

太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(文科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

测评编号

题

答

要

名

不

内

线

封

级

班

弥

校

注意事项:

- 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,第I卷1至4页,第II卷5至8页。
- 回答第I卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答第I卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
- 回答第II卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷(选择题 共60分)

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | (x-2)(x+1) < 0\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$,则 $A \cap B =$

- A. $\{x | -1 < x \leq 1\}$
 B. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$
 C. $\{x | -1 < x \leq 2\}$
 D. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$

2. 设复数 z 满足 $(1-i) \cdot z = i$,则 $|z| =$

- A. $\sqrt{2}$
 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. 2
 D. $\frac{1}{2}$

3. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_2 = 2$, $S_3 = -6$,则 $S_5 =$

- A. -22
 B. -14
 C. 10
 D. 18

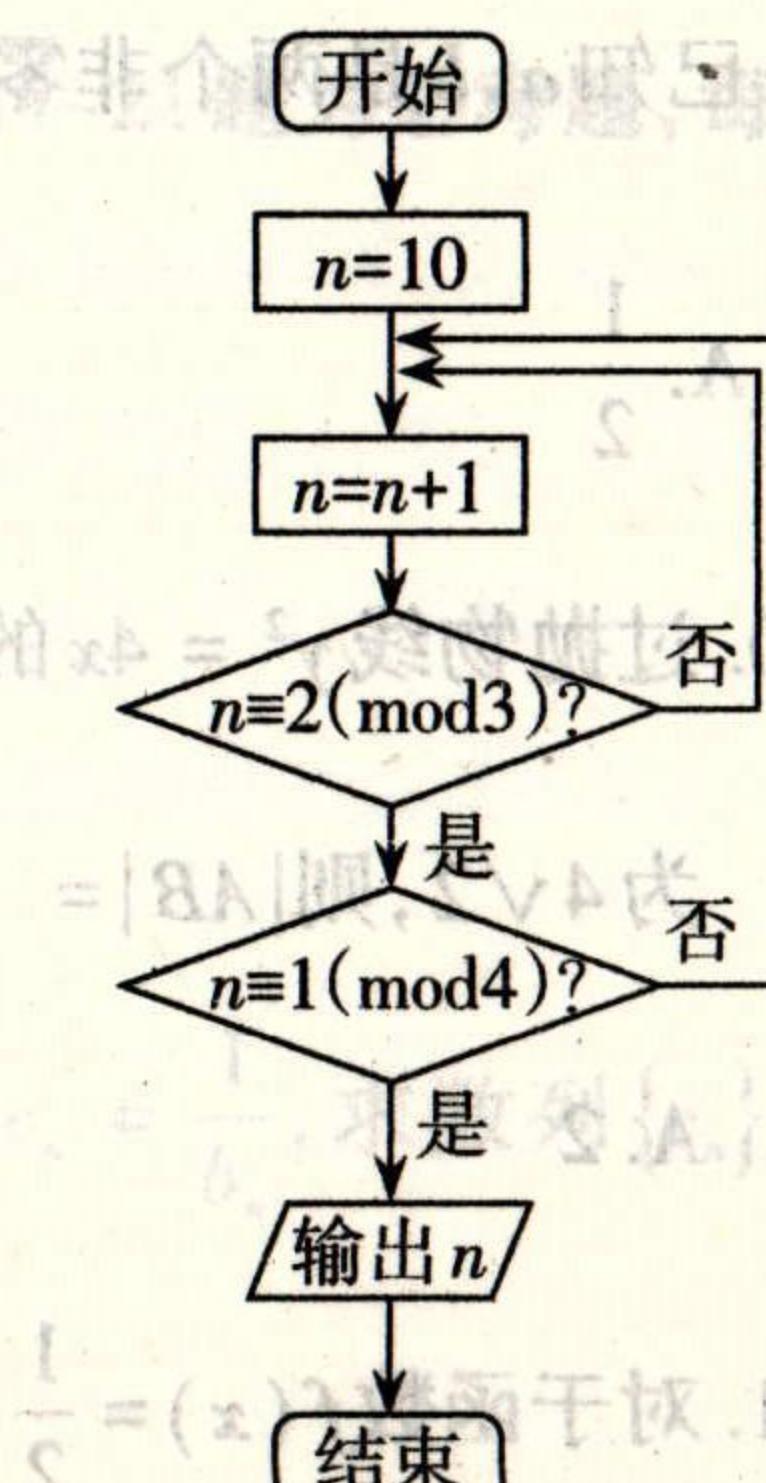
4. 已知 $a = \log_5 2$, $b = 5^{0.2}$, $c = 0.5^{0.2}$,则

- A. $a < b < c$
 B. $a < c < b$
 C. $b < a < c$
 D. $c < a < b$

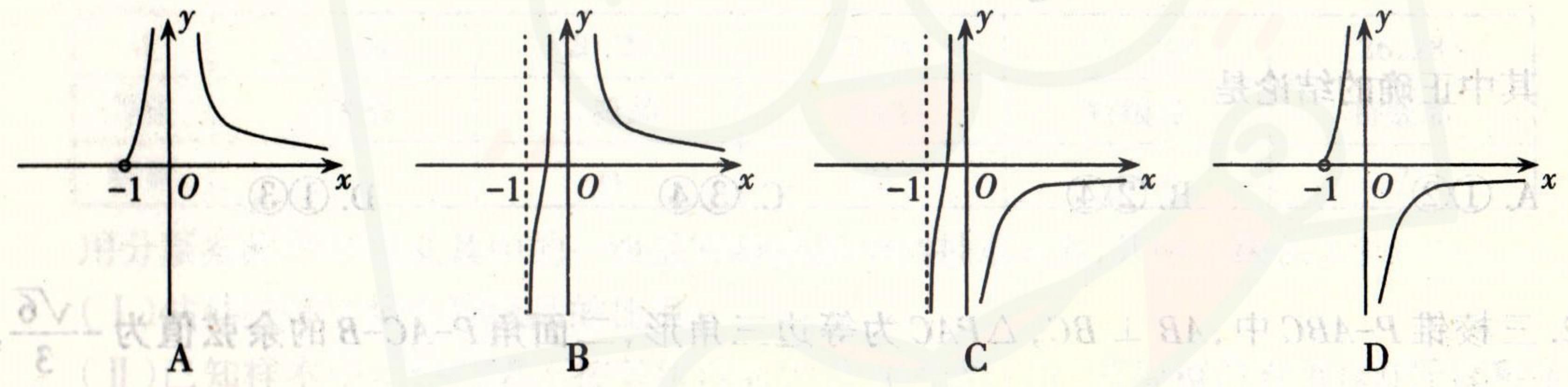
5. 右边程序框图的算法源于我国古代闻名中外的《中国剩余定理》.

 $n \equiv N \pmod{m}$ 表示正整数 n 除以正整数 m 的余数为 N ,例如10 ≡ 4 (mod 6). 执行该程序框图,则输出的 n 等于

- A. 11
 B. 13
 C. 14
 D. 17

6. 已知 $\sin(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1}{4}$, 则 $\sin 2x =$

- A. $\frac{15}{16}$
 B. $\frac{9}{16}$
 C. $\frac{7}{8}$
 D. $\pm \frac{15}{16}$

7. 函数 $f(x) = \frac{1}{x - \ln(x+1)}$ 的图象大致为

8. 圆周率 π 是数学中一个非常重要的数,历史上许多中外数学家利用各种办法对 π 进行了估算. 现利用下列实验我们也可对圆周率进行估算. 假设某校共有学生 N 人,让每人随机写出一对小于1的正实数 a, b ,再统计出 $a, b, 1$ 能构造锐角三角形的人数 M ,利用所学的有关知识,则可估计出 π 的值是

- A. $\frac{4M}{N}$
 B. $\frac{2M+N}{N}$
 C. $\frac{4(N-M)}{N}$
 D. $\frac{4M+2N}{N}$

9. 已知 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是两个非零向量, 其夹角为 θ , 若 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \perp (\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 且 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 2|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 $\cos\theta =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点的直线 l 与抛物线交于 A, B 两点, 设点 $M(3, 0)$. 若 $\triangle MAB$ 的面积为 $4\sqrt{2}$, 则 $|AB| =$

- A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. 8

11. 对于函数 $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$, 有下列说法:

- ① $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$;
 - ② 当且仅当 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$) 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值;
 - ③ 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 π ;
 - ④ 当且仅当 $x \in (2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2})$ ($k \in \mathbb{Z}$) 时, $f(x) > 0$.

其中正确的结论是

- A. ①② B. ②④ C. ③④ D. ①

12. 三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BC$, $\triangle PAC$ 为等边三角形, 二面角 $P-AC-B$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$,

- 当三棱锥的体积最大时,其外接球的表面积为 8π ,则三棱锥体积的最大值为

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

太原市2020年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(文科)

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若曲线 $f(x) = me^x + n$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = ex$, 则 $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 是双曲线上一点, 若 $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形, $\angle PF_1F_2 = 120^\circ$, 则双曲线的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, $a + c = 6$, $\frac{\sin B}{1 + \cos B} = \frac{\sin A}{3 - \cos A}$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 中国古代教育要求学生掌握“六艺”,即“礼、乐、射、御、书、数”.某校为弘扬中国传统文化,举行有关“六艺”的知识竞赛.甲、乙、丙三位同学进行了决赛,决赛规则:决赛共分6场,每场比赛的第一名、第二名、第三名的得分分别为 $a, b, c (a > b > c, a, b, c \in N^*)$, 选手最后得分为各场得分之和,决赛结果是甲最后得分为26分,乙和丙最后得分都为11分,且乙在其中一场比赛中获得第一名,现有下列说法:

- ①每场比赛第一名得分 $a = 4$ 分;
- ②甲可能有一场比赛获得第二名;
- ③乙有四场比赛获得第三名;
- ④丙可能有一场比赛获得第一名.

则以上说法中正确的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

题 答 案 不 内 线 封 张

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17.(本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_n = \frac{3}{2}a_n + n - 3$.

(I)求证:数列 $\{a_n - 1\}$ 是等比数列;

(II)若 $b_n = \log_3(a_1 - 1) + \log_3(a_2 - 1) + \dots + \log_3(a_n - 1)$, $c_n = \frac{1}{b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18.(本小题满分12分)

按照水果市场的需要等因素,水果种植户把某种成熟后的水果按其直径 d 的大小分为了不同的等级.某商家计划从该种植户那里购进一批这种水果销售,为了了解这种水果的质量等级情况,随机抽取了100个这种水果,统计得到如下直径分布表:(单位:mm)

d	[18, 20)	[20, 22)	[22, 24)	[24, 26)	[26, 28)
等级	三级品	二级品	一级品	特级品	特级品
频数	1	m	29	n	7

用分层抽样的方法从其中的一级品和特级品中共抽取6个,其中一级品2个.

(I)估计这批水果中特级品的比例;

(II)已知样本中这种水果不按等级混装的话20个约1斤,该种植户有20000斤这种水果待售,商家提出两种收购方案:

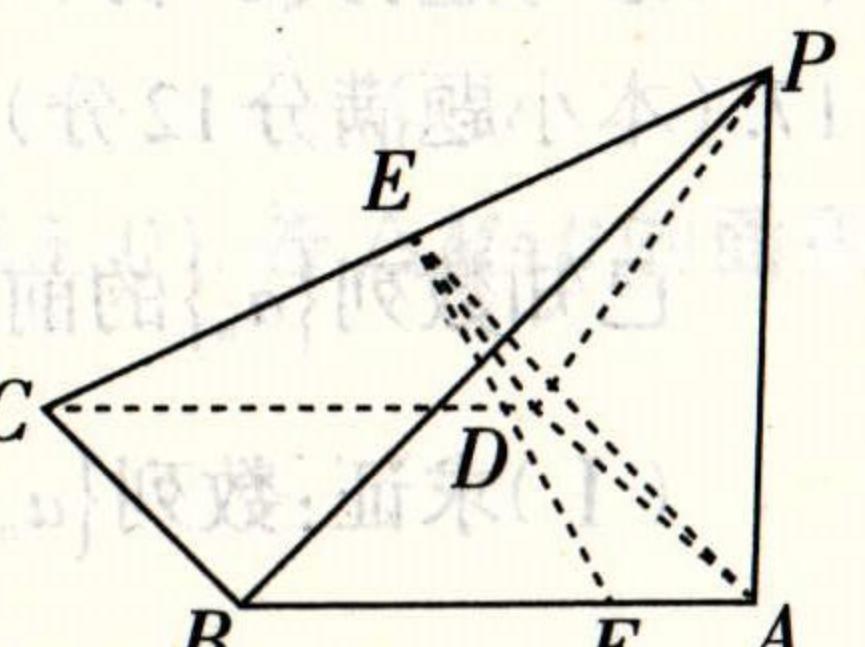
方案A:以6.5元/斤收购;

方案B:以级别分装收购,每袋20个,特级品8元/袋,一级品5元/袋,二级品4元/袋,三级品3元/袋.

用样本的频率分布估计总体分布,问哪个方案种植户的收益更高?并说明理由.

19. (本小题满分12分) 如图,已知四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形,侧面 $PCD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = DC = 2$, $\angle PDC = 120^\circ$, E 是 PC 的中点,点 F 在 AB 上,且 $AB = 4AF$.

- (I) 求证: $EF \perp CD$;
(II) 求点 F 到平面 ADE 的距离.



20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,一个顶点为 $M(0, 1)$,直线 l 交椭圆于 A, B 两点,且 $MA \perp MB$.

- (I) 求椭圆 C 的方程;
(II) 证明:直线 l 过定点.

	(-5, -3)	(-4, -2)	(-3, -1)	(-2, 0)	(-1, 1)	b
品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优
品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优
品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优	品学兼优

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x + \frac{a}{x} + 1$.

(I) 若函数 $f(x)$ 有两个零点,求 a 的取值范围;
(II) 证明:当 $a = 1$ 时,对任意满足 $f(x_1) = f(x_2) = 2m + 1$ 的正实数 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$,都有 $x_1 + x_2 > 1$.

- (二) 选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4:坐标系与参数方程】

(文科) 卷

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{t}{t+1}, \\ y = \frac{2t+1}{t+1} \end{cases} (t \text{ 为参数})$,曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\alpha, \\ y = 2\sin\alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$,以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (I) 求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的极坐标方程;
(II) 射线 $\theta_1 = \beta (0 < \beta < \frac{\pi}{2})$ 与曲线 C_2 交于 O, P 两点,射线 $\theta_2 = \frac{\pi}{2} + \beta$ 与曲线 C_1 交于点 Q ,若 $\triangle OPQ$ 的面积为1,求 $|OP|$ 的值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5:不等式选讲】

已知 a, b, c 为正实数.

- (I) 若 $a + b + c = 1$, 证明: $(\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1) \geq 8$;
(II) 证明: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$.

太原市 2020 年高三年级模拟试题 (二)

文科数学答题卡

姓 名 _____

贴条形码区

准考证号 _____

- 注意事项**
1. 答题前, 考生务必首先认真核准条形码上的姓名、准考证号, 然后使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置, 并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整, 笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 2. 答第I卷时, 必须使用2B铅笔填涂。修改时, 要用橡皮将修改处擦干净, 规范填涂样例: ■
 3. 答第II卷时, 必须使用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用0.5毫米的黑色笔迹签字笔描清楚, 要求字迹工整, 笔迹清晰, 严格按题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题、草稿纸上答题无效。
 4. 保持答题卡清洁、完整, 严禁折叠, 严禁在答题卡上作任何标记, 严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
 5. 未按上述要求填写、答题, 影响评分质量, 后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

第 I 卷 (用2B铅笔填涂)

1 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	11 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	12 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
4 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
5 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	10 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

第 II 卷 (用0.5毫米的黑色笔迹签字笔书写)

二、填空题 (每小题5分, 共20分)

13. _____ 14. _____

15. _____ 16. _____

三、解答题 (共70分)

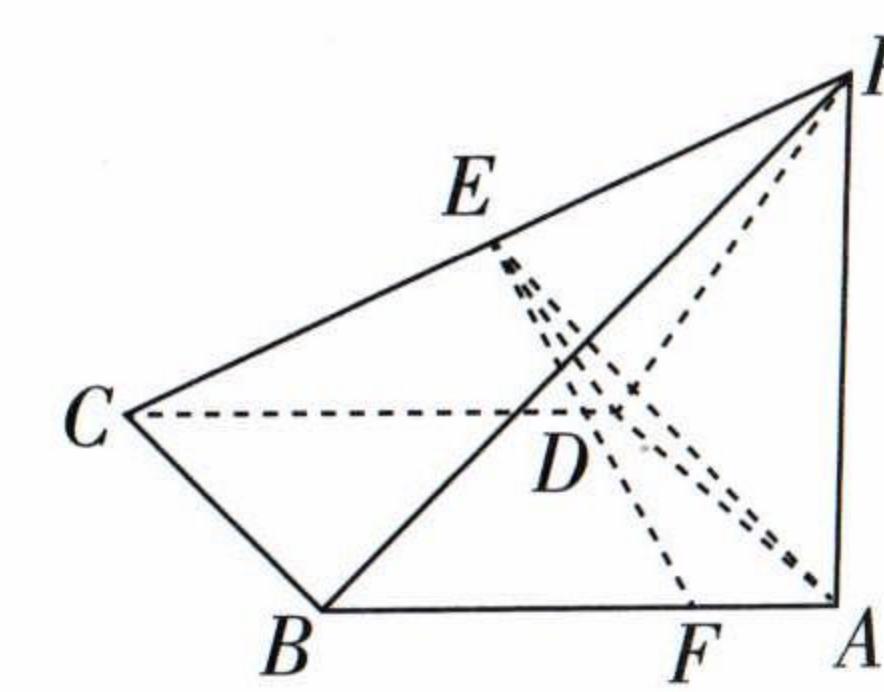
17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

续17题

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

19. (12分)



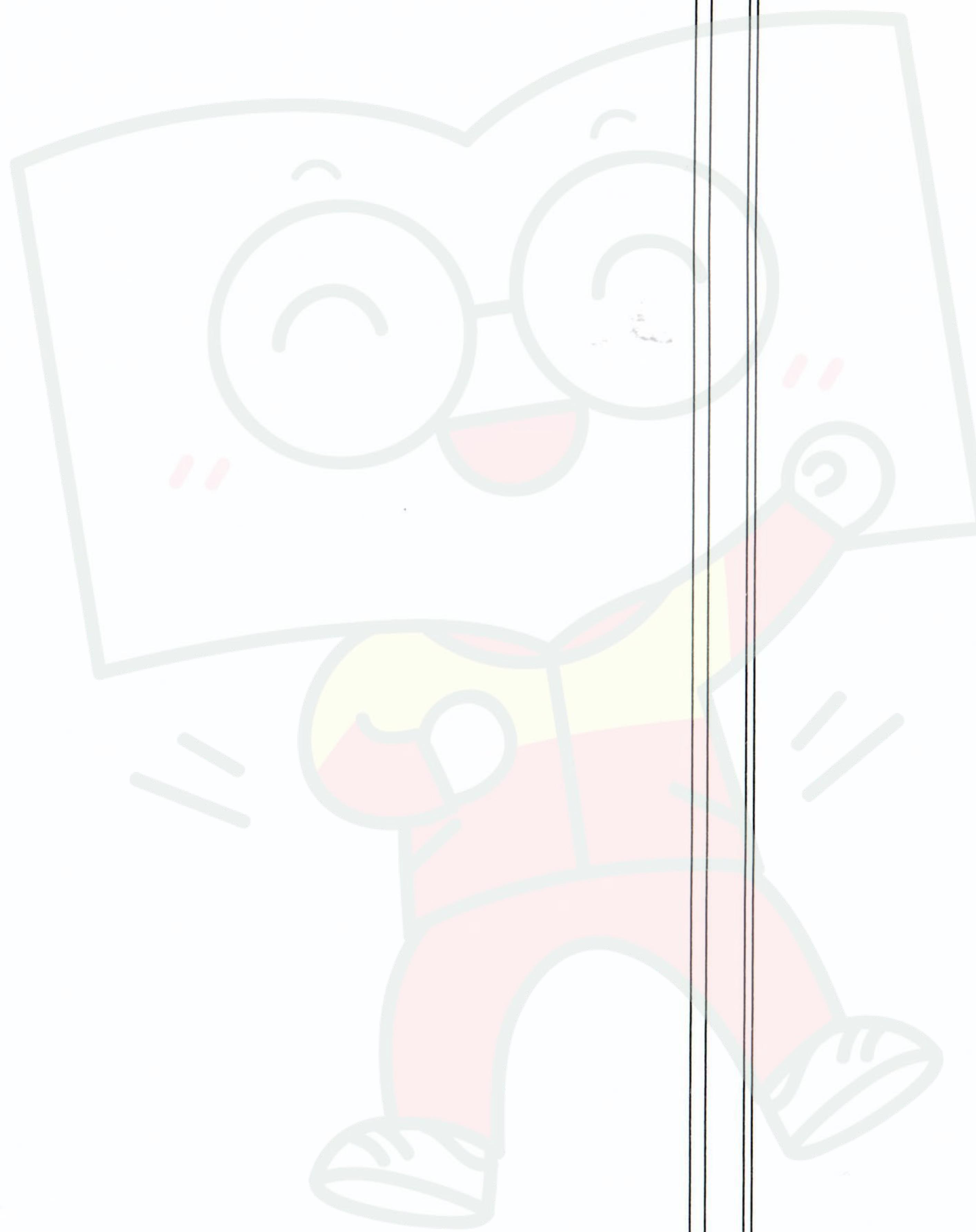
18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

考生姓名 准考证号
必填 末两位 考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的
黑色笔迹签字笔认真填写在书写框内。准考证号末
两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

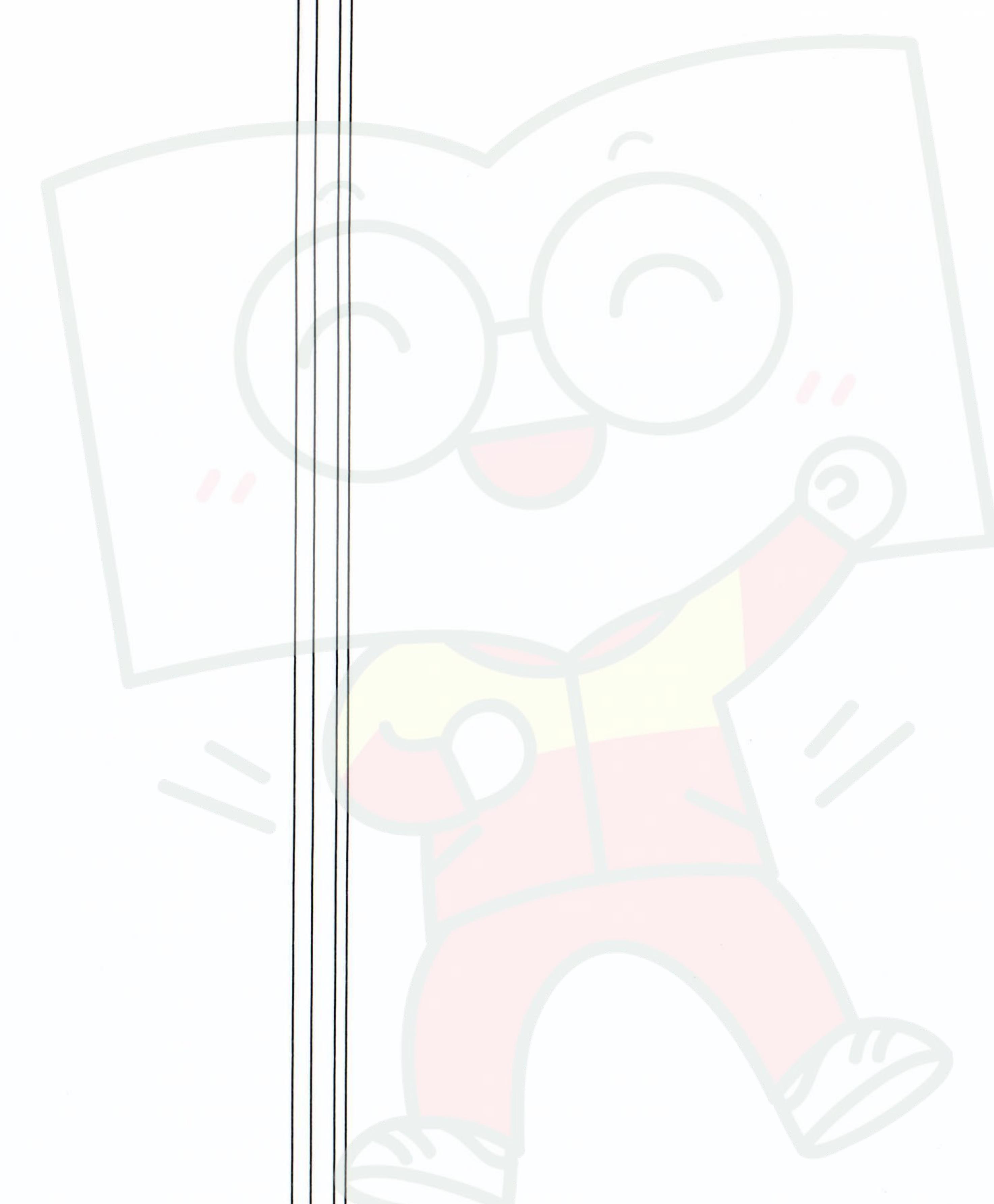
请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效
20. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 (22) (23)
(请考生在第(22)、(23)两题中任选一题作答。
注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一题计分，
作答时请用2B铅笔将所选题号后的方框涂黑。)

选做题号 _____ (10分)