姓名________________准考证号________________

**试题类型：A**

秘密★启用前

# 理科数学

**注意事项：**

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1. 已知集合 $A=\{-1,0,1,2,3\}$，$B=\{x|x^2-3x<0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,2,3\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

2. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2^x-a}+\frac{1}{2}$ 为奇函数，则 $a=$

A. $-2$　　B. $-1$　　C. 0　　D. 1

3. 在空间中，$a,b,c$ 是三条不同的直线，$\alpha,\beta$ 是两个不同的平面，则下列命题中正确的是

A. 若 $a\perp c$，$b\perp c$，则 $a\perp b$

B. 若 $a/\!/\alpha$，$b/\!/\alpha$，则 $a/\!/b$

C. 若 $a/\!/\alpha$，$b\subset\alpha$，则 $a/\!/b$

D. 若 $\alpha/\!/\beta$，$a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，则 $a/\!/b$

4. 已知 $2\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})=-\sin\alpha$，则 $\tan2\alpha=$

A. $-4\sqrt{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{4\sqrt{3}}{7}$　　D. 0

5. 在 $[0,2]$ 上有两个连续型随机数 $x,y$，记事件 $A:x>y$，事件 $B:x^2>y$，则 $P(B|A)=$

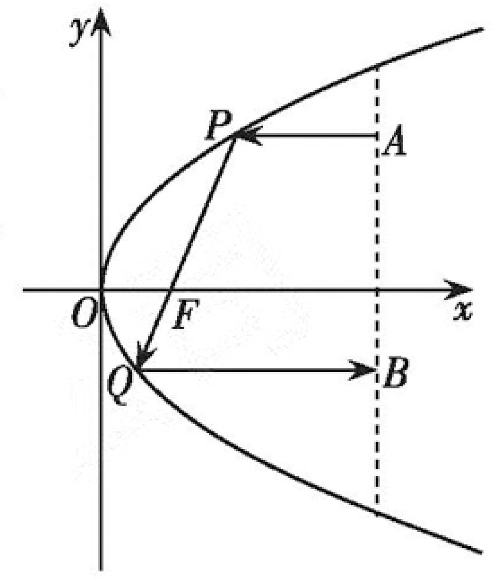
A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{11}{24}$　　C. $\frac{5}{6}$　　D. $\frac{11}{12}$







6. 抛物线有如下光学性质：从焦点发出的光线，经过抛物线上的一点反射后，反射光线平行于抛物线的对称轴．已知抛物线 $C:y^2=4x$，如图，一条平行于 $x$ 轴的光线从点 $A(4,y_1)(1<y_1<4)$ 发出，射向抛物线上的点 $P$，反射后经过抛物线 $C$ 的焦点 $F$ 射向抛物线上的点 $Q$，再反射后又沿平行于 $x$ 轴的方向射出至点 $B(4,y_2)$，下列说法中正确的是



（第6题图）

A. 光路 $APQB$ 长度的最小值为10

B. 光路 $APQB$ 长度的最大值为10

C. 光路 $APQB$ 长度恒等于10

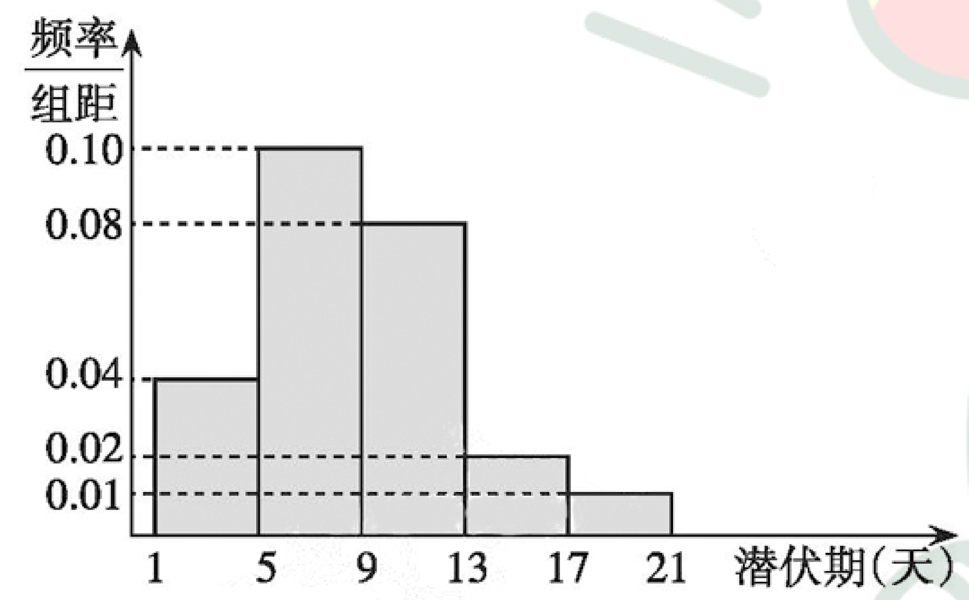
D. 以上说法均不正确

7. 从直线 $l:3x+4y=10$ 上的动点 $P$ 作圆 $x^2+y^2=1$ 的两条切线，切点为 $C,D$，则四边形 $OCPD$（$O$ 为坐标原点）面积的最小值是

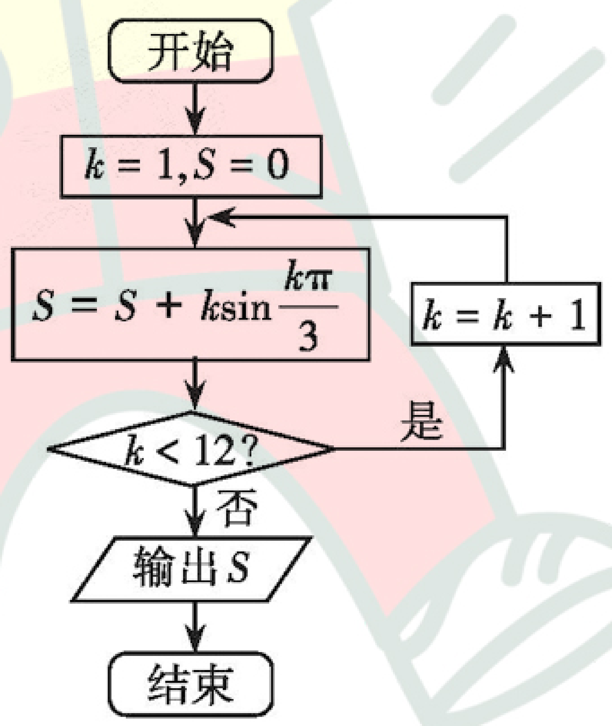
A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. 2

8. 某病毒引起的肺炎的潜伏期平均为7天左右，短的约2~3天，长的约10~14天，甚至有20余天．某医疗机构对400名确诊患者的潜伏期进行统计，整理得到以下频率分布直方图．根据该直方图估计：要使90%的患者显现出明显病状，需隔离观察的天数至少是

A.12　　B.13　　C.14　　D.15



（第8题图）



（第9题图）

9. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $S=$

A. $-3\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $-6\sqrt{3}$　　D. 0

Ⓐ

新东方 中小学全科教育 咨询电话：0351-5600688

10.《九章算术》中给出了解方程的“遍乘直除”的算法解方程组．比如对于方程组 $\begin{cases}3x+2y+z=39,\\2x+3y+z=34,\\x+2y+3z=26,\end{cases}$ 将其中数字排成长方形形式，然后执行如下步骤：第一步，将第二行的数乘以3，然后不断地减第一行，直到第二行第一个数变为0；第二步，对第三行做同样的操作，其余步骤都类似．其本质就是在消元．那么其中的 $a,b$ 的值分别是

$$\begin{matrix}3&2&1&39\\2&3&1&34\\1&2&3&26\end{matrix}\ \rightarrow\ \begin{matrix}3&2&1&39\\0&5&1&a\\1&2&3&26\end{matrix}\ \rightarrow\ \begin{matrix}3&2&1&39\\0&5&1&a\\0&b&8&39\end{matrix}\ \rightarrow\ \cdots$$

A. 24,4　　B. 17,4　　C. 24,0　　D. 17,0

11. 在直角$\triangle ABC$中，点$D$在斜边$BC$延长线上，$BC=4$，$CD=1$，$AD=\sqrt{10}$，则$\triangle ABD$的面积是

A. $4\sqrt{15}$　　B. $\frac{5\sqrt{15}}{4}$　　C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

12. 设函数$f(x)$是定义在$(0,+\infty)$上的可导函数，满足①$f(x)>0$，② $2xf'(x)+f(x)<0$，其中$f'(x)$为$f(x)$的导函数．对于任意$a>b>0$，必有

A. $a^2f(a)>b^2f(b)$　　B. $a^2f(a)<b^2f(b)$

C. $bf(a^2)>af(b^2)$　　D. $bf(a^2)<af(b^2)$

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13. 已知复数$z=\frac{5}{1-2i}$，则$|\bar{z}|=$____▲____.

14. 已知向量$\boldsymbol{a}=(-2,3)$，$\boldsymbol{b}=(1,m)$，且$\boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则$m=$____▲____.

15. 已知函数$f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x$，$\omega>0$．若该函数图象的对称轴与函数$h(x)=3\cos(2x+\varphi)-1$图象的对称轴完全相同，则$\omega=$____▲____．若函数$f(x)$在区间$(0,\pi)$内单调递增，在区间$(2\pi,3\pi)$内单调递减，则$\omega$的最小值是____▲____.

16. 已知抛物线$C:y^2=4x$，其焦点为$F$，$C$的准线交$x$轴于点$F'$，$A,B$为抛物线$C$上动点，且直线$AB$过点$F'$，过$F'$，$F$分别作$OA$，$OB$的平行线$l_1$，$l_2$（$O$为坐标原点），直线$l_1$，$l_2$相交于点$P$，记点$P$的运动轨迹为曲线$E$，直线$y=kx(k\geqslant0)$与曲线$E$无交点，则$k$的取值范围是____▲____.

**三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。**

**（一）必考题：共60分．**

17.（12分）

已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=m>0$，$a_{n+1}a_n=2^{2n+3}$，$n\in\mathbf{N}^*$．

（1）若$a_5=16$，求$m$的值；

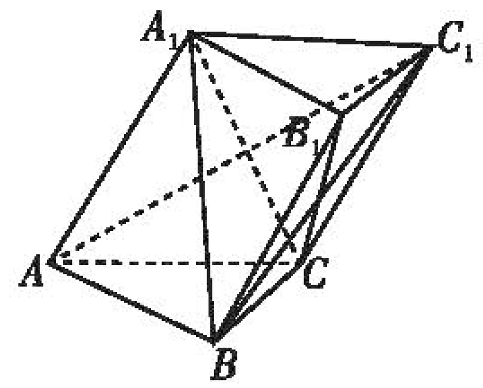
（2）是否存在$m$，使$\{a_n\}$为等比数列？若存在，求$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n$；若不存在，请说明理由．







18.（12分）




（第18题图）

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，平面$AA_1C_1C\perp$平面$ABC$，$AA_1=AC=BC$，$\angle ACB=90°$．

（1）求证：平面$AC_1B\perp$平面$A_1BC$；

（2）若二面角$A_1-BC-A$大小为$60°$，求直线$B_1C$与平面$A_1BC$所成角的正弦值．

19.（12分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F_1$，$F_2$为其左、右焦点，点$P$在椭圆$C$上，$PF_2\perp x$轴，且$|PF_1|=7|PF_2|$．

（1）求椭圆$C$的离心率$e$；

（2）已知点$D(1,0)$，$E(4,0)$，过点$D$且不垂直于$y$轴的直线$l$交椭圆$C$于$A$，$B$两点，总有$x$轴平分$\angle AEB$，求椭圆$C$的方程．

20.（12分）

某种机器需要同时装配两个部件S才能正常运行，且两个部件互不影响，部件S有两个等级：一等品售价5千元，使用寿命为5个月或6个月（概率均为0.5）；二等品售价2千元，使用寿命为2个月或3个月（概率均为0.5）．

（1）若从4件一等品和2件二等品共6件部件S中任取2件装入机器内，求机器可运行时间不少于3个月的概率；

（2）现有两种购置部件S的方案，方案甲：购置2件一等品；方案乙：购置1件一等品和2件二等品．试从性价比（即机器正常运行时间与购置部件S的成本之比）角度考虑，选择哪一种方案更实惠．

21.（12分）

已知函数$f(x)=x-\frac{a}{x}-2a\ln x$，$a\geqslant0$．

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)$存在两个极值点$x_1$，$x_2$，证明：$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>2-2a$．

**（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。**

22.［选修4-4：坐标系与参数方程］（10分）

过点$P(2,0)$的直线$l$与抛物线$C:y^2=2x$相交于$A$，$B$两点．

（1）求$AB$中点轨迹的直角坐标方程；

（2）若$P$满足$||PA|-|PB||=2\sqrt{2}$时，求$l$的方程．

23.［选修4-5：不等式选讲］（10分）

已知函数$f(x)=x-x^2$．

（1）求不等式$f(|x|)\leqslant-x^2+x+2$的解集；

（2）若$0<a<\frac{1}{m}$（$m\geqslant2$，且$m\in\mathbf{N}$），$b<a-a^2$，求证$b<\frac{1}{m+1}$．