

秘密★启用前

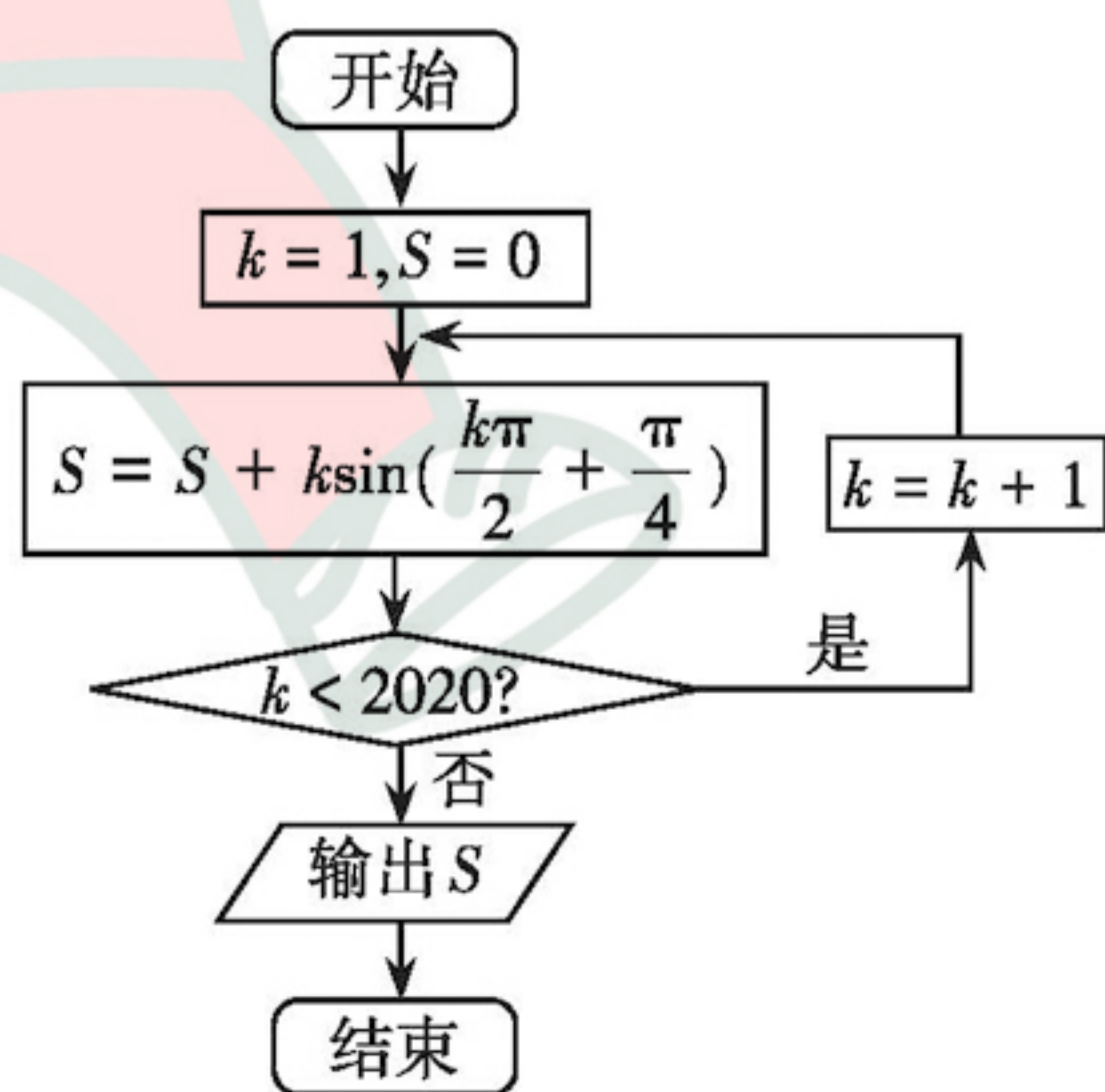
文科数学

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x(x-2) \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{1, 2, 3\}$
- 设 $p: \alpha = 30^\circ$ 或 $\alpha = 150^\circ$, $q: \sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 p 是 q 成立的
 A. 充分必要条件 B. 充分不必要条件
 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中,定义域、值域相同的函数是
 A. $y = 2^x$ B. $y = \ln x$ C. $y = x^{-1}$ D. $y = x^{-2}$
- 在空间中,已知 a, b, c 是三条不同的直线, α, β 是两个不同的平面,则下列命题中正确的是
 A. 若 $a \perp c, b \perp c$, 则 $a \perp b$
 B. 若 $a // \alpha, b // \alpha$, 则 $a // b$
 C. 若 $a // \alpha, b \subset \alpha$, 则 $a // b$
 D. 若 $\alpha // \beta, a \perp \alpha, b \perp \beta$, 则 $a // b$
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_7 + a_{15} = 8, a_8 = 3$, 则 $a_9 =$
 A. 2 B. 5
 C. 11 D. 13
- 执行如图所示的程序框图,则输出的 S 的值是
 A. $-\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. 0 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

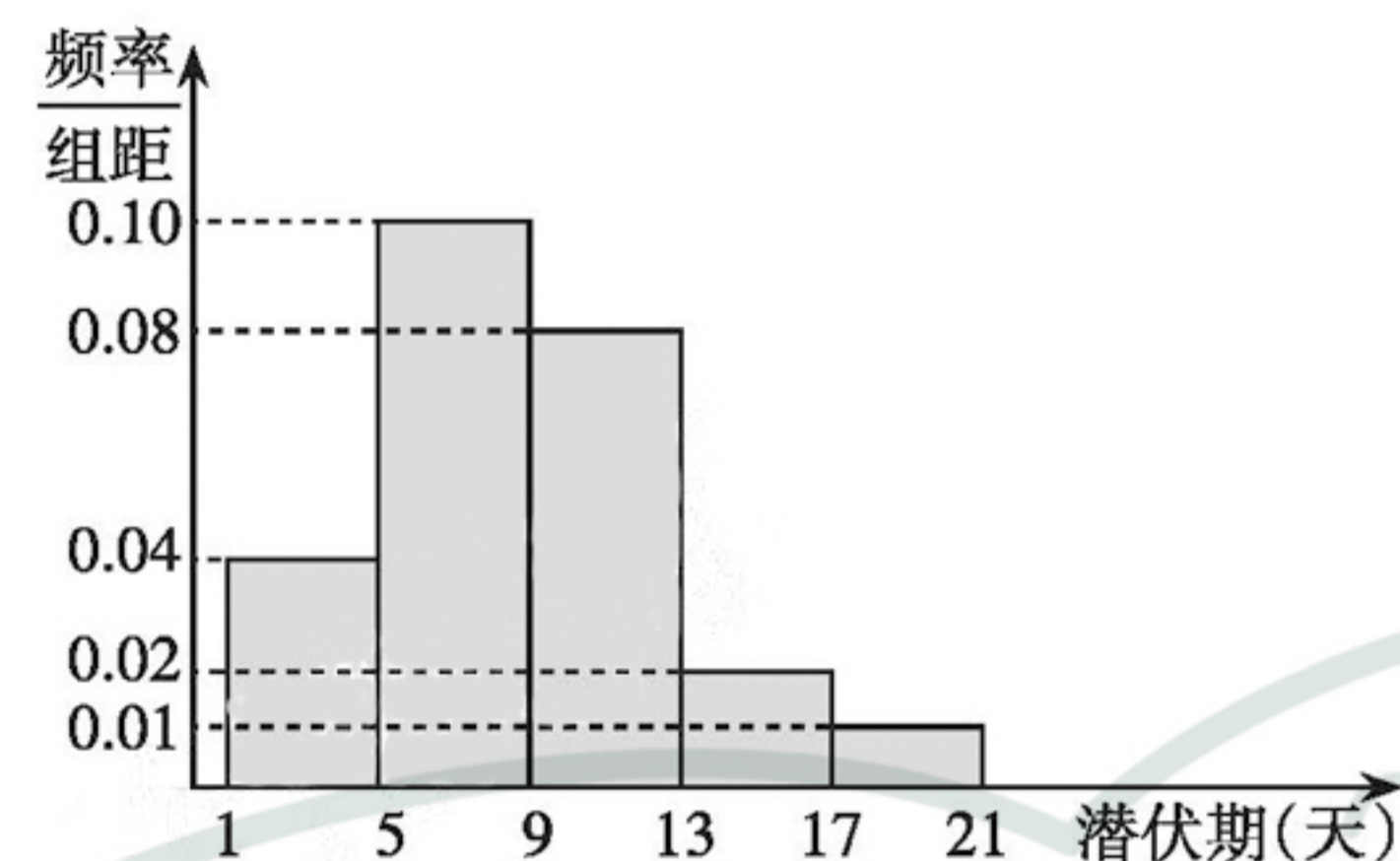


(第 6 题图)

7. 从直线 $l: 3x + 4y = 10$ 上的动点 P 作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的两条切线, 切点为 C, D , 则四边形 $OCPD$ (O 为坐标原点) 面积的最小值是

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

8. 某病毒引起的肺炎的潜伏期平均为 7 天左右, 短的约 2~3 天, 长的约 10~14 天, 甚至有 20 余天. 某医疗机构对 400 名确诊患者的潜伏期进行统计, 整理得到以下频率分布直方图. 根据该直方图估计: 要使 90% 的患者显现出明显病状, 需隔离观察的天数至少是



(第 8 题图)

- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

9. 双曲线的光学性质是: 从双曲线一个焦点发出的光, 经过双曲线反射后, 反射光线的反向延长线都汇聚到双曲线的另一个焦点上. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 从 F_2 发出的光线射向 C 上的点 $P(8, y_0)$ 后, 被 C 反射出去, 则入射光线与反射光线夹角的余弦值是

- A. $\frac{13}{14}$ B. $-\frac{11}{14}$ C. $\frac{11}{14}$ D. $-\frac{13}{14}$

10. 《九章算术》中给出了解方程的“遍乘直除”的算法解方程组. 比如对于方程组

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39, \\ 2x + 3y + z = 34, \\ x + 2y + 3z = 26, \end{cases}$$

将其中数字排成长方形形式, 然后执行如下步骤: 第一步, 将第二行的数乘以 3, 然后不断地减第一行, 直到第二行第一个数变为 0; 第二步, 对第三行做同样的操作, 其余步骤都类似. 其本质就是在消元. 那么其中的 a, b 的值分别是

3 2 1 39 3 2 1 39 3 2 1 39
 2 3 1 34 \rightarrow 0 5 1 a \rightarrow 0 5 1 a $\rightarrow \dots$
 1 2 3 26 1 2 3 26 0 b 8 39

- A. 24, 4 B. 17, 4 C. 24, 0 D. 17, 0

11. 在底面是正方形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四条侧棱全相等, $\angle APC$ 为锐角, $AB = 2$, 若其外接球的表面积为 9π , 则四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为

- A. 2 B. 4 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = x^2 - ax + 1$ 与 $g(x) = 2\ln x - \frac{x+b}{x-1}$ 零点完全相同, 则 $ab \in$

- A. $(2, \frac{5}{2})$ B. $(\frac{5}{2}, \frac{29}{10})$ C. $(\frac{29}{10}, \frac{10}{3})$ D. $(\frac{10}{3}, \frac{17}{4})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $a = (-2, 3)$, $b = (1, m)$, 且 $a \parallel b$, 则 $m = \underline{\quad}$.

14. 已知复数 $z = \frac{5}{1-2i}$, 则 $\bar{z} = \underline{\quad}$.

15. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x$. 若 $\omega = 1$, 则 $f(\frac{\pi}{6}) = \underline{\quad}$. 若该函数 $f(x)$ 图象的

对称轴与函数 $h(x) = 3\cos(2x + \varphi) - 1$ 图象的对称轴完全相同, 则 $f(\frac{\pi}{6}) = \underline{\quad}$.

16. 设函数 $f(x) = \log_2 \frac{\sqrt{2}x}{4-2x}$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(\frac{n}{2020})$, 则 $a_1 + a_2 + \dots + a_{4039} = \underline{\quad}$.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a \cos C + c \cos A - 2b \sin B = 0$.

(1) 求 B ;

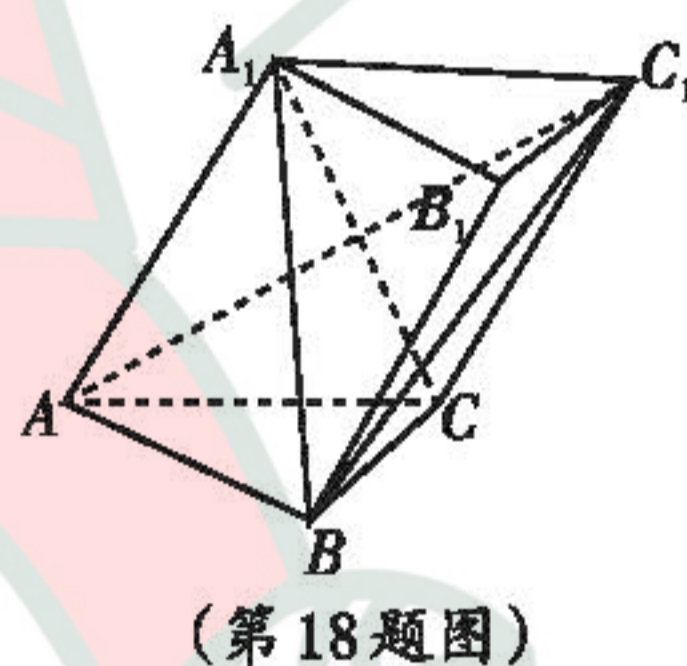
(2) 若 B 为锐角, $\sin \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, BC 边上的中线长 $AD = \sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC , $AA_1 = AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$.

(1) 求证: 平面 $AC_1B \perp$ 平面 A_1BC ;

(2) 若 $\angle A_1CA = 60^\circ$, 求直线 BA_1 与平面 BB_1C_1C 所成角的正切值.



(第 18 题图)

19. (12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p \in \mathbb{N})$ 的焦点为 F , C 的准线与 x 轴交于 Q , $M(m, 4)$ 为 C 上一点, 由 M 作 C 的准线的垂线, 垂足为 N , 若四边形 $MNQF$ 的面积为 14.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过点 $E(2, 0)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 求 λ 的值, 使 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} + \lambda \overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ 为定值, 并求出这个定值.

20. (12 分)

某研究所在研究某种零件的使用寿命和维护成本的关系时, 得到以下数据:

零件寿命 x (月)	1	3	5	7	9
维护成本 y (千元)	10	25	60	105	170

(1) 若 x 与 y 之间存在线性相关关系 $y = a + bx$ ①, 试估计 a, b 的值 \hat{a}, \hat{b} ;

(2) 若 x 与 y 之间存在非线性相关关系 $y = c + dx^2$ ②, 可按与 (1) 类似的方法得到 $\hat{c} = 8, \hat{d} = 2$, 且模型 ② 残差平方和为 6. 计算模型 ① 的残差平方和, 并指出哪个模型的拟合效果更好;

(3) 利用 (2) 中拟合效果较好的模型, 计算当零件使用多少个月时报废, 可使得零件的性价比 (即零件寿命与维护成本的比值) 最高.

参考公式: 若 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 是线性相关变量 x, y 的 n 组数据, 其回归直线 $y = a +$

$$bx \text{ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为: } \begin{cases} \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \\ \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}. \end{cases}$$

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - ex, g(x) = \ln x - b(x-1)e^x$, 其中 $a, b \in \mathbb{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 当 $a = 1$ 时, $f(x)g(x) \leq 0$, 求 b 的值.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

过点 $P(2, 0)$ 的直线 l 与抛物线 $C: y^2 = 2x$ 相交于 A, B 两点.

(1) 求 AB 中点轨迹的直角坐标方程;

(2) 若 P 满足 $||PA| - |PB|| = 2\sqrt{2}$ 时, 求 l 的方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = x - x^2$.

(1) 求不等式 $f(|x|) \leq -x^2 + x + 2$ 的解集;

(2) 若 $0 < a < \frac{1}{m} (m \geq 2, \text{且 } m \in \mathbb{N}), b < a - a^2$, 求证: $b < \frac{1}{m+1}$.