2020年山西省高考考前适应性测试（二）
理科数学参考答案详解及评分说明

评分说明：

1. 考生如按其他方法或步骤解答，正确的，同样给分；有错的，根据错误的性质，参照评分说明中相应的规定评分.

2. 计算题只有最后答案而无演算过程的，不给分；只写出一般公式但未能与试题所给的具体条件联系的，不给分.

A卷选择题答案

一、选择题

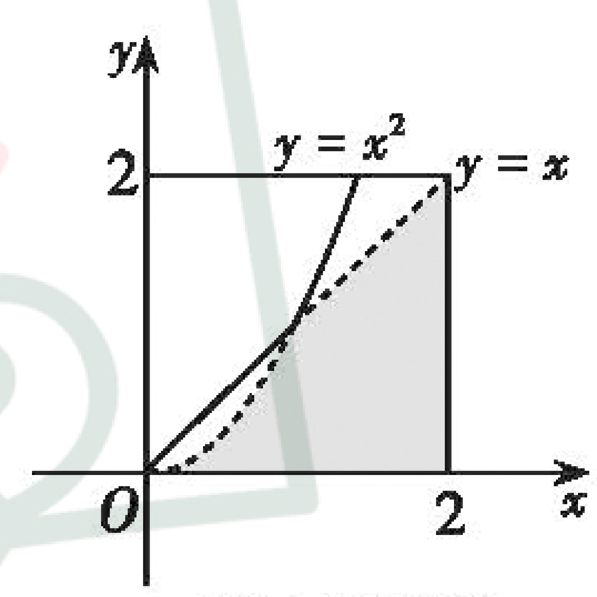
1. B 【解析】$B=\{x|x^2-3x<0\}=\{x|0<x<3\}$，$A\cap B=\{1,2\}$，所以选B.

2. D 【解析】当$a\leqslant 0$时，$2^x-a>0$，$f(x)>0$，不是奇函数；
当$a>0$时，$f(x)$定义域为$\{x|x\neq\log_2 a\}$，则$\log_2 a=0$，$a=1$，经检验，此时$f(x)$为奇函数，故选D.

3. D 【解析】根据空间直线与平面的位置关系，对于选项A，B，C，由条件可得直线a，b的位置关系不确定，对于选项D，由已知得$a\perp\alpha$，$b\perp\alpha$，所以$a/\!/b$.

4. A 【解析】由已知$2\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=-\sin\alpha$，得$2\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=0$，$\therefore\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，
故$\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-4\sqrt{3}$.

5. D 【解析】如图，在平面直角坐标系中，由直线$x=2$，$y=2$及坐标轴围成的正方形内任取一点$P(x,y)$，则x，y均是$[0,2]$上的连续型随机数，则事件A对应的区域是由直线$y=x$，$x=2$及x轴围成的等腰直角三角形，其面积$S_A=2$. 事件AB对应的区域为图中阴影部分（其边界为$x=2$，$y=x^2$，$y=x$及x轴），其中$y=x^2$与$y=x$的交点是$(1,1)$，其面积$S_{AB}=\int_0^1 x^2\mathrm{d}x+\int_1^2 x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{11}{6}$. 根据几何概率模型计算公式及条件概率计算公式，
有$P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{\frac{S_{AB}}{S_\Omega}}{\frac{S_A}{S_\Omega}}=\dfrac{S_{AB}}{S_A}=\dfrac{11}{12}$.



（第5题答图）

6. C 【解析】设$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，光路$APQB$长度为$|AP|+|PQ|+|QB|=(4-x_1)+(x_1+x_2+2)+(4-x_2)=10$，选C.

7. A 【解析】由于四边形$OCPD$是由两个全等的直角三角形构成，
$\therefore$四边形$OCPD$的面积为$S=2S_{\triangle OCP}=2\times\dfrac{1}{2}|CP|\times1=|CP|=\sqrt{|OP|^2-1}$.
而$|OP|$的最小值就是点O到直线l的距离，即$|OP|_{\min}=2$.
$\therefore$四边形$OCPD$面积的最小值为$\sqrt{3}$.

8. C 【解析】由题意可知，潜伏期落在各区间的频率及累计频率可列表为：

区间	频率	累计频率
[1,5)	0.16	0.16
[5,9)	0.40	0.56
[9,13)	0.32	0.88
[13,17)	0.08	0.96
[17,21]	0.04	1.00

故累计频率0.9对应的潜伏期天数$m\in[13,17)$，

令直方图中，直线$x=m$左侧的面积(即频率)等于0.9，得

$0.88+0.08\times\dfrac{m-13}{17-13}=0.9$，解得$m=14$，

即可估计至少需隔离观察14天，才能使90%的患者显现出明显病状.

9. C 【解析】当$k=1$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

当$k=2$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

当$k=3$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+0$，

当$k=4$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+0-4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

当$k=5$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+0-4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

当$k=6$时，$S=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+0-4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+0=-3\sqrt{3}$.

$\because$正弦函数$y=\sin\dfrac{k\pi}{3}$的周期为6，

$\therefore k=12$时，$S=-6\sqrt{3}$.

10. A 【解析】第二行的数乘以3，第一个数$2\times3=6$，减第一行两次之后，第二行第一个数变成0，

所以$a=34\times3-39\times2=24$.

第三行的数乘以3，第一个数$1\times3=3$，减第一行一次之后，第三行第一个数变成0，

所以$b=2\times3-2\times1=4$.

故选A.

11. B 【解析】设$AC=x$，在直角$\triangle ABC$中，$\cos\angle BCA=\dfrac{x}{4}$，

在$\triangle ADC$中，由余弦定理得$\cos\angle DCA=\dfrac{x^2+1-10}{2x}$，二式联合解得$x=\sqrt{6}$.

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AB=\sqrt{4^2-x^2}=\sqrt{10}$，

$\therefore\ S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{6}=\sqrt{15}$.

$\therefore\ S_{\triangle ABD}=\dfrac{5}{4}S_{\triangle ABC}=\dfrac{5\sqrt{15}}{4}$.

12. D 【解析】因为$[\sqrt{x}f(x)]'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}f(x)+\sqrt{x}f'(x)=\dfrac{f(x)+2xf'(x)}{2\sqrt{x}}<0$，

故$y=\sqrt{x}f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减，从而$af(a^2)<bf(b^2)$.

注意到$f(x)>0,a>b>0$，故$bf(a^2)<af(a^2)<bf(b^2)<af(b^2)$，故选D.

B卷选择题答案

1. D 2. D 3. B 4. A 5. B 6. C 7. A 8. C 9. A 10. C 11. B 12. D

A、B卷非选择题答案

二、填空题

13. $\sqrt{5}$

【解析】$z=\dfrac{5}{1-2i}=1+2i$，$|\bar{z}|=|1-2i|=\sqrt{5}$.

14. $\dfrac{28}{3}$

【解析】因为$\boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，所以$\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，所以$26=-2+3m$，所以$m=\dfrac{28}{3}$.

15. 2(2分)；$\frac{1}{12}$(3分)

【解析】(1)$f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，由已知得$f(x)$与$h(x)$周期相同，故$T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，$\omega=2$.

(2)因为$f(0)=2\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，所以函数过点$(0,\sqrt{3})$.

因为该函数在区间$(0,\pi)$内单调递增，在区间$(2\pi,3\pi)$内单调递减，且$\omega>0$，

所以函数$f(x)$图象在区间$[\pi,2\pi]$内有对称轴.

由$\omega x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，得$x=\frac{\pi}{6\omega}+\frac{k\pi}{\omega}$，$k\in\mathbf{Z}$.

所以$\pi\leqslant\frac{\pi}{6\omega}+\frac{k\pi}{\omega}\leqslant 2\pi$，解得$\frac{1}{12}+\frac{k}{2}\leqslant\omega\leqslant\frac{1}{6}+k$，$k\in\mathbf{Z}$.

当$k<0$时，$\omega\in\left[\frac{1}{12}+\frac{k}{2},\frac{1}{6}+k\right]\subseteq(-\infty,0)$与$\omega>0$矛盾，

故$k\geqslant 0$，所以$\omega\geqslant\frac{1}{12}+\frac{k}{2}\geqslant\frac{1}{12}$.

经验证$\omega=\frac{1}{12}$符合题意，

所以$\omega_{\min}=\frac{1}{12}$.

16. $k\in\{0\}\cup[2,+\infty)$

【解析】易知$F(1,0)$，$F'(-1,0)$，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，可证$x_1x_2=1$，$y_1y_2=4$.

直线l_1,l_2的斜率为k_1,k_2，则$k_1k_2=\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=4$.

设点$P(x,y)$，则$k_1k_2=\frac{y}{x+1}\cdot\frac{y}{x-1}=4$，变形得$x^2-\frac{y^2}{4}=1(x\neq\pm1)$，

考虑到双曲线$x^2-\frac{y^2}{4}=1$的渐近线为$y=\pm2x$，结合图象可知$k\in\{0\}\cup[2,+\infty)$.

三、解答题

17. 解：(1)由已知得$\frac{a_{n+2}}{a_n}=4$，$\frac{a_5}{m}=\frac{a_5}{a_3}\cdot\frac{a_3}{a_1}=4^2$，$\therefore m=1$. ……………………4分

(2)解法一：由$a_1=m$，$a_{n+1}a_n=2^{2n+3}$，可知$a_2=\frac{2^5}{m}$，$a_3=2^2m$，……………………6分

若存在m使$\{a_n\}$为等比数列，则$a_2^2=a_1a_3$，且公比$q=\frac{a_2}{a_1}$，

解得$m=4$，$q=2$，……………………8分

此时$a_n=4\times2^{n-1}=2^{n+1}$，$a_{n+1}=2^{n+2}$，$a_na_{n+1}=2^{2n+3}$符合题意，

故存在$m=4$，使$\{a_n\}$为等比数列，且$a_n=2^{n+1}$，……………………10分

其前n项和$S_n=\frac{4(2^n-1)}{2-1}=2^{n+2}-4$. ……………………12分

解法二：由$a_na_{n+1}=2^{2n+3}$，知$\frac{a_{n+2}}{a_n}=\frac{a_{n+1}a_{n+2}}{a_na_{n+1}}=\frac{2^{2(n+1)+3}}{2^{2n+3}}=4$，

又$a_1=m$，故$a_2=\frac{2^5}{m}$，$a_3=2^2m$，……………………6分

若存在m使$\{a_n\}$为等比数列，则$a_2^2=a_1a_3$，解得$m=4$，……………………8分

此时$a_1=4$，$a_2=8$，

当n为奇数时，$a_n=\frac{a_n}{a_{n-2}}\cdot\frac{a_{n-2}}{a_{n-4}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_3}{a_1}\cdot a_1=\underbrace{4\times4\times\cdots\times4}_{\frac{n-1}{2}\text{个}4}\times4=4^{\frac{n-1}{2}}\times4=2^{n+1}$，

当n为偶数时，$a_n=\frac{a_n}{a_{n-2}}\cdot\frac{a_{n-2}}{a_{n-4}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_4}{a_2}\cdot a_2=\underbrace{4\times4\times\cdots\times4}_{\frac{n-2}{2}个4}\times8=4^{\frac{n-2}{2}}\times8=2^{n+1}$，

故存在$m=4$，使$\{a_n\}$为等比数列，且$a_n=2^{n+1}$，……10分

其前n项和$S_n=\frac{4(2^n-1)}{2-1}=2^{n+2}-4$．……12分

18.（1）证明：$\because\ \angle ACB=90°$，$\therefore\ BC\perp AC$．又$\because$平面$AA_1C_1C\perp$平面ABC，平面$AA_1C_1C\cap$平面$ABC=AC$，$BC\subset$平面ABC，

$\therefore BC\perp$平面AA_1C_1C，

$\because AC_1\subset$平面AA_1C_1C，

$\therefore\ BC\perp AC_1$．……2分

又$\because AA_1=AC$，$\therefore$ 四边形AA_1C_1C是菱形，

$\therefore A_1C\perp AC_1$．……4分

$\because A_1C\cap BC=C$，$\therefore\ AC_1\perp$ 平面A_1BC．

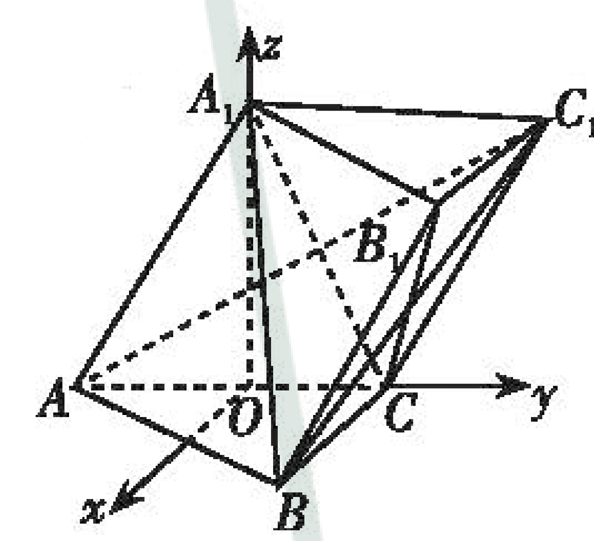
又$\because AC_1\subset$平面AC_1B，$\therefore$平面$AC_1B\perp$平面A_1BC．……6分

（2）解：由（1）得$BC\perp$平面AA_1C_1C，

$\because\ A_1C\perp BC$，$AC\perp BC$，$\therefore\ \angle A_1CA$ 就是二面角A_1-BC-A的平面角，即$\angle A_1CA=60°$．

$\therefore\ \triangle A_1AC$ 为等边三角形．……8分

设AC中点为O，连接A_1O，则$A_1O\perp$平面ABC，如图以O为坐标原点，建立空间直角坐标系$O-xyz$，



（第18题答图）

不妨设$AC=2$，则$A(0,-1,0)$，$A_1(0,0,\sqrt3)$，$B(2,1,0)$，$C(0,1,0)$，$C_1(0,2,\sqrt3)$，$B_1(2,2,\sqrt3)$，$\overrightarrow{CB_1}=(2,1,\sqrt3)$．

由（1）知$\overrightarrow{AC_1}=(0,3,\sqrt3)$为平面$A_1BC$的一个法向量．

设直线B_1C与平面A_1BC所成角为θ，

则$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{CB_1}>|=\frac{6}{2\sqrt2\times2\sqrt3}=\frac{\sqrt6}{4}$．

$\therefore$直线B_1C与平面A_1BC所成角的正弦值是$\frac{\sqrt6}{4}$．……12分

19.解：（1）$2a=|PF_1|+|PF_2|=8|PF_2|=\frac{8b^2}{a}$，化简得$a^2=4b^2$．

即$3a^2=4c^2$，$e^2=\frac34$，$\therefore e=\frac{\sqrt3}{2}$．……4分

（2）由（1）得$a=2b$．

设$C:\frac{x^2}{4b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，$x^2+4y^2=4b^2$，必有$2b>1$，$b>\frac12$．

设$l:x=my+1$，联立$\begin{cases}x^2+4y^2=4b^2,\\x=my+1,\end{cases}$得

$(m^2+4)y^2+2my+1-4b^2=0$．

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$\begin{cases}y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+4},\\y_1y_2=\frac{1-4b^2}{m^2+4}.\end{cases}$……7分

$k_{AE}+k_{BE}=\frac{y_1}{x_1-4}+\frac{y_2}{x_2-4}=0$，……9分

$(x_2-4)y_1+(x_1-4)y_2=(my_2-3)y_1+(my_1-3)y_2=2my_1y_2-3(y_1+y_2)=2m\cdot\frac{1-4b^2}{m^2+4}+\frac{6m}{m^2+4}=0$，

解得$b=1$，故椭圆$C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$．……12分

20. 解：(1)由题意可知，机器运行时间不少于3个月，共有三种可能：

第一，取到2个一等品，对应概率为$\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{6}{15}=\frac{24}{60}$，

第二，取到1个一等品，1个二等品，且二等品的使用寿命为3个月，

对应概率为$\frac{C_4^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{1}{2}=\frac{4\times2}{15}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{60}$，

第三，取到2个二等品，且二者的使用寿命均为3个月，对应概率为

$\frac{C_2^2}{C_6^2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{15}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{60}$，

故所求概率为$\frac{24+16+1}{60}=\frac{41}{60}$. ……………………………………4分

(2) 若采用甲方案，则机器正常运行的时间X(单位：月)的分布列为：

X	5	6
P	$1-P(X=6)=\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$EX=5\times\frac{3}{4}+6\times\frac{1}{4}=\frac{21}{4}$，

它与成本价之比为$\frac{EX}{5+5}=\frac{21}{40}$. ……………………………………7分

若采用方案乙，容易知道两个二等品先后装配在同一位置时机器使用寿命最长，

此时这个位置的两个二等品的使用寿命之和Y(单位：月)的分布列如下：

Y	4	5	6
P	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	$2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

……………………………………8分

记M为一等品的使用寿命(单位：月)，此时机器正常运行的时间Z(单位：月)的分布列为：

Z	4	5	6
P	$P(Y=4)=\frac{1}{4}$	$P(M=5,Y\geqslant5)+P(M=6,Y=5)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$	$P(M=Y=6)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

$EZ=4\times\frac{1}{4}+5\times\frac{5}{8}+6\times\frac{1}{8}=\frac{39}{8}$，

它与成本价之比为$\frac{EZ}{5+2+2}=\frac{39}{72}=\frac{13}{24}$. ……………………………………11分

由于$\frac{21}{40}<\frac{13}{24}$，故从性价比角度考虑，方案乙更实惠. ……………………………………12分

21. 解：(1)$f(x)$定义域为$(0,+\infty)$.

$f'(x)=1+\frac{a}{x^2}-\frac{2a}{x}=\frac{x^2-2ax+a}{x^2}$.

考虑$x^2-2ax+a=0$，$\Delta=4a^2-4a$. ……………………………………2分

①当$\Delta=4a^2-4a\leqslant0$，即$0\leqslant a\leqslant1$时，$f'(x)\geqslant0$，$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增；

②当$\Delta=4a^2-4a>0$，即$a>1$时，$x^2-2ax+a=0$有两不等根x_1,x_2，

注意到$\begin{cases}x_1+x_2=2a>0,\\x_1x_2=a>0,\end{cases}$故$x_1>0,x_2>0$.

若$x\in\left(0,a-\sqrt{a^2-a}\right)$，或$x\in\left(a+\sqrt{a^2-a},+\infty\right)$，则$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增；若$x\in\left(a-\sqrt{a^2-a},a+\sqrt{a^2-a}\right)$，则$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减.

综上，$0\leqslant a\leqslant1$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增；$a>1$时，$f(x)$在$\left(0,a-\sqrt{a^2-a}\right)$，$\left(a+\sqrt{a^2-a},+\infty\right)$内单调递增，在$\left(a-\sqrt{a^2-a},a+\sqrt{a^2-a}\right)$内单调递减. ……………………………………5分

(2)由(1)知此时$a>1$，$\begin{cases}x_1+x_2=2a,\\x_1x_2=a,\end{cases}$不妨设$x_2>x_1>0$.

$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=1+\dfrac{a}{x_1x_2}-2a\cdot\dfrac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}=2-2a\cdot\dfrac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}$.

欲证$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>2-2a$，只需证$\dfrac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<1$，

即证$2\ln\dfrac{x_1}{x_2}>2(x_1-x_2)=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}(x_1-x_2)=\dfrac{x_1}{x_2}-\dfrac{x_2}{x_1}$. ……9分

令$t=\dfrac{x_1}{x_2}$，则$0<t<1$.

记$g(t)=t-\dfrac{1}{t}-2\ln t$，由(1)知$g(t)$在$(0,+\infty)$内单调递增.

故$g(t)<g(1)=0$,

即$2\ln\dfrac{x_1}{x_2}>\dfrac{x_1}{x_2}-\dfrac{x_2}{x_1}$，所以$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>2-2a$得证. ……12分

22. 解：(1)设l:$\begin{cases}x=2+t\cos\alpha,\\y=t\sin\alpha,\end{cases}$($t$为参数，$\alpha$为直线$l$的倾斜角)，代入$y^2=2x$得

$t^2\sin^2\alpha-2t\cos\alpha-4=0$.

设点A,B对应的参数为t_1,t_2，则$t_1+t_2=\dfrac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$，$t_1t_2=-\dfrac{4}{\sin^2\alpha}$. ……2分

设AB的中点为$Q(x,y)$，对应的参数为t，

则$t=\dfrac{t_1+t_2}{2}=\dfrac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$,

$\therefore x=2+t\cos\alpha=2+\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$，$y=t\sin\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$,

消去参数得$y^2=x-2$为所求轨迹的直角坐标方程. ……6分

(2)由参数的几何意义可知

$\left||PA|-|PB|\right|=\left||t_1|-|t_2|\right|=|t_1+t_2|=\left|\dfrac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\right|=2\sqrt{2}$.

$\therefore|\cos\alpha|=\sqrt{2}(1-\cos^2\alpha)$.

得$|\cos\alpha|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore\tan\alpha=\pm1$.

$\therefore$直线l的方程为$y=\pm(x-2)$，即$x-y-2=0$或$x+y-2=0$. ……10分

23. 解：(1)由$f(|x|)\leqslant -x^2+x+2$，得$|x|\leqslant x+2$，等价于

$\begin{cases}x\geqslant 0,\\x\leqslant x+2,\end{cases}$或$\begin{cases}x<0,\\-x\leqslant x+2.\end{cases}$ ……2分

解得$x\geqslant 0$，或$-1\leqslant x<0$.

综上可得不等式的解集是$\{x|x\geqslant -1\}$. ……4分

(2)因为$f(a)=a-a^2=-(a-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{1}{4}$，所以函数$f(a)$在区间$(0,\dfrac{1}{2})$内单调递增. ……6分

$\because m\geqslant 2$，$\therefore 0<a<\dfrac{1}{m}\leqslant\dfrac{1}{2}$.

$\therefore f(a)<f(\dfrac{1}{m})$，而$b<a-a^2$，即$b<f(a)<f(\dfrac{1}{m})$. ……8分

$\therefore b<\dfrac{1}{m}-(\dfrac{1}{m})^2=\dfrac{m-1}{m^2}<\dfrac{m-1}{m^2-1}=\dfrac{1}{m+1}$. 得证. ……10分