2019-2020 学年高三省一模考试

数学（文科）

一、选择题:本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若复数 z 满足 $zi=i+1$，其中 i 为虚数单位，则 $z=$ （　）

A. $z=1+i$　　　　B. $z=1-i$

C. $z=-1-i$　　　　D. $z=-1+i$

答案：B

考点：复数运算。

解析：由 $zi=i+1$，得 $z=\dfrac{i+1}{i}$，化简得 $1-i$.

2.已知 $a>0,b>0,m\in R$，则 $a\le b$ 的一个必要不充分条件是（　）

A. $a^m\le b^m$　　　　B. $\dfrac{a}{m^2}\le\dfrac{b}{m^2}$

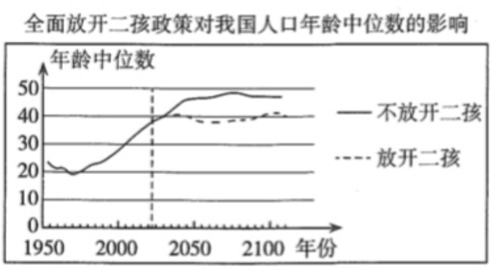
C. $am^2\le bm^2$　　　　D. $a+m^2\le b+m^2$

答案：C

考点：不等式，充分必要条件。

解析：A 是既不充分也不必要条件；B 是充分不必要条件；C 是必要不充分条件；D 是充要条件.

3.国际上通常用年龄中位数指标作为划分国家或地区人口年龄类型的标准：年龄中位数在 20 岁以下称为年轻型人口；年龄中位数在 20～30 岁为成年型人口；年龄中位数在 30 岁以上为老年型人口.



上图反映了我国全面放开二孩政策对我国年龄中位数的影响.据此，对我国人口年龄构成的类型做出如下判断：

①建国以来至 2000 年为成年型人口；②从 2010 年至 2020 年为老年型人口；③放开二胎政策以后我国仍为老年型人口.其中正确的是（　）

$A.$②③　　$B.$①③　　$C.$②　　$D.$①②

答案：A

考点：统计。

解析：根据题目中条件可以判断②③是正确的，①是错误的.

4.已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^x-3, & x<1, \\ \ln x, & x\ge 1, \end{cases}$ 则关于函数 $f(x)$ 的说法不正确的是（　）

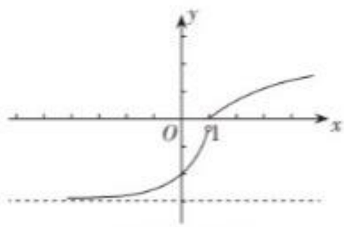
$A.$定义域为 R　　$B.$值域为 $(-3,+\infty)$

$C.$在 R 为增函数　　$D.$只有一个零点

答案：B

考点：分段函数定义域，图象画法，单调性，值域，零点。

解析：如图，由于分段函数 $f(x)$ 的值域为 $(-3,e-3)\cup[0,+\infty)$，因此选 B .



（第 4 题答图）

5．在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AC}=(3,-1),\overrightarrow{BD}=(2,m),\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$ 则该四边形的面积是（　）

$A.\sqrt{10}$　　$B.2\sqrt{5}$
$C.10$　　$D.20$

答案：C

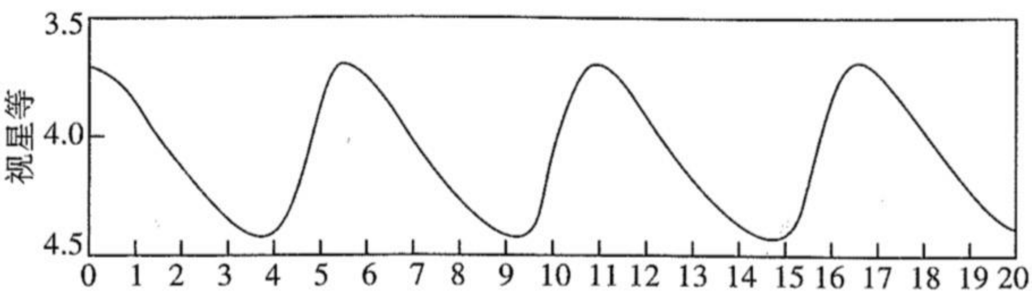
考点：平面向量坐标运算。

解析：因为 $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$，所以 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=3\times 2+(-1)m=0,m=6$，所以四边形的面积为

$\dfrac{|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{BD}|}{2}=\dfrac{\sqrt{3^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{2^2+6^2}}{2}=10$,故选 C

6.天上有些恒星的亮度是会变化的,其中有一种称为造父（型）变星,本身体积的膨胀收缩造成亮度周期性的变化,

第一课呗描述的经典造父变星是在1784 年.



上图为一造父变星的亮度随时间的周期变化图，其中视星等的数值越小，亮度越高，则次变星亮度变化的周期、

最亮时视星等，为别约为：（　　）

$A.5.5,3.7$　　$B.5.4,4.4$　　$C.6.5,3.7$　　$D.5.5,4.4$

答案：A

考点：函数图像及性质

解析：由图像可知周期为5.5，最小值为3.7 故选 A

7．双曲线$C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$与$C_2:\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{a^2}=1(a>b>0)$ 的离心率之积为 4，则C_1的渐近线方程是（　　）

$A.y=\pm x$　　$B.y=\pm(2-\sqrt{3})x$　　$C.y=\pm 2x$　　$D.y=\pm(2+\sqrt{3})x$

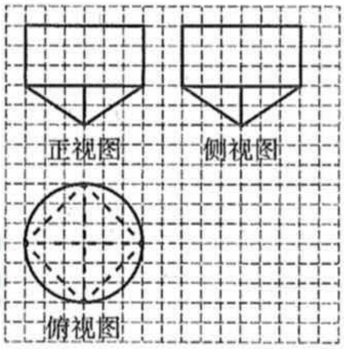
答案：B

考点：双曲线渐近线问题

解析：$\because C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \therefore e_1=\frac{c}{a}$ 同理 $e_2=\frac{c}{b}$ 又因为离心率之积为 4 所以 $e_1e_2=\frac{c^2}{ab}=4,\therefore c^2=4ab,a^2+b^2-4ab=0$

$\therefore 1+\left(\frac{b}{a}\right)^2-4\left(\frac{b}{a}\right)=0$ 解得 $\frac{b}{a}$=2+$\sqrt{3}$（舍）或 $\frac{b}{a}$=2-$\sqrt{3}$ $\therefore$ C_1的渐近线方程是：$y=\pm(2-\sqrt{3})x$

8.某几何体的三视图如图所示，一直网格纸中小正方形的边长为1，则次几何体的体积是（　）



$A.27\pi+9$　　$B.27\pi+12$　　$C.33\pi$　　$D.18\pi+9$

答案：B

考点：三视图求体积

解析：从三视图可知几何体由上半部分为圆柱下半部分为正四棱锥的两部分构成，则

$v=v_1+v_2=3\times 3^2\pi+\frac{1}{3}\times\left(3\sqrt{2}\right)^2\times 2=27\pi+12$

9.在ΔOAB中，若$OA\perp OB,OA=a,OB=b$，则$AB=\sqrt{a^2+b^2}=ab\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}$，类比上诉结论可推测：在三棱锥$O-ABC$中，若$OA,OB,OC$两两垂直，$OA=a,OB=b,OC=c$，$S_{\Delta BOC}=S_1,S_{\Delta COA}=S_2,S_{\Delta AOC}=S_3$，则$S_{\Delta ABC}=$（　）

$A.abc\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}$　　$B.S_1S_2S_3\sqrt{\frac{1}{S_1^{\ 2}}+\frac{1}{S_2^{\ 2}}+\frac{1}{S_3^{\ 2}}}$

$C.\sqrt{a^2+b^2+c^2}$　　$D.\sqrt{S_1^{\ 2}+S_2^{\ 2}+S_3^{\ 2}}$

答案：D

考点：类比推理

解析：利用类比推理的思想，平面内的边长对应为空间上的面积可得$S_{\Delta ABC}=\sqrt{S_1^{\ 2}+S_2^{\ 2}+S_3^{\ 2}}$

10.过点$P(1,-1)$作抛物线$y=ax^2(a>0)$的两条切线PA,PB，且$PA\perp PB$，则$a=$（　）

$A.\frac{1}{4}$　　$B.\frac{1}{2}$　　$C.2$　　$D.4$

答案：A

考点：抛物线切线问题

解析：设$A(x_1,ax_1^{\ 2}),B(x_2,ax_2^{\ 2})$　因为$y=ax^2(a>0)$所以$y'=2ax$，

所以$k_{PA}=2ax_1=\frac{ax_1^{\ 2}+1}{x_1-1},k_{PB}=2ax_2=\frac{ax_2^{\ 2}+1}{x_2-1}$,且$k_{PA}\cdot k_{PB}=-1$　解得$a=\frac{1}{4}$

11.函数$f(x)=\sin 2x+2\sqrt{3}\sin^2 x-\sqrt{3}$若$f(x_1)\cdot f(x_2)=-4$，则$|x_1+x_2|$的最小值是（　）

$A.\frac{\pi}{6}$　　$B.\frac{\pi}{4}$　　$C.\frac{\pi}{3}$　　$D.\frac{2\pi}{3}$

答案：C

考点：三角函数性质

解析：因为 $f(x)=\sin 2x+2\sqrt{3}\sin^2 x-\sqrt{3}=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 又，$f(x_1)\cdot f(x_2)=-4$

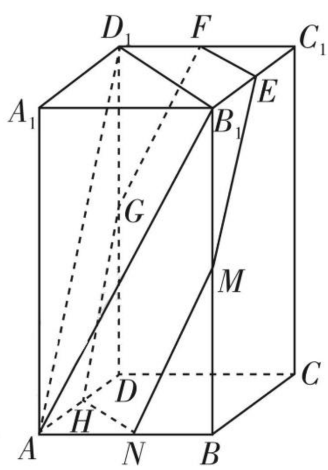
所以 $f(x)$ 在 x_1,x_2 处取得最大值和最小值，令在 x_1 有最大值，则 $x_1=k_1+\frac{5\pi}{12}$；在 x_2 有最小值，则 $x_2=k_2-\frac{\pi}{12}$，得 $|x_1+x_2|=\left|(k_1+k_2)\pi+\frac{\pi}{3}\right|,k_1,k_2\in Z$，所以 $|x_1+x_2|$ 最小值是 $\frac{\pi}{3}$

12.已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，$AB=AD=2$，$AA_1=4$，M 是 BB_1 的中点，点 P 是在长方体内部或表面上，且 $MP\parallel$ 平面 ABD，则动点 P 的轨迹所形成的区域面积是（　　）

$A.6$　　$B.4\sqrt{2}$　　$C.4\sqrt{6}$　　$D.9$

答案：D

考点：动点轨迹方程问题



解析：如图所示 E，F，G，H，N，分别为 B_1C_1，C_1D_1，DD_1，DA，AB 的中点，

则 $EF\parallel B_1D_1\parallel NH$，$MN\parallel B_1A\parallel FG$，所以平面 $MEFGHN\parallel$ 平面 AB_1D_1，所以动点 P 的轨迹是六边形 $MEFGHN$ 及其内部。因为 $AB=AD=2$，$AA_1=4$，所以 $EF=HN=\sqrt{2}$，

$EM=MN=FG=GH=\sqrt{5}$，$GM=2\sqrt{2}$，E 到 GM 的距离为 $\sqrt{5-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，所以 $S=2S_{梯形EFGH}=2\times\frac{\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}}{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=9$

二.填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.已知集合 $A=\{x\,|\,(x+1)(x-2)<0\}$，集合 $B=Z$，则 $A\cap B=$____

答案：$\{0,1\}$

考点：集合的交集

解析： $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=Z$,所以 $A\cap B=\{0,1\}$

14.已知 $\cos(\theta+10^\circ)=\frac{1}{3}$，则 $\sin(2\theta-70^\circ)=$______

答案： $\frac{7}{9}$

考点：三角恒等变化

解析：由 $\cos(\theta+10^\circ)=\frac{1}{3}$，得 $\cos(2\theta+20^\circ)=2\cos^2(\theta+10^\circ)-1=\frac{7}{9}$，所以

$\sin(2\theta-70^\circ)=\sin(2\theta+20^\circ-90^\circ)=-\cos(2\theta+20^\circ)=\frac{7}{9}$

15.在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c ,且 $a\cos B(\tan A+\tan B)=\sqrt{3}c$， D 为 BC 的中点， $AD=\frac{\sqrt{7}}{2}c$，则 $\frac{\sin B}{\sin C}=$

答案： 2

考点：解三角形

解析：由 $a\cos B(\frac{\sin A}{\cos A}+\frac{\sin B}{\cos B})=\sqrt{3}c,$

得 $a(\frac{\sin A\cos B+\cos A\sin B}{\cos A})=\sqrt{3}c,\ a(\frac{\sin C}{\cos A})=\sqrt{3}c,$

$\sin A(\frac{\sin C}{\cos A})=\sqrt{3}\sin C,\ \sin A(\frac{1}{\cos A})=\sqrt{3},\ \sin A=\sqrt{3}\cos A,\ \tan A=\sqrt{3}, A=\frac{\pi}{3}.$

$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，$\overrightarrow{AD}^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=\frac{1}{4}(b^2+c^2+bc)=\frac{7}{4}c^2$，

$(b^2+bc-6c^2)=0$, 得 $b=2c$, $\frac{\sin B}{\sin C}=2$

16.已知函数 $f(x)=x^3-ax$，且 $f'(1)=0$，则 $a=$____。若 $f(x)$ 在 $x=x_1,x=x_2(x_1<x_2)$ 处取得极值，记 $A(x_1,f(x_1)),B(x_2,f(x_2)),P(m,f(m))$,，且 $x_1<m<x_2$，线段 AP 与线段 $y=f(x)$ 有异于 A，P 的公共点，则 m 的取值范围______

答案： $3,\frac{1}{2}<m<1$

考点：导数的几何意义

解析： $f'(x)=3x^2-a,\ f'(1)=3-a,\therefore a=3.\therefore f'(x)=3x^2-3$ 令 $f'(x)=0$，$\therefore x=\pm1$，$A(-1,2),B(1,-2)$,又因为

$P(m,m^3-3m),$

当 P 为切点时，由切线 AP 的斜率得 $3m^2-3=\dfrac{m^3-3m-2}{m+1}$，解得 $m=\dfrac{1}{2}$

由图像知，若线段 AP 与曲线 $f(x)$ 有异于 A，P 的公共点，则 $\dfrac{1}{2}<m<1$

三、解答题：共 70 分。解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

17.数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，前 n 项积为 T_n，$T_1=8$ $S_{n+1}=4S_n+T_1$，对所有正整数 n 均成立，

（1）求 a_n；

（2）当 $T_n\le 2^{99}$ 成立时，求 n 的最大值

答案：（1） $a_n=2^{2n+1}$；（2） 9

考点：已知 S_n，求 a_n （2）前 n 项积，最值问题

解析：（1）由题意可知，$S_{n+1}=4S_n+8$ ①

令 $n=2, a_1+a_2=4a_1+8$，解得 a_2=32

由 ①得：

$S_n=4S_{n-1}+8(n\ge 2)$ ②

①—②得 $a_{n+1}=4a_n(n\ge 2)$

当 $n=1$ 时，$\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{32}{8}=4$ 也满足上式，

所以 $\{a_n\}$ 是以 4 为公比的等比数列，故 $a_n=8\times 4^{n-1}=2^{2n+1}$

（2）由（1）可知，$T_n=a_1a_2\cdots a_n=2^3\times 2^5\times\cdots 2^{2n+1}=2^{\frac{(3+2n+1)n}{2}}=2^{n(n+2)}$

由 $T_n\le 2^{99}$，得 $2^{n(n+2)}\le 2^{99}, n^2+2n-99\le 0$

即 $(n+11)(n-9)\le 0$，解得 $1\le n\le 9$

故正整数 n 的最大值为 9

18.如图 1，已知等边 ΔABC 的边长为 3，点 M,N 分别是边 AB,AC 上的点，且 $BM=2MA$， $AN=2NC$.如图 2，将 ΔAMN 沿 MN 折起到 $\Delta A'MN$ 的位置.

（1）求证：平面 $\Delta A'BM \perp$ 平面 $BCNM$；

（2）给出三个条件：① $A'M \perp BC$；②二面角 $A'-MN-C$ 大小为 60°；③ A' 到平面 $BCNM$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.从中任选一个，补充在下面问题的条件中，并作答：

在线段 $A'C$ 上是否存在一点 P，使三棱锥 $A'-PMB$ 体积为 $\frac{3}{4}$，若存在，求出 $\frac{A'P}{A'C}$ 的值；若不存在，请说明理由.

注：如果多个条件分别解答，按第一个解答给分.

答案：略

考点：立体几何面面垂直、点面距问题

解析：（1）由已知得 $AM=1, AN=2, \angle A=60^\circ$. $\therefore MN \perp AB$. $\therefore MN \perp A'M, MN \perp MB,$

又 $\because MB \cap A'M = M, \therefore MN \perp$ 平面 $A'BM$. $\because MN \subset$ 平面 $BCNM, \therefore$ 平面 $A'BM \perp$ 平面 $BCNM$.

（2）若用条件① $A'M \perp BC$, 由（1）得 $MN \perp A'M$，又 BC 和 MN 是两条相交直线，$\therefore A'M \perp$ 平面 $BCNM$.

三棱锥 $A'-BCM$ 的体积为 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle A'BM}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}>\frac{3}{4}$.

所以存在 P，满足条件，且 $\frac{A'P}{A'C}=\frac{V_{P-A'BM}}{V_{C-A'BM}}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

若用条件②二面角 $A'-MN-C$ 大小为 60°，由（1）得 $\angle A'MB$ 是二面角 $A'-MN-C$ 的平面角，$\therefore \angle A'MB=60^\circ$.三棱锥 $A'-BCM$ 的体积为 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle A'BM}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}$.所以存在 P，满足条件，$\frac{A'P}{A'C}=1$

若用条件③，A' 到平面 $BCNM$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，过 A' 作 $A'O \perp BM$，垂足为 O，则 $A'O \perp$ 平面 $BCNM$，

$\therefore A'O=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \angle A'MN=45^\circ$ 或 $\angle A'MB=135^\circ$.

三棱锥 $A'-BCM$ 的体积为 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle A'BM}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}<\frac{3}{4}$.所以不存在 P 满足条件.

19.现有某种不透明的充气包装袋零食，每袋零食附赠玩具 A, B, C 中的一个，对某零售店售出的 100 袋充气零食中附赠的玩具类型进行追踪调查，得到以下数据：

$BBABC$	$ACABA$	$AAABC$	$BABAA$	$CAAAB$
$ABCCC$	$BCBBC$	$CABCA$	$BACAB$	$BCBCB$
$BCCCA$	$BCCAA$	$BCCCB$	$ACCBB$	$BACAB$
$ACCAB$	$BBBAA$	$CABCA$	$BCBBC$	$CABCA$

(1) 能否认为购买一袋该零食，获得玩具 A,B,C 的概率相同？请说明理由；

(2) 假设每袋零食随机附赠玩具 A,B,C 是等可能的，某人一次性购买该零食 3 袋，求他能从这 3 袋零食中集齐玩具 A,B,C 的概率 p 。

答案：略

考点：概率统计问题

解析：（1）答案一：能

假设购买一袋该零食，获得 A,B,C 的概率相同，此时购买一袋零食获得每一款玩具的概率均为 $\frac{1}{3}$ ，对统计的数据整理，可得购买一袋该零食，获得玩具 A,B,C 的频率分别为 $32\%,35\%,33\%$ ，与假设中的概率非常接近，故认为假设成立。

答案二：不能

对统计数据整理可得，可得购买一袋该零食，获得玩具 A,B,C 的频率分别为 $32\%,35\%,33\%$ ，其中 $35\%-32\%=3\%$ 差距较大，故不能认为购买一袋该零食，获得玩具 A,B,C 的概率相同。

（2）据题设可知，将其购买的第一袋，第二袋，第三袋零食中附赠的玩具按顺序列出，可知共有 27 种不同的可能，即

AAA	AAB	AAC	ABA	ABB	ABC	ACA	ACB	ACC
BAA	BAB	BAC	BBA	BBB	BBC	BCA	BCB	BCC
CAA	CAB	CAC	CBA	CBB	CBC	CCA	CCB	CCC

其中，可集齐三种玩具的情况共有 6 种可能，ABC ，ACB ，BAC ，BCA ，CBA ，CAB ，根据古典概型计算可得 $p=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

20.设函数 $f\left(x\right)=\ln x+\frac{m}{2}\left(x-1\right)^{2}-x+1$，其中 $m\in R$

（1）当 $m=2$ 时，求曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(2,f\left(2\right)\right)$ 处的切线方程

（2）讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性

答案：略

考点：切线方程的求解，含参函数单调性的讨论

解析：(1) 当 $m=2$ 时，$f(x)=\ln x+x^2-3x+2$

$\therefore f'(x)=\frac{1}{x}+2x-3 \therefore f'(2)=\frac{3}{2}$ 又 $f(2)=\ln 2$

故曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程为 $3x-2y+2\ln 2-6=0$

(2) 由已知得 $f'(x)=\frac{1}{x}+m(x-1)-1=\frac{(mx-1)(x-1)}{x}$

若 $m\le 0$，当 $0<x<1$ 时，$f'(x)>0$；当 $x>1$ 时，$f'(x)<0$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上递增，在 $(1,+\infty)$ 上递减

若 $m>0$，

①当 $m=1$ 时，则 $f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x}\ge 0$ 恒成立，且只有 $x=1$ 时，$f'(x)=0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增

②当 $m>1$ 时，则由 $f'(x)>0$ 得 $x>1$ 或 $0<x<\frac{1}{m}$；由 $f'(x)<0$ 得 $\frac{1}{m}<x<1$；

$\therefore f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{m}\right)$ 上递增，在 $\left(\frac{1}{m},1\right)$ 上递减，在 $(1,+\infty)$ 上递增

③当 $0<m<1$ 时，则由 $f'(x)>0$ 得 $x>\frac{1}{m}$ 或 $0<x<1$；由 $f'(x)<0$ 得 $1<x<\frac{1}{m}$；

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上递增，在 $\left(1,\frac{1}{m}\right)$ 上递减，在 $\left(\frac{1}{m},+\infty\right)$ 上递增

21. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 。

(1) 曲线 D：$y=x^3$ 与 C 相交与 A,B 两点，H 为 C 上异于 A,B 的点，若直线 HA 的斜率为 1，求直线 HB 的斜率；

(2) 若 C 左焦点为 F，右顶点为 E，直线 $l:x=4$，过 F 的直线 l' 与 C 相交与 P,Q（P 在第一象限）两点，与 l 相交于 M，是否存在 l' 使 ΔPFE 的面积等于 ΔMPE 的面积与 ΔQFE 的面积之和，若存在，求直线 l' 的方程；若不存在，请说明理由。

答案：略

考点：直线与圆锥曲线位置关系

解析：（1）由已知设 $H(x,y),A(x_1,y_1)$，$B(-x_1,-y_1)$ ，于是有 $\begin{cases} x^2+2y^2=2 \ (1) \\ x_1^2+2y_1^2=2 \ (2) \end{cases}$ （1）-（2）得

$x^2-x_1^2=2\left(y_1^2-y^2\right)$ 又 $k_{HA}\cdot k_{HB}=\dfrac{y-y_1}{x-x_1}\cdot\dfrac{y+y_1}{x+x_1}=\dfrac{y^2-y_1^2}{x^2-x_1^2}=-\dfrac{1}{2}$ 。$\because k_{HA}=1,\therefore k_{HB}=-\dfrac{1}{2}$.

（2）设 $M(4,y_0),P(x_3,y_3),Q(x_4,y_4)$ ，

$S_{\Delta MPE}=\dfrac{1}{2}\cdot|FE|\cdot y_0-\dfrac{1}{2}\cdot|FE|\cdot y_3=\dfrac{1}{2}\cdot|FE|\cdot(y_0-y_3)$ ，$S_{\Delta PFE}=\dfrac{1}{2}\cdot|FE|\cdot y_3$，$S_{\Delta QFE}=\dfrac{1}{2}\cdot|FE|\cdot(-y_4)$

由 $S_{\Delta PEF}=S_{\Delta MPE}+S_{\Delta QFE}$ 得 $y_0=2y_3+y_4\,(1)$

设 $l:x=my$-1, 令 $x=4$ ，得 $y_0=\dfrac{5}{m},\therefore 2y_3+y_4=\dfrac{5}{m},(2)$

联立 $\begin{cases} x=my-1 \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2+1 \end{cases}$ 得 $\left(m^2+2\right)y^2-2my-1=0$ ，

$\begin{cases} y_3+y_4=\dfrac{2m}{m^2+2} \ (3) \\ y_3\cdot y_4=-\dfrac{1}{m^2+2}\,(4) \end{cases}$ （2）（3）联立得 $y_3=\dfrac{5}{m}-\dfrac{2m}{m^2+2},y_4=\dfrac{4m}{m^2+2}-\dfrac{5}{m}\,(5)$

把（5）代入（4）得 $\left(\dfrac{5}{m}-\dfrac{2m}{m^2+2}\right)\left(\dfrac{4m}{m^2+2}-\dfrac{5}{m}\right)=-\dfrac{1}{m^2+2}$ ，

化简得 $m^4+19m^2+50=0$ ，此方程无解，故所求直线 l' 不存在。

（二）选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分，作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑

22[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在极坐标系 Ox 中，直线 l 过点 $A(3,0)$ 与点 $B\left(\sqrt{3},\dfrac{\pi}{6}\right)$

（1） 求直线 l 的极坐标方程；

（2）已知圆 $C:\rho=\cos\theta$.若曲线 $\theta=0$ 与 l , C 相交于 A,E 两点;曲线 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ 于 l , C 相交于 M,N 两点, E,N 异于极点 O ，求证： NE □ AM

答案：(1) $\rho=\dfrac{3}{2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)}$ (2)见解析

考点：极坐标与参数方程的应用

解析：（1）设 $P(\rho,\theta)$ 为 AB 延长线上任意一点，则

$S_{\triangle OAB}+S_{\triangle OBP}=S_{\triangle OAP}$，即 $\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times\sin\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\rho\times\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}\times3\rho\times\sin\theta$，

化简得 $3=\sqrt{3}\rho\sin\theta+\rho\cos\theta$，即直线 l 的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{3}{2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)}$

（2）把 $\theta=0$ 代入 $\rho=\cos\theta$ 得 $|OE|=1$，由题意知 $|OA|=3$，把 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ 代入 $\rho=\cos\theta$ 得 $|ON|=\dfrac{1}{2}$，把 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ 代入

$\rho=\dfrac{3}{2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)}$ 得 $|OM|=\dfrac{3}{2}$，$\therefore\dfrac{|OE|}{|OA|}=\dfrac{|ON|}{|OM|}=\dfrac{1}{3}$，$\therefore NE\parallel AM$

23.[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x-3|+|x-a|$，当 $x\le3$ 时 $f(x)$ 的最小值是 2.

(1)求 a；

(2)若 $m+2n=a$，求证：$5(m^2+n^2)\ge1$.

答案：(1) $a=1$ 或 $a=5$；(2) 见解析

考点：绝对值不等式；柯西不等式.

解析：因为 $x\le3$，所以 $x-3\le0$，所以 $f(x)=|x-3|+|x-a|=3-x+|x-a|$.

(1)当 $a\le3$ 时，$f(x)=\begin{cases}-2x+a+3, x\le a,\\ 3-a, a<x<3.\end{cases}$

所以 $f(x)_{\min}=f(a)=3-a$ ……………………………………………………2 分

由 $3-a=2$，得 $a=1$ ……………………………………………………3 分

当 $a>3$ 时，因为 $x\le3$，所以 $x-a<0$，$f(x)=-2x+3+a$.

所以 $f(x)_{\min}=f(3)=-3+a$.

由 $-3+a=2$，得 $a=5$.

综上 $a=1$ 或 $a=5$ ....5 分

(2)证明：当 $a=1$ 时，$m+2n=1$.

所以 $5(m^2+n^2)=(1^2+2^2)(m^2+n^2)\geq(m+2n)^2=1$ ....7 分

当 $a=5$ 时，$m+2n=5$.

所以 $5(m^2+n^2)=(1^2+2^2)(m^2+n^2)\geq(m+2n)^2=25\geq1$.

综上，得证. ....10 分