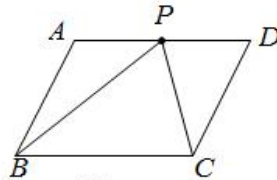


图 1

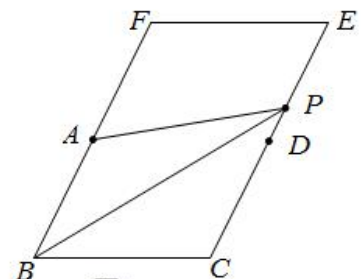
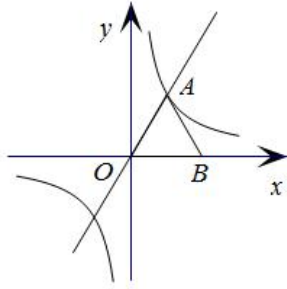


图 2

#### 四、(本大题共 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

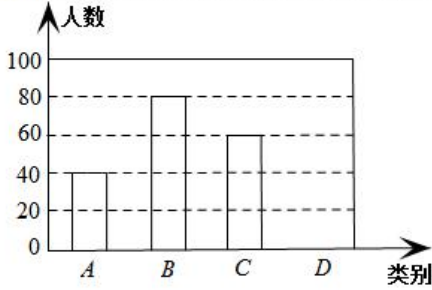
18. 如图所示, 在平面直角坐标系中, 等边三角形  $OAB$  的一条边  $OB$  在  $x$  轴的正半轴上, 点  $A$  在双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 上, 其中点  $B$  为  $(2, 0)$ .

- (1) 求  $k$  的值及点  $A$  的坐标;  
 (2)  $\triangle OAB$  沿直线  $OA$  平移, 当点  $B$  恰好在双曲线上时, 求平移后点  $A$  的对应点  $A'$  的坐标.



19. 课外阅读是提高学生素养的重要途径. 某中学为了了解全校学生课外阅读情况, 随机抽查了 200 名学生, 统计他们平均每天课外阅读时间 ( $t$  小时). 根据每天课外阅读时间的长短分为  $A, B, C, D$  四类, 下面是根据所抽查的人数绘制的两幅不完整的统计图表. 请根据图中提供的信息, 解答下面的问题:

200 名学生平均每天课外阅读时间条形统计图



200 名学生平均每天课外阅读时间统计表

类别	时间 $t$ (小时)	人数
$A$	$t < 0.5$	40
$B$	$0.5 \leq t < 1$	80
$C$	$1 \leq t < 1.5$	60
$D$	$t \geq 1.5$	$a$

- (1) 求表格中  $a$  的值, 并在图中补全条形统计图;  
 (2) 该校现有 1800 名学生, 请你估计该校共有多少名学生课外阅读时间不少于 1 小时?  
 (3) 请你根据上述信息对该校提出相应的建议.

20. 订书机是由推动器、托板、压形器、底座、定位轴等组成. 如图 1 是一台放置在水平桌面上的大型订书机, 将其侧面抽象成如图 2 所示的几何图形. 若压形器  $EF$  的端点  $E$  固定于定位轴  $CD$  的中点处, 在使用过程中, 点  $D$  和点  $F$  随压形器及定位轴绕点  $C$  旋转,  $CO \perp AB$  于点  $O$ ,  $CD = 12\text{cm}$ , 连接  $CF$ , 若  $\angle FED = 45^\circ$ ,  $\angle FCD = 30^\circ$ .

- (1) 求  $FC$  的长;



(2) 若  $OC=2\text{cm}$ , 求在使用过程中, 当点  $D$  落在底座  $AB$  上时, 请计算  $CD$  与  $AB$  的夹角及点  $F$  运动的路线之长.

(结果精确到  $0.1\text{cm}$ , 参考数据:  $\sin 9.6^\circ \approx 0.17$ ,  $\pi \approx 3.14$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



图 1

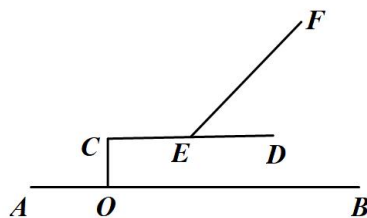


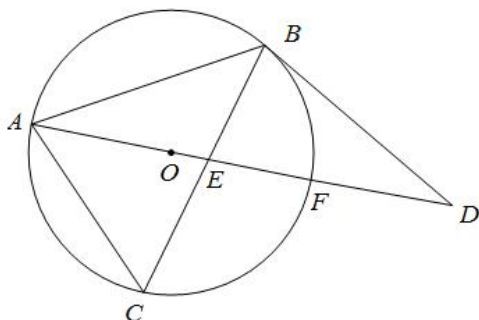
图 2

### 五、(本大题 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 如图, 点  $O$  为  $\triangle ABC$  外接圆的圆心, 以  $AB$  为腰作等腰  $\triangle ABD$ , 使底边  $AD$  经过点  $O$ , 并分别交  $BC$  于点  $E$ 、交  $\odot O$  于点  $F$ , 若  $\angle BAD = 30^\circ$ .

(1) 求证:  $BD$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 当  $CA^2 = CE \cdot CB$  时, ①求  $\angle ABC$  的度数; ②  $\frac{BE}{AE}$  的值.



### 22. 观察猜想

(1) 如图 1, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle BAC=30^\circ$ , 点  $D$  与点  $C$  重合, 点  $E$  在斜边  $AB$  上, 连接  $DE$ , 且  $DE=AE$ , 将线段  $DE$  绕点  $D$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $DF$ , 连接  $EF$ , 则  $\frac{EF}{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\sin \angle ADE = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

### 探究证明

(2) 在 (1) 中, 如果将点  $D$  沿  $CA$  方向移动, 使  $CD = \frac{1}{3}AC$ , 其余条件不变, 如图 2, 上述结论是否保持不变? 若改变, 请求出具体数值; 若不变, 请说明理由;

### 拓展延伸

(3) 如图 3, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle CAB = a$ , 点  $D$  在边  $AC$  的延长线上,  $E$  是  $AB$  上任意一点, 连接  $DE$ ,  $ED=nAE$ , 将线段  $DE$  绕着点  $D$  顺时针旋转  $90^\circ$  至点  $F$ , 连接  $EF$ ,

求  $\frac{EF}{AD}$  和  $\sin \angle ADE$  的值分别是多少？（请用含有  $n, \alpha$  的式子表示）

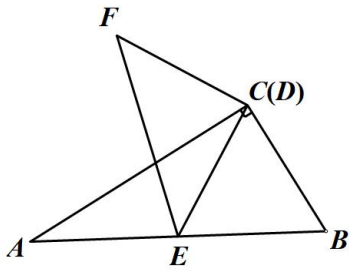


图 1

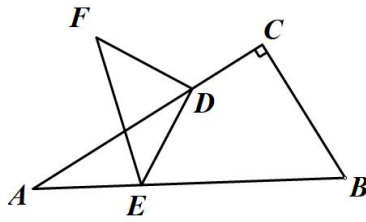


图 2

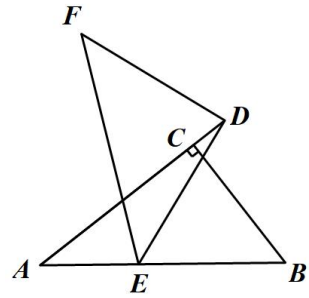
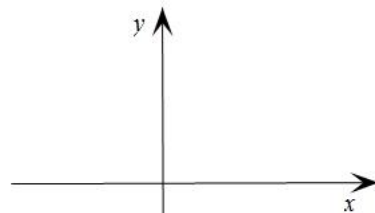
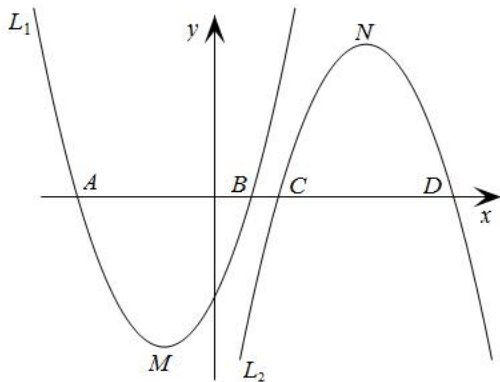


图 3

六、（本大题 1 小题，12 分）

23. 如图，已知二次函数  $L_1: y = mx^2 + 2mx - 3m + 1 (m \geq 1)$  和二次函数  $L_2: y = -m(x-3)^2 + 4m - 1 (m \geq 1)$  图象的顶点分别为  $M, N$ ，与  $x$  轴分别相交于  $A, B$  两点（点  $A$  在点  $B$  的左边）和  $C, D$  两点（点  $C$  在点  $D$  的左边），

- (1) 函数  $y = mx^2 + 2mx - 3m + 1 (m \geq 1)$  的顶点坐标为\_\_\_\_\_；当二次函数  $L_1, L_2$  的  $y$  值同时随着  $x$  的增大而增大时，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；
- (2) 当  $AD = MN$  时，求  $m$  的值，并判断四边形  $AMDN$  的形状（直接写出，不必证明）；
- (3) 抛物线  $L_1, L_2$  均会分别经过某些定点；
  - ① 求所有定点的坐标；
  - ② 若抛物线  $L_1$  位置固定不变，通过平移抛物线  $L_2$  的位置使这些定点组成的图形为菱形，则抛物线  $L_2$  应平移的距离是多少？



备用图

## 数学试题样卷（二） 参考答案及评分意见

### 说明：

1. 如果考生的解答与本答案不同，可根据试题的主要考查内容参考评分标准制定相应的评分细则后评卷.
2. 每题都要评阅到底，不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅，当考生的解答在某一步出现错误，影响了后续部分时，如果该步以后的解答未改变这一题的内容和难度，则可视影响的程度决定后面部分的给分，但不得超过后面部分应给分数的一半，如果这一步以后的解答有较严重的错误，就不给分.
3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

### 一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. C;    2. B;    3. B;    4. D;    5. B;    6. C;

### 二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7.  $-2022$ ;    8.  $7$ ;    9.  $x = -2$     10.  $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)x = 1$

11.  $70^\circ$     12.  $2, 4$  或  $\frac{20-4\sqrt{5}}{5}$

### 三、（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13. (1)

原式

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)^2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{a-b}{a+b} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2)

证明： $\because$  四边形  $ABCD$  为平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ,

$\therefore \angle ADB = \angle DBC$ , \dots\dots\dots 1 \text{ 分}

$\because BD$  平分  $\angle ABC$

$\therefore \angle ABD = \angle DBC$ , \dots\dots\dots 2 \text{ 分}

$\therefore \angle ADB = \angle ABD$

$\therefore AD = AB$

$\therefore \square ABCD$  是菱形. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}

14.

解:原不等式组为 
$$\begin{cases} 2x+3 > 3(x-1) \\ 1 \leq \frac{x+1}{2} \end{cases}$$

解不等式①, 得  $x < 6$  .....2分

解不等式②, 得  $x \geq 1$  .....4分

$\therefore 1 \leq x < 6$  .....6分

15. 解: (1) 17.6; ..... 2分

(2) 由图可得 10 吨内每吨 2.2 元, 当  $y=19.8$  时, 可知  $x < 10$ ,

$$\therefore x = 19.8 \times \frac{10}{22} = 9;$$

当  $x \geq 10$  时, 设  $y$  与  $x$  的关系为:  $y = kx + b$ , 可知,

当  $x=10$  时,  $y=22$ ;  $x=20$  时,  $y=57$ , 解得  $k=3.5$ ,  $b=-13$ ,

$\therefore y$  与  $x$  之间的函数关系式为

$$y = 3.5x - 13; \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$\therefore$  当  $y=36$  时, 可知  $x > 10$ , 有  $36 = 3.5x - 13$ , 解得  $x=14$

$\therefore$  四月份比三月份节约用水:

$$14 - 9 = 5 \text{ (吨)} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

16. 解: (1) 列表或画树状图略, 点  $M$  的坐标有

	2	4
-2	(2, -2)	(4, -2)
-4	(2, -4)	(4, -4)
-6	(2, -6)	(4, -6)

.....3分

(2) “点  $M$  落在双曲线  $y = -\frac{8}{x}$  上” 记为事件  $A$ , 所以  $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ,

即点  $M$  落在双曲线  $y = -\frac{8}{x}$  上的概率为  $\frac{1}{3}$  .....6分.

17. 解: (1) 在图 1 中, 线段  $PM$  即为所求; .....3分

(2) 在图 2 中, 线段  $GH$  即为所求. ....6分

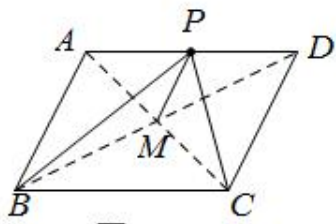


图1

PM为所求线段

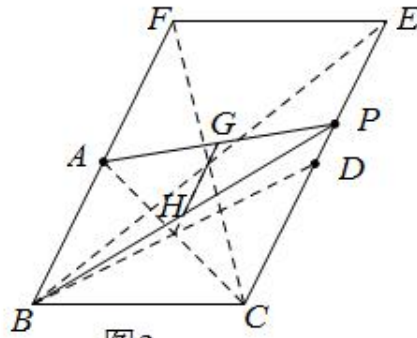


图2

GH为所求线段

四、(本大题共3小题，每小题8分，共24分)

18. 解：(1)过点A作  $AC \perp OB$  于点C，则  $\triangle AOC$  为直角三角形， $\angle OAC = 30^\circ$

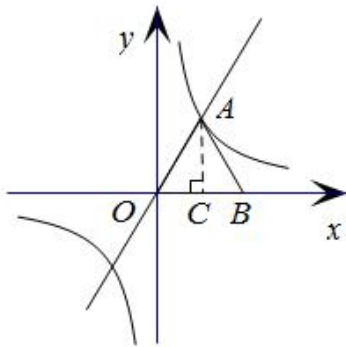
$\because \triangle OAB$  为等边三角形，且点B为  $(2, 0)$  .

$\therefore OA = AB = 2$

$\therefore OC = 1, AC = \sqrt{3}$  .....1分.

$\therefore A(1, \sqrt{3})$ . .....2分

$\therefore k = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$  .....3分

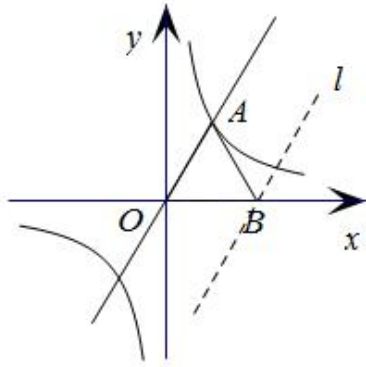


(2)过点B作直线  $l \parallel OA$ ，当  $\triangle OAB$  沿直线  $OA$  移动时，点B在直线  $l$  上移动.

$\therefore$ 当点B恰好在双曲线  $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$  上时，

点B移动后的位置即为直线  $l$  与双曲线  $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$  的交点.

由点  $A(1, \sqrt{3})$  得直线  $OA$  为  $y = \sqrt{3}x$ ，直线  $l$  为  $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$  .....4分



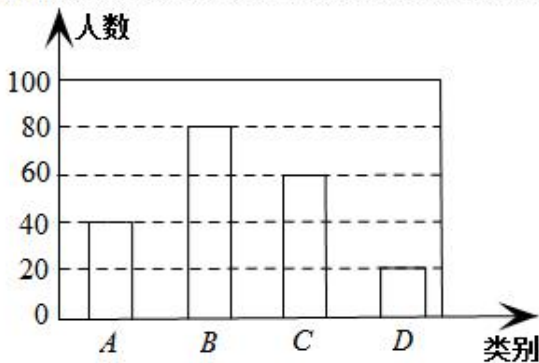
解方程组  $\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{x} \end{cases}$  得  $\begin{cases} x = \sqrt{2} + 1 \\ y = \sqrt{6} - \sqrt{3} \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = -\sqrt{2} + 1 \\ y = -\sqrt{6} - \sqrt{3} \end{cases}$  .....6分.

∴ 平移后点 A 的对应点 A' 的坐标为  $(\sqrt{2}, \sqrt{6})$  或  $(-\sqrt{2}, -\sqrt{6})$ . .....8分

19. 解: (1)  $200 - 40 - 80 - 60 = 20$  (名), .....1分

故 a 的值为 20, 条形统计图如下:

**200名学生平均每天课外阅读时间条形统计图**



.....3分

(2)  $1800 \times \frac{60+20}{200} = 720$  (名), .....5分

答: 估计该校共有 720 名学生课外阅读时间不少于 1 小时. ....6分

(3) 略 .....8分

20. 解:

(1) 连接 CF, 过点 F 作  $FH \perp CE$  的延长线于点 H

∵  $\angle FEH = 45^\circ$ ,  $\angle FHC = 90^\circ$ .

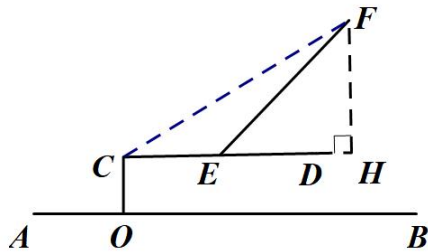
∴ 设  $EH = FH = x$ . .....1分

∵  $\angle FCH = 30^\circ$

∴  $\tan \angle FCH = \frac{FH}{CH} = \frac{x}{6+x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  .....2分

解得  $x = 3\sqrt{3} + 3$  .....3分

$\therefore CF=2x=6\sqrt{3} + 6 \approx 16.4\text{cm}$  .....4分



(2) 在使用过程中,  $CD$  与  $AB$  的夹角为:

$\therefore \sin \angle CD'A = \frac{2}{12} \approx 0.17.$

$\because \sin 9.6^\circ \approx 0.17$

$\therefore CD$  与  $AB$  的夹角为  $9.6^\circ$  .....6分

点  $F$  运动的路线之长:

$l = \frac{9.6 \times 3.14 \times 16.4}{180} = 2.7 \text{ cm}$  .....8分

**五、(本大题 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)**

21.

(1) 证明: 连接  $OB$

$\because \triangle ABD$  是等腰三角形,  $\angle BAD = 30^\circ$ .

$\therefore \angle D = \angle BAD = 30^\circ$ .

$\because OA = OB,$

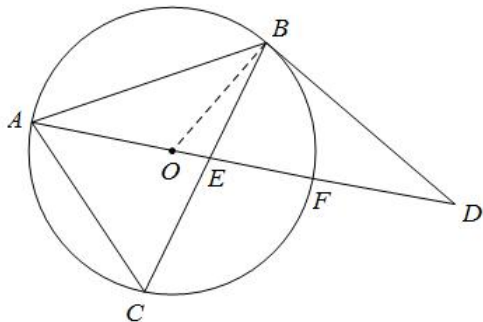
$\therefore \angle BAD = \angle ABO = 30^\circ$ .

$\therefore \angle BOD = 60^\circ$  .....2分

$\therefore \angle OBD = 90^\circ$ .

即  $OB \perp BD$ .

$\therefore BD$  是  $\odot O$  的切线. ....3分

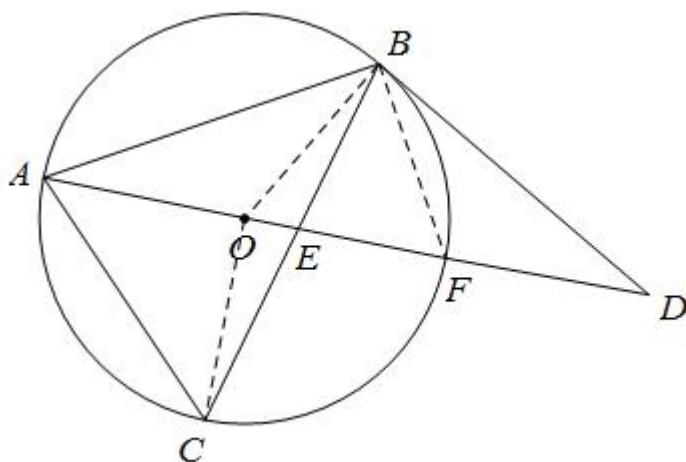


(2) ① 分别连接  $BF, OC$ , 设  $\angle OBC = x$ ,

$\because \angle OBD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CBD = 90^\circ - x$ .

$\because \angle D = \angle BAD = 30^\circ$   
 $\therefore \angle ABD = \angle AOB = 120^\circ$  .  
 $\therefore \angle ACB = 60^\circ$  . .....4分



$\because \angle ABO = 30^\circ$  ,  
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ - x$  .  
 $\therefore \angle BAC = \angle CBD$   
 $\because CA^2 = CE \cdot CB$  , 且  $\angle ACE = \angle BCA$  .  
 $\therefore \triangle ACE \sim \triangle BCA$  . .....5分  
 $\therefore \angle AEC = \angle BAC$   
 $\because \angle AEC = \angle BED$   
 $\therefore \angle BED = \angle BAC = \angle CBD = 75^\circ$  ,  
 $\therefore \angle ABC = 45^\circ$  ,  $\angle AOC = 90^\circ$  . .....6分

②  $\because OC = OA$  .

$\therefore AC = \sqrt{2}OA$

$\because OF = OB$  ,  $\angle BOF = \angle BAD + \angle ABO = 60^\circ$   
 $\therefore \triangle OBF$  等边三角形  
 $\therefore BF = OF = OA$  . .....7分

$\because \angle CAF$  和  $\angle CBF$  都是弧  $CF$  所对的圆周角  
 $\therefore \angle CAF = \angle CBF$  , 同理  $\angle ACE = \angle BFE$   
 $\therefore \triangle ACE \sim \triangle BFE$  . .....8分

$\therefore \frac{BE}{AE} = \frac{BF}{AC} = \frac{OA}{\sqrt{2}OA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  . .....9分

22. 解: (1)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  ,  $\frac{1}{2}$  ; .....2分

(2) 不变, 理由:

如图, 过点  $D$  作  $DG \parallel BC$  交  $AB$  于点  $G$  , 则  $\triangle ADG$  为直角三角形,

$\because \angle DAG = 30^\circ$  ,  $DE = AE$  , 设  $DG = x$



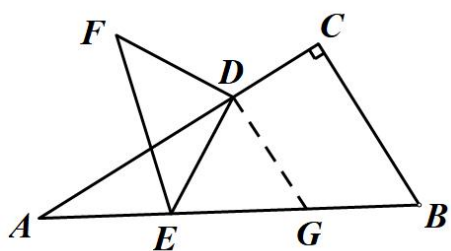
$\therefore \angle ADE=30^\circ$  ,  $AD=\sqrt{3}x$  ,  $\angle DEG=\angle DGE=60^\circ$  , .....3分

$\therefore DE=DF=x$  ,  $\sin \angle ADE=\frac{1}{2}$  .....4分

$\therefore \angle EDF=90^\circ$  ,

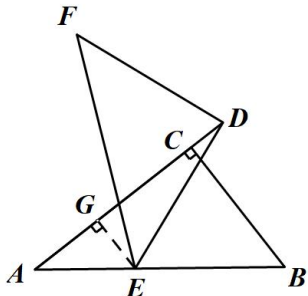
$\therefore EF=\sqrt{2}x$  ,

$\therefore \frac{EF}{AD}=\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}x}=\frac{\sqrt{6}}{3}$  . .....5分



(3) 如图, 过点 E 作  $EG \perp AD$  于点 G, 设  $AE=x$ , 则  $DE=nx$ .

$\therefore \angle BAC=\alpha$  ,



$\therefore AG=\cos \alpha \cdot x$  ,  $EG=\sin \alpha \cdot x$

$\therefore DG=\sqrt{(nx)^2-(\sin \alpha \cdot x)^2}=\sqrt{n^2-\sin^2 \alpha} \cdot x$  . .....7分

$\therefore AD=\cos \alpha \cdot x+\sqrt{n^2-\sin^2 \alpha} \cdot x$  ,

$\therefore \angle EDF=90^\circ$  ,  $DE=DF$

$\therefore EF=\sqrt{2}DE=\sqrt{2}nx$ .

$\therefore \frac{EF}{AD}=\frac{\sqrt{2}nx}{\cos \alpha x+\sqrt{n^2-\sin^2 \alpha} x}=\frac{\sqrt{2}n}{\cos \alpha+\sqrt{n^2-\sin^2 \alpha}}$

$\sin \angle ADE=\frac{\sin \alpha \cdot x}{nx}=\frac{\sin \alpha}{n}$  .....9分

六、(本大题 1 小题, 12 分)

23. 解:

(1)  $(-1, -4m+1)$ ,  $-1 < x < 3$  .....2 分

(2) 四边形  $AMDN$  是矩形 .....4 分

(3) ①  $y = mx^2 + 2mx - 3m + 1 = m(x+3)(x-1) + 1$

$\therefore$  当  $x=-3$  或  $1$  时,  $y=1$

故  $L_1$  经过定点  $(-3, 1)$  或  $(1, 1)$  .....6 分

$y = -m(x-3)^2 + 4m - 1 = -m(x-5)(x-1) - 1$

$\therefore$  当  $x=5$  或  $1$  时,  $y=-1$

故  $L_2$  经过定点  $(5, -1)$  或  $(1, -1)$  .....8 分

② 因  $L_1$  经过定点  $(-3, 1)$  或  $(1, 1)$  与  $L_2$  经过定点  $(5, -1)$  或  $(1, -1)$

设  $E$  为  $(-3, 1)$ ,  $F$  为  $(1, 1)$ ,  $G$  为  $(5, -1)$ ,  $H$  为  $(1, -1)$ , 则组成的四边形  $EFGH$  是平行四边形

如图, 另设平移的距离为  $x$ , 根据平移后的图形是菱形, 由勾股定理得

$$4^2 = 2^2 + (4-x)^2 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

故抛物线  $L_2$  应平移的距离是  $4 + 2\sqrt{3}$  或  $4 - 2\sqrt{3}$  .....12 分

