

山西省 2020 年中考考前适应性训练试题

数学

第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 在 $0, 1, -2, -\frac{1}{5}$ 这四个数中, 绝对值最小的数是 ()

A. 0

B. 1

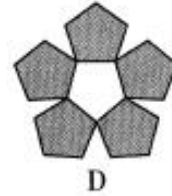
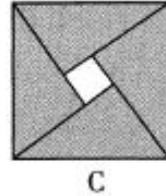
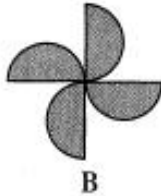
C. -2

D. $-\frac{1}{5}$

【答案】 A

【考点】 绝对值

2. 下列图案是轴对称图形的是 ()



【答案】 D

【考点】 轴对称图形

3. 为了解九年级(1)班某天学生的体温情况, 班长将所有学生上报的体温(单位: $^{\circ}\text{C}$)绘制成如下统计表. 这组体温数据的中位数是 ()

体温($^{\circ}\text{C}$)	35.8	36.1	36.2	36.3	36.4	36.5	36.6	36.8
人数(人)	3	4	8	8	10	8	2	2

A. 36.2°C

B. 36.3°C

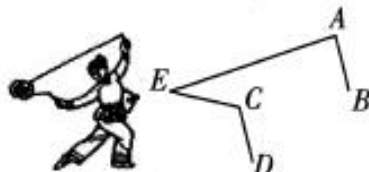
C. 36.4°C

D. 36.5°C

【答案】 B

【考点】中位数

4. 抖空竹是我国独有的体育运动之一,它不仅是锻炼身体的手段,也是一种优美的艺术表演,很具观赏性.小明根据一张学习“抖空竹”照片的一个动作,抽象出一个数学问题。如图,已知 $AB \parallel CD$, $\angle BAE = 86^\circ$, $\angle DCE = 122^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数是 ()



A. 28°

B. 34°

C. 36°

D. 46°

【答案】C

【考点】平行线的性质

5. 下列运算正确的是 ()

A. $4a^2 - 2a^2 = 2$

B. $(-3a)^2 = -9a^2$

C. $15 \div 10 \times \frac{1}{2} = 15 \div 5 = 3$

D. $(\sqrt{3} + 3)(\sqrt{3} - 5) = -12 - 2\sqrt{3}$

【答案】D

【考点】乘法公式化简

6. 解分式方程 $\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2-4x}$, 去分母后变形为

A. $2 - 2(2x-1) = -3$

B. $2 - 2(2x-1) = 3$

C. $2 - (2x-1) = -3$

D. $2 - (2x-1) = -3$

【答案】C

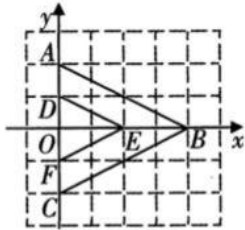
【考点】分式方程的计算

7 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $O(0, 0)$, $A(0, 2)$, $B(4, 0)$, $C(0, -2)$, 以某点为位似中心, 作出 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 位似, 点 A 的对应点为 $D(0, 1)$, 则位似中心的坐标为

- A. (0, 0) B. (1, 0) C. (2, 0) D. (4, 0)

【答案】 A

【考点】 位似



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图是张阿姨做好的一幅“旭日东升”矩形刺绣，长为 50cm，宽为 30cm，要在这幅刺绣的四周镶一条相同宽度的银白色边框，制成一幅矩形挂图，如果要使整个挂图的面积是 2400cm^2 ，设银白色边框的宽为 $x\text{cm}$ ，那么 x 应满足方程

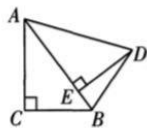
- A. $x^2 + 8x - 900 = 0$ B. $x^2 + 40x - 225 = 0$
 C. $x^2 - 80x - 900 = 0$ D. $x^2 - 40x - 225 = 0$

【答案】 B

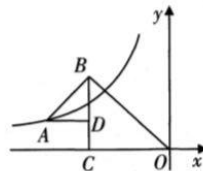
【考点】 一元二次方程应用题

9 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转，使点 C 落在线段 AB 上的点 E 处，点 B 落在点 D 处，连接 BD，则 B，D 两点间的距离为

- A. $2\sqrt{10}$ B. $4\sqrt{2}$ C. 6 D. $4\sqrt{5}$



第 9 题图



第 10 题图

【答案】 A

【考点】 旋转变换

10.如图，反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 在第二象限的图象经过点 A， $\triangle OBC$ 和 $\triangle ABD$ 都是等腰直角三角形， $\angle BCO = \angle ADB = 90^\circ$ ，则 $\triangle OBC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之差 $S_{\triangle OBC} - S_{\triangle ABD}$ 为

- A.6 B.5 C.4 D.3

【答案】D

【考点】反比例面积问题

二、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）

11.如图所示是 2020 年 2 月公布的《中华人民共和国 2019 年国民经济和社会发展统计公报》中的一张图表，数据显示，2019 年年末固定互联网宽带接入用户数为 44928 万户，数据 44928 万户用科学记数法表示为_____户.

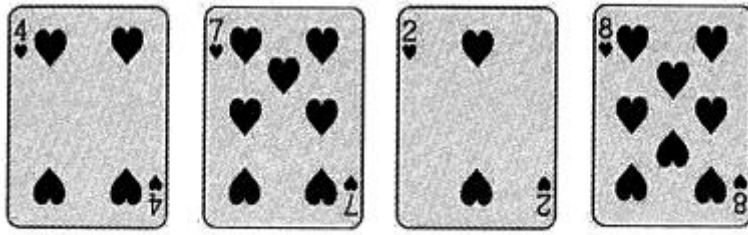


第 11 题图

【答案】 4.4928×10^8

【考点】科学记数法

12. 已知四张图的正面如图所示，背面完全相同，将它们正面朝下洗匀后放在桌上，从中随机抽取一张，牌面数字恰好为偶数的概率是_____.



第 12 题图

【答案】 $\frac{3}{4}$

【考点】 概率

13. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，共有三卷.第三卷里有一题：“今有甲、乙二人，持钱各不知数.甲得乙中半，可满四十八.乙得甲太半，亦满四十八.问甲、乙二人原持钱各几何？”

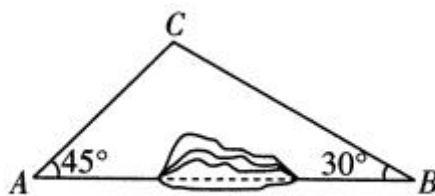
译文：“甲、乙两人各有若干钱.如果甲得到乙所有钱的一半，那么甲共有钱 48 文；如果甲得到乙的 $\frac{2}{3}$ ，那么乙也共有钱 48 文.问甲、乙二人原来各有多少钱？”若设甲原有 x 文钱，可列方程

为_____.

【答案】 答案不唯一，如 $x + \frac{1}{2}(48 - \frac{2}{3}x) = 48$; $2(48 - x) + \frac{2}{3}x = 48$ 等

【考点】 一元一次方程的应用

14. 如图，A、B 两地之间有一座山，汽车原来从 A 地到 B 地需途径 C 地沿折线 ACB 行驶，开通隧道后，汽车可直接沿线段 AB 行驶.已知 $BC = 80\text{km}$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 则开通隧道后，汽车从 A 地到 B 地大约_____ km. (结果精确到 0.1km, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

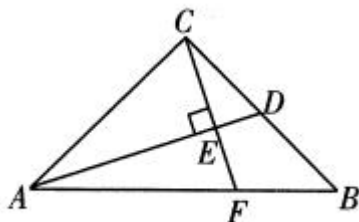


第 14 题图

【答案】 109.2

【考点】 三角函数

15. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 4$, 点 D 是 BC 边的中点, 过点 C 作 $CE \perp AD$, 垂足为 E , 延长 CE 交 AB 于点 F , 则 FB 的长为_____.



第 15 题图

【答案】 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

【考点】 三角形综合

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. (每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 计算: $\frac{a^2 - 4}{a^2 + 6a + 9} \div \frac{a - 2}{3a + 9} - 3$;

【考点】 分式化简

【解析】 解: 原式 = $\frac{(a-2)(a+2)}{(a+3)^2} \cdot \frac{3(a+3)}{a-2} - 3$
 $= \frac{3(a+2)}{a+3} - \frac{3(a+3)}{a+3}$
 $= \frac{-3}{a+3}$

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 3(x+1) \leq 7x+15 \\ x-5 < \frac{x-8}{3} \end{cases}$

【考点】 解一元一次不等式组

【解析】 解不等式①, 得 $x \geq -3$.

解不等式②, 得 $x < \frac{7}{2}$.

\therefore 原不等式组的解集为 $-3 \leq x < \frac{7}{2}$.

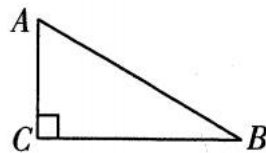
17. (本题 6 分) 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, \angle ABC=30^\circ, AC=3$.

(1) 实践与操作: 利用尺规按下列要求作图, 并在图中标明相应字母: (保留作图痕迹, 不写作法)

①以 AB 为边在 AB 上方外作等边三角形 ABD

②作 $\triangle ABC$ 的中线 DE

(2) 计算: DE 的长为_____.

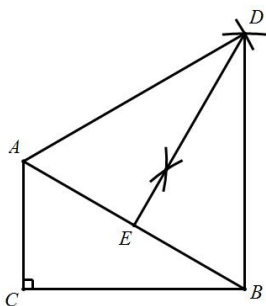


第 17 题图

【考点】 尺规作图、等边三角形的性质、勾股定理

【解析】

(1) 如图所示, 即为所求



(2) $3\sqrt{3}$

18. (本题 7 分) 阅读以下材料, 并解决相应的问题。

巧设密码

在日常生活中，微信支付、取款、上网等都需要密码，有一种用因式分解的程序，方便记忆.例如：对于多项式 $x^4 - y^4$ ，因式分解的结果是 $(x^2 + x^2)(x + y)(x - y)$ ，若取 $x=9, y=9$ ，则各个因式的值分别是 $x^2 + y^2 = 162, x + y = 18, x - y = 0$ ，于是就可以把“162180”作为一个六位数的密码.



第 18 题图

问题解决：

(1) 按材料中的原理，若取 $x=8, y=8$ ，生成的密码是_____.

(2) 若将程序修改为：整式 $x^2(x-2y)+xy(2x-y)$ 因式分解的结果，取 $x=90, y=7$ 时（来源 1990 年 7 月出生），用上述方法产生的密码是多少？（写出一种即可）

【考点】整式乘除、因式分解

【解析】

(1) 128160

(2) $x^2(x-2y)+xy(2x-y)$

$$= x^3 - 2x^2y + 2x^2y - xy^2$$

$$= x^3 - xy^2$$

$$= x(x^2 - y^2)$$

$$= x(x+y)(x-y).$$

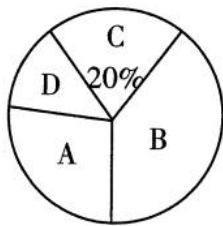
当 $x=90, y=7$ 时， $x-y=83, x+y=97$

∴产生的密码是“908397”。

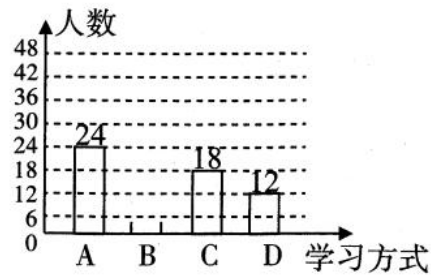
(说明: 答案不唯一, 还可以是“909783”等)。

19. (本题 10 分) 学校为了解疫情期间学生自习课落实“停课不停学、学习不延期”在线学习的效果, 王校长通过网络学习平台, 随机抽查了该校部分学生在一节自习课中的学习情况, 发现共有四种学习方式 (每人只参与其中一种): A. 阅读电子教材, B. 听教师录播课程, C. 完成在线作业, D. 线上讨论交流. 并根据调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图, 根据图中信息, 解答下列问题:

在线学习方式扇形统计图



在线学习方式条形统计图

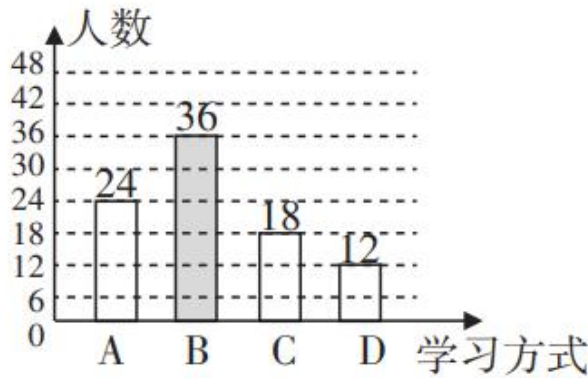


- 直接写出王校长本次调查的学生总人数是_____并补全条形统计图;
- 求扇形统计图中“D.线上讨论交流”对应的圆心角度数;
- 该校在线学习学生共有 4000 人, 请估计“B.听教师录播课程课程”有多少人;
- 王校长想从 4 位辅导教师 (分别记为 Z, W, L, T) 中, 随机选择两位进行电话访谈。

请用列表或画树状图的方法求出选中 Z 老师的概率。

【答案】 (1) 90

补全条形统计图如图所示:



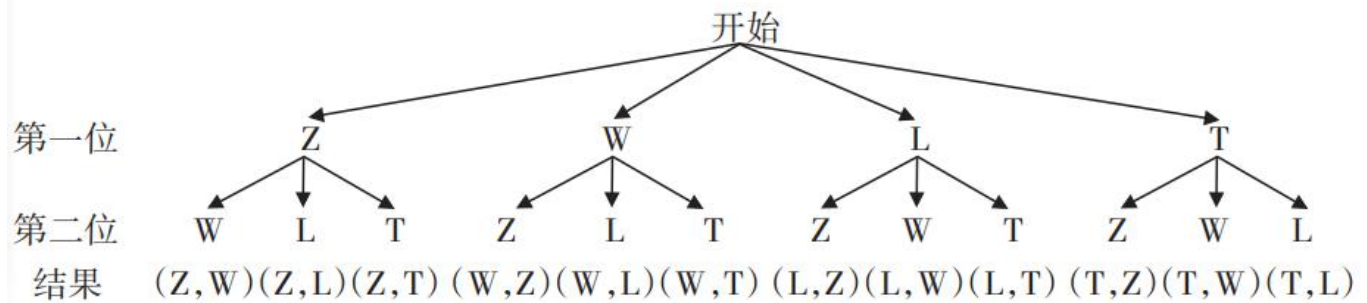
$$(2) 360^\circ \times \frac{12}{90} = 48^\circ$$

答：扇形统计图中“D.线上讨论交流”对应的圆心角是 48° 。

$$(3) 4000 \times \frac{36}{90} = 1600 \text{ (人)}$$

答：估计“B.听教师录播课程”有 1600 人。

(5) 画树状图为：(列表法略)

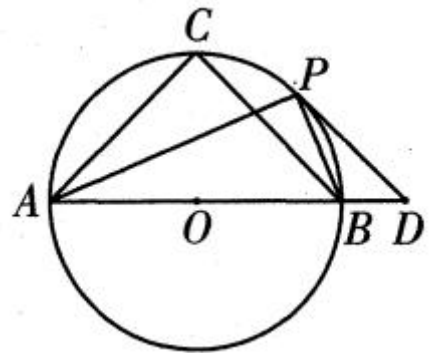


\therefore 共有 12 种等可能情况，选中 Z 老师的有 6 种情况。

\therefore 选中 Z 老师的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

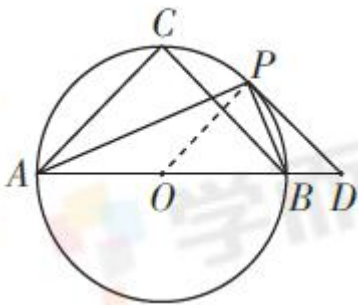
20. (本题 8 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，AB 为 $\odot O$ 的直径，且 $AC=BC=6\sqrt{2}$ ，点 P 为弧 BC 上任意一点 (不与 B, C 重合)，PD 与 $\odot O$ 相切于点 P，交 AB 的延长线于点 D，连接 PA, PB。

- (1) 若 $PD \parallel BC$ ，求证： $\angle CAP = \angle PAB$ ；
- (2) 若 $PB = BD$ ，求 PD 的长度。



【考点】 直线与圆的位置关系、三角函数

【答案】 (1) 连接 OP ， $\because PD$ 是 $\odot O$ 的切线， $\therefore OP \perp PD$ 又 $\because PD \parallel BC$ ， $\therefore OP \perp BC$ $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径 $\therefore AC \parallel OP$ ， $\therefore \angle APO = \angle CAP$ ， $\because OA = OP$ $\therefore \angle PAB = \angle APO$ ， $\therefore \angle CAP = \angle PAB$ 。



(2) 解： $\because AC = BC = 6\sqrt{2}$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\therefore AB = \frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{6\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 12$

$\because PB = BD$ $\therefore \angle BPD = \angle D$ $\because OP \perp PD$ ， $\therefore \angle BPD + \angle BPO = \angle D + \angle BOP$ 。 $\therefore \angle BOP = \angle BPO$

$\therefore BP = BO = PO = 6$ ，即 $\triangle BOP$ 是等边三角形。 $\therefore BD = 6$ ， $OD = 12$ 。 \therefore 在 $Rt\triangle OPD$ 中，

$$PD = \sqrt{OD^2 - OP^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$$

21. (本题 9 分) 2020 年新冠肺炎疫情发生以来，每天测体温成为一种制度，手持红外测温枪成

为紧俏商品，某经销商店承诺对所有商品明码标价，绝不哄抬物价。如下表所示是该店甲、乙两种手持红外测温枪的进价和销售：

商品 \ 价格	甲	乙
进价(元/个)	400	1000
售价(元/个)	450	1100

该店有一批用 38000 元购进的甲、乙两种手持红外测温枪库存，预计全部销售后可获毛利润共 4000 元。【毛利润 = (售价 - 进价) × 销售量】

(1) 该店库存的甲、乙两种手持红外测温枪分别为多少个？



(2) 根据销售情况，该店计划增加甲种手持红外测温枪的购进数量，减少乙种手持红外测温枪的购进数量。乙知甲种手持红外测温枪增加的数量是乙种手持红外测温枪减少数量的 3 倍，进货价不变，而且购进这两种手持红外测温枪的总资金不超过 40000 元，则该店怎么样进货，可使全部销售后获得的毛利润最大？并求出最大毛利润。

【答案】(1) 甲 20 个，乙 30 个。

(2) 甲 50 个，乙 20 个，最大利润为：4500 元。

【考点】二元一次方程、一元一次不等式

【解析】解：(1) 设该店库存手持红外线测温枪中甲种有 x 个，乙种有 y 个

由题意，得
$$\begin{cases} 400x + 1000y = 38000 \\ (450 - 400)x + (1100 - 1000)y = 4000 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

答：该店库存手持红外线测温枪中甲种有 20 个，乙种有 30 个。

(2) 设乙种手持红外测温枪减少 m 个，则甲种手持红外测温枪增加 $3m$ 个。由题意得

$$400(20 + 3m) + 1000(30 - m) \leq 40000$$

解得 $m \leq 10$

设全部销售后获得的毛利润为 W 元，由题意，得

$$W = (450 - 400)(20 + 3m) + (1100 - 1000)(30 - m) = 50m + 400050 > 0$$

$\therefore 50 > 0$

$\therefore W$ 随 m 的增大而增大，

\therefore 当 $m = 10$ 时， W 最大 = 4500

答: 该店用不超过 40000 元购进甲种手持红外测温枪 50 个, 乙种手持红外测温枪 20 个时, 全部销售后获得的毛利润最大, 最大毛利润为 4500 元。

22. (本题 11 分)综合与实践

问题情境:

已知 AC 是正方形 ABCD 的对角线, 将正方形 PQST 和正方形 ABCD 按如图放置.

(1) 如图 1, 使点 P 与点 A 重合, PT 与 DC 相交于点 E, PQ 与 CB 的延长线相交于点 F, 求证:

$$AF = AE$$

操作发现:

(2) 如图 2, 使点 P 在 AC 上 (A, C 两点除外), PT 与 DC 相交于点 E, PQ 与 CB 的延长线相交于点 F. 判断 PE 和 PF 的数量关系, 并说明理由;

拓广探索:

(3) 如图 3, 使 P 在 BC 上 (B, C 两点除外), PT 经过点 A, PQ 与正方形 ABCD 的外角 $\angle DCK$ 的平分线 CE 相交于点 E. 判断 PA 和 PE 的数量关系, 并说明理由.

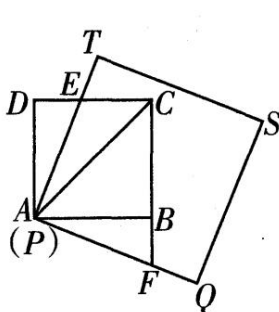


图 1

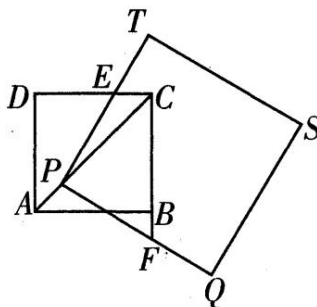


图 2

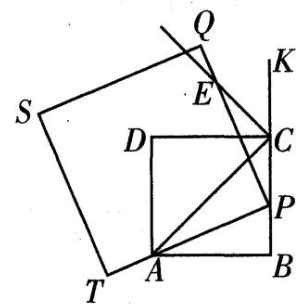


图 3

【考点】正方形性质, 翻折题型, 菱形,

【解析】

(1) 证明：四边形 ABCD 为正方形，

$$\therefore \angle D = \angle ABC = 90^\circ, AD = AB.$$

$$\therefore \angle ABF = \angle D = 90^\circ$$

$$\text{又} \because \angle EAF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE + \angle BAF = 90^\circ = \angle DAE + \angle BAE. \therefore \angle DAE = \angle BAF.$$

\therefore 在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle AED$ 中

$$\begin{cases} \angle BAF = \angle DAE \\ AB = AD \\ \angle ABF = \angle D \end{cases}$$

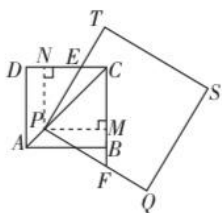
$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AED$ (ASA)

$\therefore AF = AE$

(2) 解：PE = PF

理由如下

如答图 1，过点 P 作 $PM \perp BC$ 于点 M，作 $PN \perp DC$ 于点 N，



答图 1

\therefore 四边形 ABCD 为正方形

$$\therefore \angle PMC = \angle PNC = \angle MCN = 90^\circ, \angle ACB = \angle ACD, \therefore \angle MPN = 90^\circ, PM = PN$$

$$\therefore \angle MPE + \angle NPE = 90^\circ, \angle MPE + \angle MPF = 90^\circ, \therefore \angle MPF = \angle NPE.$$

在 $\triangle PFM$ 和 $\triangle PEN$ 中，

$$\begin{cases} \angle MPF = \angle NPE \\ PM = PN \\ \angle PMF = \angle PNE = 90^\circ \end{cases}$$

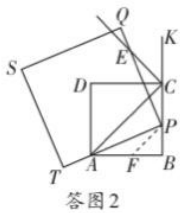
$\therefore \triangle PFM \cong \triangle PEN$ (ASA)

$\therefore PE = PF$.

(3) 解：PA=PE

理由如下：

如答图 2，在 AB 上截取 BF=BP，连接 FP， \because 四边形 ABCD 为正方形，



$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ， $AB = BC$ 。

$\therefore AB - BF = BC - BP$ ， $\angle BFP = 45^\circ$

$\therefore AF = PC$ ， $\angle AFP = 135^\circ$

\because CE 是正方形的外角平分线，

$\therefore \angle DCE = 45^\circ$

$\therefore \angle PCE = 135^\circ = \angle AFP$

$\therefore \angle APE = 90^\circ$ ，

$\angle APB + \angle CPE = 90^\circ$

又 $\because \angle APB + \angle FAP = 90^\circ$

$\therefore \angle FAP = \angle CPE$

在 $\triangle AFP$ 和 $\triangle PCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle FAP = \angle CEP \\ AF = PC \\ \angle AFP = \angle PCE \end{cases}$$

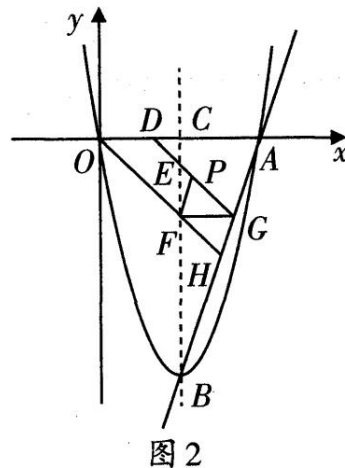
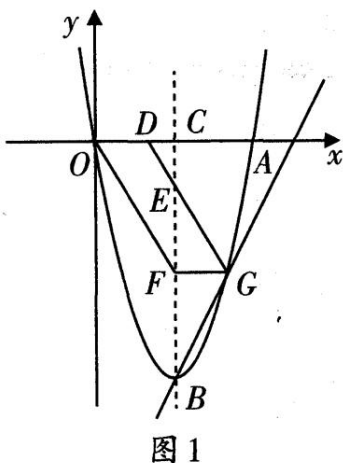
$\triangle AFP \cong \triangle PCE$ (ASA)

$\therefore PA = PE$

23. (本题 14 分) **综合与探究**

如图, 已知抛物线 $y = x^2 + bx$ 经过点 $A(6, 0)$, 顶点为 B , 对称轴 BC 交 x 轴交于点 C . 点 D 的坐标为 $(2, 0)$, 点 E 是在 x 轴下方的抛物线对称轴上的一个动点, $OF \parallel DE$ 交 BC 于点 F , $FG \parallel x$ 轴交射线 DE 与点 G , 作直线 BG .

- (1) 求点 B 的坐标;
- (2) 如图 1, 当点 G 恰好落在该抛物线上时, 求点 E 的坐标;
- (3) 如图 2, 当 $CE = 1$ 时, 判断点 A 是否在直线 BG 上, 说明理由;
- (4) 在 (3) 的条件下, 延长 OF 交 BG 于点 H , 取 DG 中点 P , 连接 PF , 探究四边形 $PFHG$ 是否平行四边形, 并说明理由.



【考点】二次函数与几何结合

【解析】

解：(1) $\because y = x^2 + bx$ 经过点 A (6, 0),

$\therefore 6^2 + 6b = 0$, 解得 $b = -6$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9$

\therefore 点 B 的坐标为 (3, -9)

(2) $\because OF \parallel DG, FG \parallel OD$,

四边形 ODGF 为平行四边形

$\because D(2, 0), FG = OD = 2$

又 $\because C(3, 0), \therefore OC = 3, DC = 1$

\therefore 点 G 的横坐标为 5,

\therefore 点 G 落在抛物线 $y = x^2 - 6x$ 上点 G 的坐标为 (5, -5)

$\therefore CF = 5$

$\because OF \parallel DE$,

$\therefore \frac{CE}{CF} = \frac{CD}{OC}$, 即 $\frac{CE}{5} = \frac{1}{3}, \therefore CE = \frac{5}{3}$

\therefore 点 E 的坐标为 $(3, -\frac{5}{3})$

(3) 当 $CE = 1$ 时, 点 A 在直线 BG 上理由如下:

当 $CE = 1$ 时, 由 (2) 可知 $CF = 3CE = 3, \therefore G(5, -3)$ 。

设直线 BG 的函数表达式为 $y = kx + n$, 把 B, G 两点坐标代入,

$$\begin{cases} 3k + n = -9 \\ 5k + n = -3 \end{cases}, \text{解方程组, 得} \begin{cases} k = 3 \\ n = -18 \end{cases}$$

\therefore 直线 BG 的函数表达式为 $y = 3x - 18$

∴当 $x=6$ 时, $y=3 \times 6-18=0$,

∴点 A 在直线 BG 上

(4) 四边形 PFHG 是平行四边形

理由如下

由 (3) 可知点 G 的坐标为 (5, -3)

∴点 F 的坐标为 (3, -3), $DC=3\sqrt{2}$

设直线 OF 的函数表达式为 $y=mx$

∴ $3m=-3$ 。解得 $m=-1$

∴直线 OF 的函数表达式为 $y=-x$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y=-x \\ y=3x-18 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=\frac{9}{2} \\ y=-\frac{9}{2} \end{cases}$$

∴点 H($\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}$)

∴ $OH=\frac{9\sqrt{2}}{2}, OF=DG=3\sqrt{2}$

∴ $FH=OH-OF$

∴P 为 DG 的中点,

∴ $PG=\frac{1}{2}DG=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

∴ $OH \parallel DG$ (或 $PG \parallel FH$), $PG=FH$

∴四边形 PFHG 为平行四边形