2020年山西省高考考前适应性测试(二)

文科数学参考答案详解及评分说明

评分说明：

1. 考生如按其他方法或步骤解答，正确的，同样给分；有错的，根据错误的性质，参照评分说明中相应的规定评分.

2. 计算题只有最后答案而无演算过程的，不给分；只写出一般公式但未能与试题所给的具体条件联系的，不给分.

A卷选择题答案

一、选择题

1. B 【解析】$B=\{x|x(x-2)\leqslant 0\}=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，$A\cap B=\{0,1,2\}$，故选B.

2. B 【解析】若$\alpha=30°$或$\alpha=150°$，则$\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$，即p是q成立的充分条件；

若$\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$，则$\alpha=30°+k\cdot 360°(k\in \mathbf{Z})$，或$\alpha=150°+k\cdot 360°(k\in \mathbf{Z})$，即$p$不是$q$成立的必要条件.

3. C 【解析】画图可知选C.

4. D 【解析】$\because a\perp\alpha,\alpha/\!/\beta,\therefore a\perp\beta.$又$b\perp\beta,\therefore a/\!/b.$

5. A 【解析】注意到$3+7+15=25=8+8+9$，根据等差数列性质可知$a_3+a_7+a_{15}=2a_8+a_9=8$，故$a_9=8-2a_8=2.$

6. C 【解析】正弦函数$y=\sin(\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4})$的周期为4.

当$k=1$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

当$k=2$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

当$k=3$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-3\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

当$k=4$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-3\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=0$，

同理可得当$k=4n(n\in\mathbf{N}^*)$时，$S=0$，$\therefore k=2020$时，$S=0.$

7. A 【解析】由于四边形$OCPD$是由两个全等的直角三角形构成，

$\therefore$四边形$OCPD$的面积为$S=2S_{\triangle OCP}=2\times\dfrac{1}{2}|CP|\times 1=|CP|=\sqrt{|OP|^2-1}.$

而$|OP|$的最小值就是点O到直线l的距离，即$|OP|_{\min}=2.$

$\therefore$四边形$OCPD$面积的最小值为$\sqrt{3}.$

8. C 【解析】由题意可知，潜伏期落在各区间的频率及累计频率可列表为：

区间	频率	累计频率
[1,5)	0.16	0.16
[5,9)	0.40	0.56
[9,13)	0.32	0.88
[13,17)	0.08	0.96
[17,21]	0.04	1.00

故累计频率0.9对应的潜伏期天数$m\in[13,17)$，

令直方图中，直线$x=m$左侧的面积（即频率）等于0.9，得

$0.88+0.08\times\dfrac{m-13}{17-13}=0.9$，解得$m=14$，

即可估计至少需隔离观察14天，才能使90%的患者显现出明显病状.

9. B 【解析】$F_1(-5,0)$，$F_2(5,0)$，$|F_1F_2|=10$，$P(8,3\sqrt{3})$，（不妨设P点在x轴上方）

$\therefore |PF_2|=6$，由定义$|PF_1|=14$.

由余弦定理得$\cos\angle F_1PF_2=\dfrac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1|\cdot|PF_2|}=\dfrac{11}{14}$，

$\therefore$入射光线与反射光线夹角的余弦值为$-\dfrac{11}{14}$.

10. A 【解析】第二行的数乘以3，第一个数$2\times3=6$，减第一行两次之后，第二行第一个数变成0，

所以$a=34\times3-39\times2=24$.

第三行的数乘以3，第一个数$1\times3=3$，减第一行一次之后，第三行第一个数变成0，

所以$b=2\times3-2\times1=4$.

故选A.

11. D 【解析】设正四棱锥$P\text{-}ABCD$的高为h，外接球半径为R，则球心在此棱锥的高线上，由已知得$4\pi R^2=9\pi$，

所以$R=\dfrac{3}{2}$，又由$(h-R)^2+2=R^2$，得$h=2$或$h=1$.

当$h=1$时，$\angle APC$为钝角，所以舍去，则$h=2$，

故$V_{P-ABCD}=\dfrac{1}{3}\times2\times2\times2=\dfrac{8}{3}$.

12. C 【解析】$g(x)$定义域为$(0,1)\cup(1,+\infty)$，故$f(x)$零点为正且不是1.

设$f(x)=0$的两个正根为x_1,x_2，注意到$x_1x_2=1$，$x_1+x_2=a$.

不妨设$0<x_1<1<x_2$，则$a=x_1+x_2>2\sqrt{x_1x_2}=2$，

$g(x_1)+g(x_2)=2\ln x_1x_2-\left(\dfrac{x_1+b}{x_1-1}+\dfrac{x_2+b}{x_2-1}\right)=-\dfrac{2x_1x_2+(b-1)(x_1+x_2)-2b}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}=\dfrac{(b-1)(2-a)}{2-a}=b-1=0$，

$\therefore b=1$.

此时$g(x)=2\ln x-\dfrac{x+1}{x-1}$，$g'(x)=\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{(x-1)^2}>0$，

故$g(x)$在$(0,1)$，$(1,+\infty)$内单调递增.

注意到$g\left(\dfrac{5}{2}\right)=2\ln\dfrac{5}{2}-\dfrac{7}{3}<2-\dfrac{7}{3}<0$，$g(3)=2(\ln3-1)>0$，

故$x_2\in\left(\dfrac{5}{2},3\right)$，$a=x_2+\dfrac{1}{x_2}\in\left(\dfrac{29}{10},\dfrac{10}{3}\right)$，选C.

B卷选择题答案

1. B　2. D　3. C　4. B　5. A　6. C　7. A　8. C　9. D　10. A　11. D　12. C

A、B卷非选择题答案

二、填空题

13. $-\dfrac{3}{2}$

【解析】因为$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，$-2\times m=3\times1$，所以$m=-\dfrac{3}{2}$.

14. 1−2i

【解析】$z=\dfrac{5}{1-2i}=1+2i$，$\bar{z}=1-2i$.

15. 2(2分)，$\sqrt{3}$(3分)

【解析】(1)当$\omega=1$时，$f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，

所以$f(\frac{\pi}{6})=2\sin(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3})=2\sin\frac{\pi}{2}=2$.

(2)因为两个函数图象的对称轴完全相同，故周期相同，所以$\omega=2$.

此时$f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，

所以$f(\frac{\pi}{6})=2\sin(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3})=2\sin\frac{2\pi}{3}=\sqrt{3}$.

16. $-\frac{4039}{2}$

【解析】利用倒序相加法求和：

$S_{4039}=a_1+a_2+\cdots+a_{4039}$，①

$S_{4039}=a_{4039}+a_{4038}+\cdots+a_1$，②

①+②得$2S_{4039}=(a_1+a_{4039})+(a_2+a_{4038})+\cdots+(a_{4039}+a_1)$.

注意到每个括号内角标之和为4040，故考虑一般情况

$$a_k+a_{4040-k}=f(\frac{k}{2020})+f(\frac{4040-k}{2020})=\log_2\frac{\sqrt{2}\times\frac{k}{2020}}{4-2\times\frac{k}{2020}}+\log_2\frac{\sqrt{2}\times\frac{4040-k}{2020}}{4-2\times\frac{4040-k}{2020}}$$

$$=\log_2[\frac{\sqrt{2}k}{2(4040-k)}\times\frac{\sqrt{2}(4040-k)}{2k}]=\log_2\frac{1}{2}=-1.$$

于是$2S_{4039}=-4039$，即$S_{4039}=-\frac{4039}{2}$.

三、解答题

17. 解：(1)在$\triangle ABC$中，由正弦定理，及$a\cos C+c\cos A-2b\sin B=0$，得

$\sin A\cos C+\sin C\cos A-2\sin^2B=0$，$\therefore \sin B(1-2\sin B)=0$.

又$\because \sin B\neq 0$，$\therefore \sin B=\frac{1}{2}$.

$\because B$是三角形的内角，$\therefore B=\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$. ……4分

(2)由(1)知$B=\frac{\pi}{6}$. $\because \cos A=1-2\sin^2\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore A=\frac{\pi}{6}$.

$\therefore \triangle ABC$为等腰三角形，且$C=\frac{2\pi}{3}$. ……6分

在$\triangle ABC$中，设$AC=BC=2x$，

在$\triangle ADC$中，由余弦定理得$AD^2=AC^2+DC^2-2AC\cdot DC\cos\frac{2\pi}{3}=7x^2=7$，解得$x=1$. ……9分

$\therefore AC=BC=2$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC\cdot\sin C=\sqrt{3}$.

$\therefore \triangle ABC$的面积为$\sqrt{3}$. ……12分

18. (1)**证明**：$\because$平面$AA_1C_1C\perp$平面ABC，平面$AA_1C_1C\cap$平面$ABC=AC$，$BC\perp AC$，$BC\subset$平面ABC，

$\therefore BC\perp$平面AA_1C_1C.

又$AC_1\subset$平面AA_1C_1C，$\therefore BC\perp AC_1$. ……2分

又$\because AA_1=AC$，$\therefore$四边形AA_1C_1C是菱形，

$\therefore A_1C\perp AC_1$. ……4分

$A_1C\cap BC=C$，

$\therefore AC_1\perp$平面A_1BC.

又$\because AC_1\subset$平面AC_1B，$\therefore$平面$AC_1B\perp$平面A_1BC. ……6分

(2)解：$\because \angle A_1CA = 60°$，

$\therefore \triangle A_1CC_1$为等边三角形.

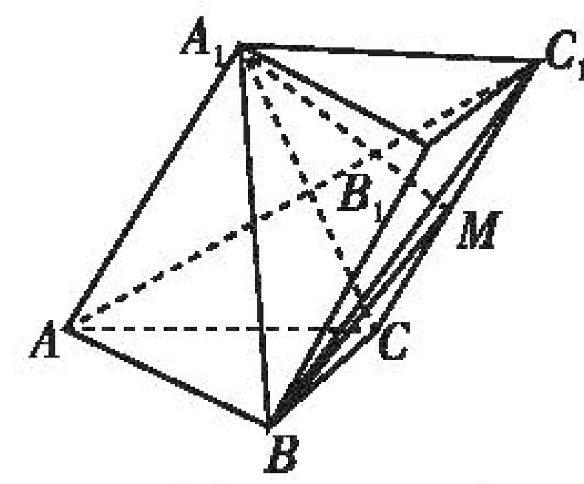
设M是CC_1的中点，则$A_1M \perp CC_1$.

又$BC \perp$平面ACC_1A_1，

$\therefore BC \perp A_1M$.又$CC_1 \cap BC = C$，

$\therefore A_1M \perp$平面BB_1C_1C.

$\therefore \angle A_1BM$为直线BA_1与平面BB_1C_1C所成的角. ······························9分



（第18题答图）

设$AA_1 = 2$，可得$A_1B = 2\sqrt{2}$，在$\mathrm{Rt}\triangle A_1BM$中，$A_1M = \sqrt{3}$，$BM = \sqrt{A_1B^2 - A_1M^2} = \sqrt{5}$，

所以$\tan\angle A_1BM = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$，

所以直线BA_1与平面BB_1C_1C所成角的正切值为$\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. ······························12分

19. 解：(1)由抛物线的定义可知$|MN| = m + \dfrac{p}{2}$，$|FQ| = p$，

$\therefore$四边形$MNQF$的面积为

$S = \dfrac{1}{2}(|FQ| + |MN|)|NQ| = \dfrac{1}{2}(p + m + \dfrac{p}{2}) \times 4 = 3p + 2m$，

$\therefore 3p + 2m = 14$，

又$16 = 2pm$.

联立以上两式解得$p = 2$或$p = \dfrac{8}{3}$(舍).

故抛物线C的方程为$y^2 = 4x$. ······························4分

(2)设l:$x = my + 2$，代入$y^2 = 4x$得

$y^2 - 4my - 8 = 0$.

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$y_1 + y_2 = 4m$，$y_1y_2 = -8$. ······························6分

$$\begin{aligned}\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB} + \lambda\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB} &= (x_1 - 1,y_1)\cdot(x_2 - 1,y_2) + \lambda(x_1 - 2,y_1)\cdot(x_2 - 2,y_2)\\ &= (x_1 - 1)(x_2 - 1) + y_1y_2 + \lambda(x_1 - 2)(x_2 - 2) + \lambda y_1y_2\\ &= (1 + \lambda)y_1y_2 + (my_1 + 1)(my_2 + 1) + \lambda(my_1 \cdot my_2)\\ &= (1 + \lambda + \lambda m^2 + m^2)y_1y_2 + m(y_1 + y_2) + 1.\end{aligned}$$ ······························10分

把$y_1 + y_2 = 4m$，$y_1y_2 = -8$代入上式，得

$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB} + \lambda\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB} = -8(1 + \lambda + \lambda m^2 + m^2) + 4m^2 + 1 = -8(1 + \lambda) + [4 - 8(1 + \lambda)]m^2 + 1$.

当$4 - 8(1 + \lambda) = 0$，即$\lambda = -\dfrac{1}{2}$时，

$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB} + \lambda\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB} = -3$. ······························12分

20. 解：(1) 容易得到$\bar{x} = \dfrac{1 + 3 + 5 + 7 + 9}{5} = 5$，$\bar{y} = \dfrac{10 + 25 + 60 + 105 + 170}{5} = 74$，

于是$\hat{b} = \dfrac{(-4)(-64) + (-2)(-49) + 0 + 2 \times 31 + 4 \times 96}{(-4)^2 + (-2)^2 + 0 + 2^2 + 4^2} = \dfrac{800}{40} = 20$，

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 74 - 20 \times 5 = -26$. ······························4分

(2) 由(1)可知模型①的方程为$\hat{y} = 20x - 26$，可得到如下数据：

x	1	3	5	7	9	残差平方和
y	10	25	60	105	170	
$\hat{y}$	−6	34	74	114	154	
$y - \hat{y}$	16	−9	−14	−9	16	
$(y - \hat{y})^2$	256	81	196	81	256	870

显然模型②对应残差平方和更小，故模型②拟合效果更好. ······························8分

(3) 根据x的实际意义，显然$x>0$，

由题意结合(2)可知，利用模型②可得性价比z可估计为

$$z=\frac{x}{y}=\frac{x}{8+2x^2}=\frac{1}{\frac{8}{x}+2x}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{\frac{8}{x}\times 2x}}=\frac{1}{8},$$

当且仅当$\frac{8}{x}=2x$，即$x=2$时，z取得最大值，

故当零件使用2个月时报废，可使其性价比最高. ……………………12分

21. 解：(1)$f'(x)=ae^x-e$.

当$a\leqslant 0$时，$f'(x)\leqslant -e<0$，故$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递减；

当$a\geqslant e$时，$f'(x)\geqslant e(e^x-1)>0$，故$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增；

当$0<a<e$时，令$f'(x)=0$，得$x=1-\ln a>0$. 当$x\in(0,1-\ln a)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(1-\ln a,+\infty)$时，$f'(x)>0$，

故$f(x)$在$(0,1-\ln a)$内单调递减，在$(1-\ln a,+\infty)$内单调递增.

综上，当$a\leqslant 0$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递减；当$a\geqslant e$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增；当$0<a<e$时，$f(x)$在$(0,1-\ln a)$内单调递减，在$(1-\ln a,+\infty)$内单调递增. ……………………5分

(2)由(1)知当$a=1$时，$f(x)$在$(0,1)$内单调递减，在$(1,+\infty)$内单调递增，$\therefore$当$x>0$时，$f(x)\geqslant f(1)=0$.

故问题转化为$g(x)\leqslant 0$在$x\in(0,+\infty)$时成立.

$$g'(x)=\frac{1}{x}-bxe^x=\frac{1-bx^2e^x}{x}.$$

当$b\leqslant 0$时，$g'(x)\geqslant\frac{1}{x}>0$，故$g(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增. 若$x>1$，则$g(x)>g(1)=0$，不符题意. ……………8分

当$b>0$时，令$h(x)=1-bx^2e^x$，可知$h(x)$在$(0,+\infty)$内单调递减.

又$h(0)=1>0$，$h(\frac{1}{\sqrt{b}})=1-e^{\frac{1}{\sqrt{b}}}<0$，故存在唯一$x_0\in(0,\frac{1}{\sqrt{b}})$使得$h(x_0)=0$. 若$x\in(0,x_0)$，则$h(x)>0$，$g'(x)>0$；

若$x\in(x_0,+\infty)$，则$h(x)<0$，$g'(x)<0$，故$g(x)$在$(0,x_0)$内单调递增，在$(x_0,+\infty)$内单调递减.

若$x_0\neq 1$，则$g(x_0)>g(1)=0$，不符合题意；

若$x_0=1$，则$g(x)\leqslant g(1)=0$，符合题意，此时$b=\frac{1}{e}$.

综上，$b=\frac{1}{e}$. ……………………12分

22. 解：(1)设$l:\begin{cases}x=2+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha,\end{cases}$($t$为参数，$\alpha$为直线$l$的倾斜角)，代入$y^2=2x$得

$t^2\sin^2\alpha-2t\cos\alpha-4=0$.

设点A,B对应的参数为t_1,t_2，则$t_1+t_2=\frac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$，$t_1t_2=-\frac{4}{\sin^2\alpha}$. ……………………2分

设AB的中点为$Q(x,y)$，对应的参数为t，

则$t=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$，

$\therefore x=2+t\cos\alpha=2+\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$，$y=t\sin\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$，

消去参数得$y^2=x-2$为所求轨迹的直角坐标方程. ……………………6分

(2)由参数的几何意义可知

$$||PA|-|PB||=||t_1|-|t_2||=|t_1+t_2|=\left|\frac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\right|=2\sqrt{2}.$$

$\therefore |\cos\alpha|=\sqrt{2}(1-\cos^2\alpha)$.

得$|\cos\alpha|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \tan\alpha=\pm 1$.

$\therefore$直线l的方程为$y=\pm(x-2)$，即$x-y-2=0$或$x+y-2=0$. ……10分

23. **解**：(1)由$f(|x|)\leqslant -x^2+x+2$，得$|x|\leqslant x+2$，等价于

$\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x\leqslant x+2,\end{cases}$或$\begin{cases}x<0,\\ -x\leqslant x+2.\end{cases}$ ……2分

解得$x\geqslant 0$，或$-1\leqslant x<0$.

综上可得不等式的解集是$\{x|x\geqslant -1\}$. ……4分

(2)因为$f(a)=a-a^2=-(a-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{1}{4}$，所以函数$f(a)$在区间$(0,\dfrac{1}{2})$内单调递增. ……6分

$\because m\geqslant 2$，$\therefore 0<a<\dfrac{1}{m}\leqslant\dfrac{1}{2}$.

$\therefore f(a)<f(\dfrac{1}{m})$，而$b<a-a^2$，即$b<f(a)<f(\dfrac{1}{m})$. ……8分

$\therefore b<\dfrac{1}{m}-(\dfrac{1}{m})^2=\dfrac{m-1}{m^2}<\dfrac{m-1}{m^2-1}=\dfrac{1}{m+1}$. 得证. ……10分